

Segunda semana

- Cómo es un modelo
- Cómo modelizar
- Un ejemplo de centros de producción

Elementos de un modelo

Tipos de objetivo

- Objetivo único.
- Objetivos múltiples y contradictorios.

Modelos y Optimización I

Resolución de problemas de objetivos múltiples

- Se resuelve el modelo tantas veces como objetivos tenga, utilizando cada vez uno distinto en el funcional. (los otros objetivos se deben convertir en restricciones)
-
- Se hace una combinación lineal de los distintos objetivos.

Modelos y Optimización I

Elementos de un modelo

Condiciones de vínculo

- Son las que relacionan las actividades entre sí o con el contexto.
 - ◆ Fuertes: deben ser cumplidas siempre.
 - ◆ Débiles: pueden no cumplirse a un cierto costo (se resuelven con programación de metas).
 - ◆ Conflictivas o contradictorias: dos o más condiciones no pueden cumplirse simultáneamente.

Modelos y Optimización I

Programación de Metas

Siguiendo con el ejemplo de la semana pasada...

- Nos dicen que se rompió la camioneta que traía el amaranto desde Valle Hermoso
- Tenemos la posibilidad de contratar un flete de La Falda que nos cobra \$2 por kilo pero a ese precio solamente nos transporta hasta 20 kilos
- Si queremos transportar más de 20 kilos nos saldrá \$4 por cada kilo que deseemos transportar por encima de los 20 kilos (hay que contratar otro flete de Valle Hermoso)

Modelos y Optimización I

Programación de Metas

- ¿Cómo hacemos para poner una restricción que nos detecte cuánto transportamos por encima de 20 kilos y cuánto por debajo de 20 kilos?
- Puede transportar más o menos de 20 kg. (restricción débil que puede no cumplirse a cierto costo)
- Para eso se comparan los kilos transportados con la meta (20)

$$VH - 20 = EXCESO - DEFECTO$$
- y así quedaría el Z

$$MIN Z = 2 (VH - EXCESO) + 4 EXCESO + 6 SV$$
- Entonces ¿para qué sirve la variable DEFECTO?

Modelos y Optimización I

Supuestos básicos de la Programación Lineal Continua

- **Proporcionalidad**
Tanto el beneficio como el uso de recursos son directamente proporcionales al nivel de actividad
- **Aditividad**
No existen interacciones entre las actividades que cambien la medida total de la efectividad o el uso total de algún recurso

Modelos y Optimización I

Supuestos básicos de la Programación Lineal Continua

- **Divisibilidad**
Las unidades de actividad pueden dividirse en niveles fraccionarios cualesquiera, de modo que pueden permitirse valores no enteros para las variables
- **Certeza**
Todos los parámetros del modelo son constantes conocidas

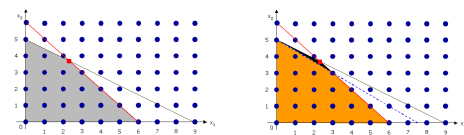
Modelos y Optimización I

Supuestos básicos de la Programación Lineal Continua

- Si se pudiera armar el modelo entero que permitiera salvar los problemas de proporcionalidad, aditividad y divisibilidad, agregando restricciones, se podría resolver el problema por Programación Lineal Continua (porque todos los vértices serían enteros).
- En los años '50 del siglo XX, Ralph Gomory propuso un método para resolver esto con planos de corte, método que fue perfeccionado luego por Václav Chvátal.

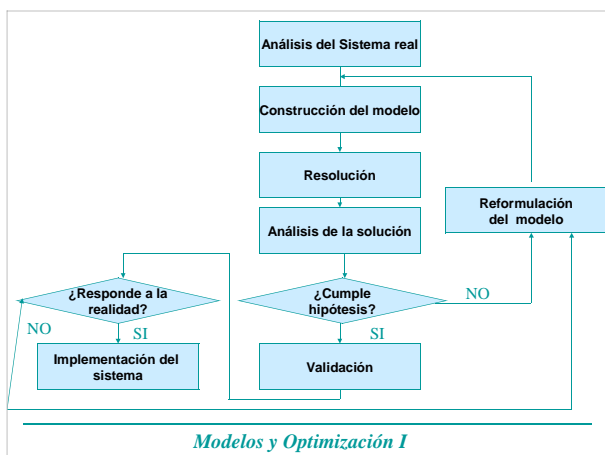
Modelos y Optimización I

Supuestos básicos de la Programación Lineal Continua



- A la izquierda vemos el modelo en el cual uno de los vértices no es entero y a la derecha vemos el plano cortante que lo convirtió en un problema entero.
- Sin embargo este proceso es extremadamente costoso y no siempre se puede aplicar en la práctica, por esta razón no podemos escapar a la programación lineal entera

Modelos y Optimización I



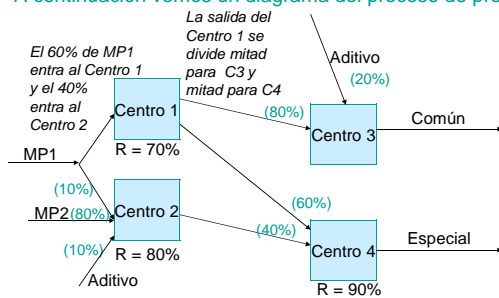
Modelos y Optimización I

Un problema de centros de producción:

- Una empresa elabora dos tipos de fertilizante: Común y Especial.
- Para la elaboración utiliza dos materias primas (MP1 y MP2) además de un aditivo.
- El proceso de fabricación consiste en la utilización de varios centros de producción, por los cuales va pasando la materia prima y el producto semiterminado hasta obtener el fertilizante
- La empresa trabaja 6 días por semana, 8 horas por día

Modelos y Optimización I

A continuación vemos un diagrama del proceso de producción.



Notas:
• Cuando en un centro se indica R=X%, significa que en ese centro sale el X% de lo que ingresó.
• Los números al lado de una flecha indican qué porcentaje de la entrada total del centro viene por esa vía.

Modelos y Optimización I

Indicamos la capacidad de producción de cada centro

Centro	Capacidad de producción (kg/h)
1	30
2	25
3	25
4	30

Como el fertilizante común se vende en frascos de 1 kilo y el especial se vende en bolsas de 1/4 kilo, hay un centro de empaque en el cual trabajan 8 operarios cada uno de los cuales empaqa 10 kg de producto por hora de trabajo.

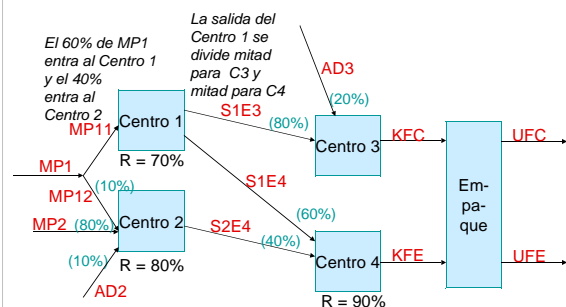
Modelos y Optimización I

Disponibilidades, demandas, precios y costos

- **MP1**
Costo: 2,5 \$/KG. Disponibilidad: 5000 Kg./sem.
- **MP2**
Costo: 3 \$/KG. Disponibilidad: 6000 Kg./sem.
- **ADITIVO**
Costo: 8 \$/KG. Disponibilidad: 1000 Kg./sem.
- **Fertilizante Común**
P.Vta.: 10 \$/un. Demanda: 200 un/sem.
- **Fertilizante Especial**
P.Vta.: 5 \$/un. Demanda: 300 un/sem.
- **Horas hombre (centro de empaque)**
Las HH normales se pagan 6 \$/hh, las extras a 9 \$/hh.

Modelos y Optimización I

Veamos las variables a utilizar



Modelos y Optimización I

Definición de variables:

- **MPi**: cantidad comprada de Materia prima i (kg/sem)
- **MP1j**: cantidad de Materia prima 1 que ingresa al centro j (kg/sem)
- **ADj**: cantidad de aditivo que ingresa al centro j (kg/sem)
- **SiEj**: cantidad de producto semielaborado que sale del centro i para ingresar al centro j.
- **KFi**: cantidad fabricada de fertilizante tipo i (kg/sem)
- **UFi**: cantidad de unidades de fertilizante tipo i a vender (un/sem)

Modelos y Optimización I

Por cada centro vamos a plantear:

- **Relación Entrada/Salida (E/S):**
$$CTEdeMerma * \sum_i Entrada_i Ck = \sum_i Salida_i Ck$$
- **Mezcla a la entrada:**
$$CTEdePorcdeienk * \sum_i Entrada_i Ck = Entrada_i Ck$$
- **Mezcla a la salida:**
$$CTEdePorcdeienk * \sum_i Salida_i Ck = Salida_i Ck$$
- **Capacidad productiva:** (suponiendo que se mide a la entrada)
$$CTEdeHsporKgCk * \sum_i Entrada_i Ck \leq CapHSCk$$

Nota: las que empiezan con CTE son constantes

Modelos y Optimización I

No olvidar...

- Leer la clase por página web para la clase que viene

Modelos y Optimización I