

# Algorytmy minimalizacji stochastycznej

Dariusz Marecik, Michał Szymocha

## Wprowadzenie

### Cel i zakres projektu:

Celem projektu jest przeprowadzenie statystycznego porównania działania wybranych algorytmów minimalizacji stochastycznej. Do porównania wybraliśmy:

- Pure Random Search (PRS)
- Algorytm Genetyczny (GA).

Porównanie odbywa się na dwóch funkcjach z pakietu smooof, dla różnych liczby wymiarów (2, 10 i 20), co daje łącznie 6 przypadków testowych. Wybraliśmy poniższe funkcje:

- Rosenbrock
- Rastrigin

### Opis algorytmów stochastycznych

#### Pure Random Search (PRS)

Pure Random Search (PRS) to prosty algorytm minimalizacji stochastycznej, w którym losujemy zadaną liczbę punktów z rozkładem jednostajnym w określonej dziedzinie. W każdym kroku algorytmu generowany punkt jest porównywany z dotychczas znalezionym minimum. Jeśli wartość funkcji minimalizowanej w nowo wylosowanym punkcie jest mniejsza niż wartość w dotychczasowym minimum, nowy punkt zostaje zapisany jako aktualne minimum. Proces ten trwa do wyczerpania określonego budżetu, którym jest liczba wywołań funkcji celu. PRS charakteryzuje się prostotą implementacji, jednak jego skuteczność jest ograniczona w przypadku bardziej złożonych funkcji, ponieważ nie wykorzystuje on żadnych informacji o strukturze przestrzeni poszukiwań.

#### Algorytm Genetyczny (GA)

Algorytm Genetyczny (GA) to metaheurystyczny algorytm minimalizacji, inspirowany procesami ewolucji biologicznej, takimi jak selekcja naturalna, rekombinacja (krzyżowanie) i mutacja. Proces rozpoczyna się od wygenerowania początkowej populacji osobników (punktów w przestrzeni poszukiwań). Każdy osobnik reprezentuje potencjalne rozwiązanie, którego jakość oceniana jest za pomocą funkcji celu. W kolejnych iteracjach algorytmu populacja ewoluje poprzez wybór osobników o najlepszej wartości funkcji celu, ich rekombinację w celu generowania nowego potomstwa oraz wprowadzenie mutacji, aby zwiększyć różnorodność rozwiązań. Proces ewolucji trwa do wyczerpania budżetu, określonego przez liczbę wywołań funkcji celu. Algorytmy genetyczne są szczególnie efektywne w problemach złożonych i nieliniowych, ponieważ potrafią eksplorować przestrzeń rozwiązań w sposób globalny, unikając lokalnych minimów. W projekcie GA został zaimplementowany przy użyciu pakietu GA, z powodu utrudnionego dostępu do wyznaczone biblioteki ECR na systemie Linux. (PO PROSTU NIE DZIAŁA)

## Opis funkcji testowych

### Rosenbrock

Funkcja Rosenbrocka, znana jako “dolina Rosenbrocka”, jest popularnym benchmarkiem w optymalizacji. Jej globalne minimum wynosi 0 i znajduje się w punkcie  $(1, 1, \dots, 1)$ . Funkcja charakteryzuje się wąską, zakrzywioną doliną, co utrudnia szybkie znalezienie globalnego minimum. Definicja funkcji w  $n$ -wymiarach to:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100 \cdot (x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2]$$

Ze względu na swoją strukturę, jest używana do oceny wydajności algorytmów w trudnych problemach optymalizacyjnych.

### Rastrigin

Funkcja Rastrigina to popularny benchmark w optymalizacji globalnej, charakteryzujący się wieloma lokalnymi minimami. Jej globalne minimum wynosi 0 i znajduje się w punkcie  $(0, 0, \dots, 0)$ . Jest definiowana w  $n$ -wymiarach jako:

$$f(x) = 10n + \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i))$$

Ze względu na swoją oscylacyjną strukturę, jest wyzwaniem dla algorytmów optymalizacyjnych, które muszą unikać lokalnych minimów.

## Wyniki pomiarów

### Funkcja Rosenbrock\_\_2d

#### GA

- Średnia: 0.0246065
- Wartość najmniejsza:  $2.0361 \times 10^{-5}$
- Wartość największa: 0.2815323
- Mediana: 0.0042782
- Dolny kwartył:  $9.6274121 \times 10^{-4}$
- Górny kwartył: 0.0207542

#### PRS

- Średnia: 0.7472938
- Wartość najmniejsza: 0.0264504
- Wartość największa: 2.3924535
- Mediana: 0.4929515
- Dolny kwartył: 0.221293
- Górny kwartył: 1.0838599

### Funkcja Rosenbrock\_\_10d

#### GA

- Średnia: 102.7551188
- Wartość najmniejsza: 5.9334309

- Wartość największa: 682.3892996
- Mediana: 69.8368475
- Dolny kwartyl: 36.7293012
- Górny kwartyl: 111.867342

#### PRS

- Średnia:  $3.000722 \times 10^4$
- Wartość najmniejsza: 4116.0078415
- Wartość największa:  $6.7788187 \times 10^4$
- Mediana:  $2.8025006 \times 10^4$
- Dolny kwartyl:  $1.9680001 \times 10^4$
- Górny kwartyl:  $3.8676392 \times 10^4$

### Funkcja Rosenbrock\_20d

#### GA

- Średnia: 964.8414041
- Wartość najmniejsza: 83.0257481
- Wartość największa: 7494.7065502
- Mediana: 248.9352929
- Dolny kwartyl: 173.2056705
- Górny kwartyl: 1207.8152358

#### PRS

- Średnia:  $2.9250712 \times 10^5$
- Wartość najmniejsza:  $1.0097122 \times 10^5$
- Wartość największa:  $5.0922991 \times 10^5$
- Mediana:  $2.9738649 \times 10^5$
- Dolny kwartyl:  $2.2719546 \times 10^5$
- Górny kwartyl:  $3.5659767 \times 10^5$

### Funkcja Rastrigin\_2d

#### GA

- Średnia: 0.0059422
- Wartość najmniejsza:  $5.6566932 \times 10^{-8}$
- Wartość największa: 0.1503336
- Mediana:  $7.7853724 \times 10^{-5}$
- Dolny kwartyl:  $1.4463824 \times 10^{-5}$
- Górny kwartyl:  $3.201276 \times 10^{-4}$

#### PRS

- Średnia: 1.4936875
- Wartość najmniejsza: 0.0042266
- Wartość największa: 4.202294
- Mediana: 1.3118562
- Dolny kwartyl: 1.0034629
- Górny kwartyl: 2.035082

## Funkcja Rastrigin\_10d

### GA

- Średnia: 5.3121154
- Wartość najmniejsza: 0.037286
- Wartość największa: 42.2986843
- Mediana: 4.2855773
- Dolny kwartyl: 2.7980357
- Górny kwartyl: 5.8180442

### PRS

- Średnia: 87.0533517
- Wartość najmniejsza: 64.9193336
- Wartość największa: 108.9725507
- Mediana: 88.0245081
- Dolny kwartyl: 81.0069904
- Górny kwartyl: 93.8689654

## Funkcja Rastrigin\_20d

### GA

- Średnia: 18.0182363
- Wartość najmniejsza: 1.8383741
- Wartość największa: 91.0584983
- Mediana: 11.9074694
- Dolny kwartyl: 9.53786
- Górny kwartyl: 18.4658752

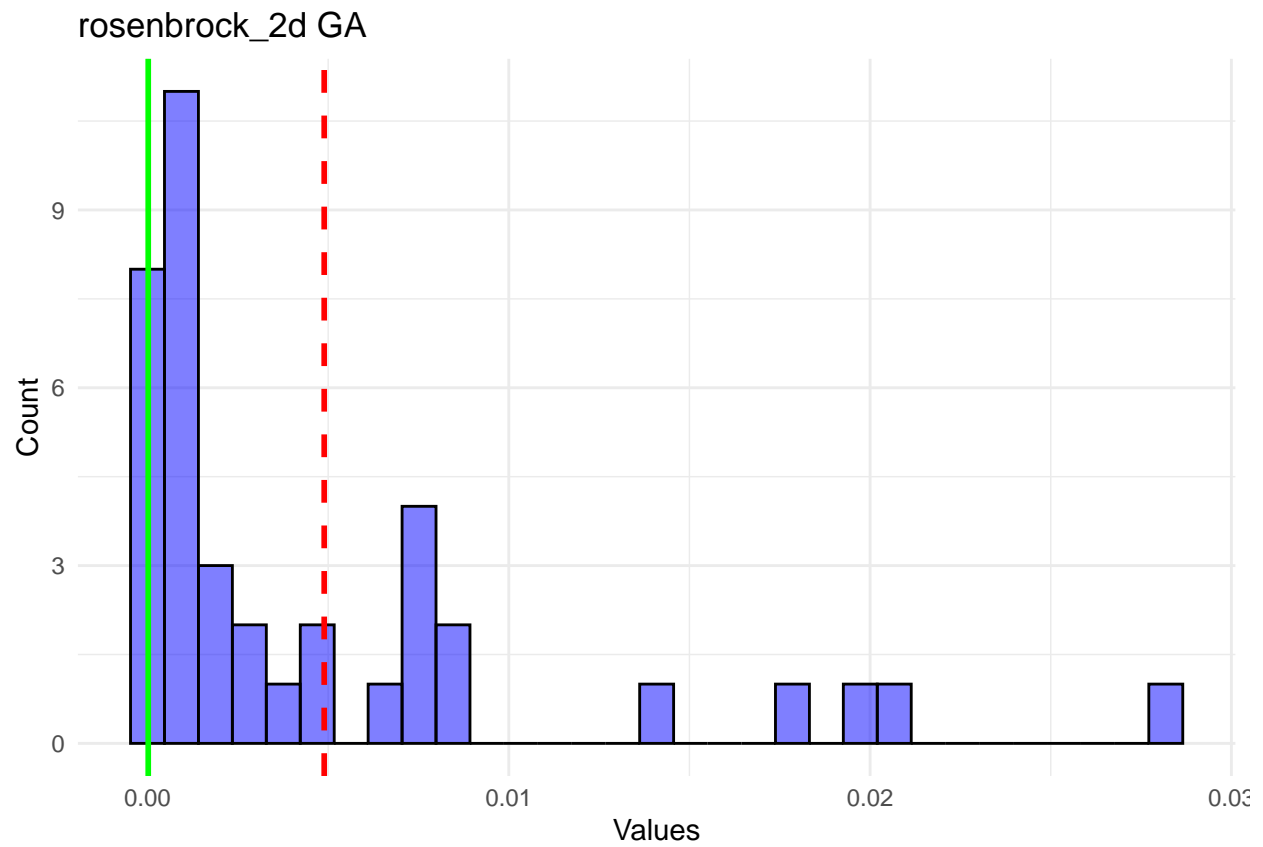
### PRS

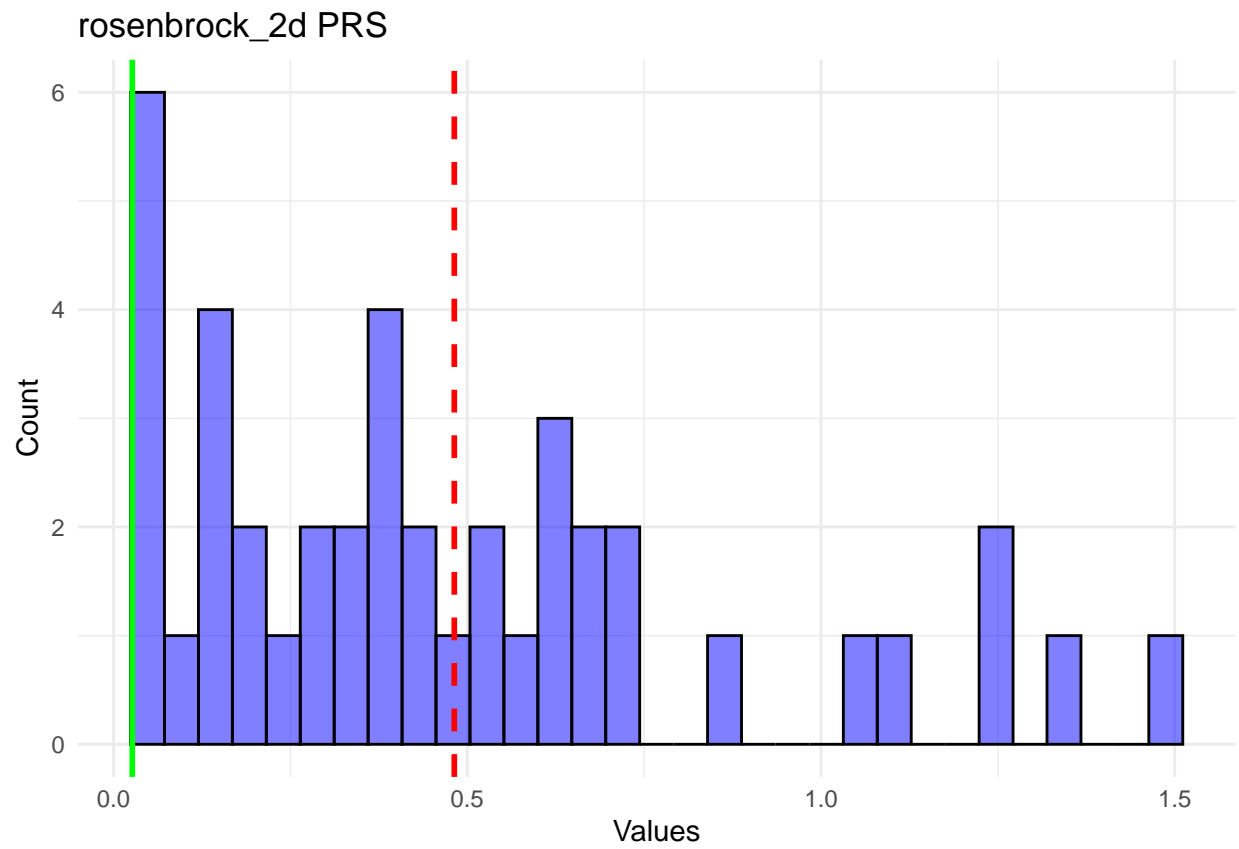
- Średnia: 228.5783509
- Wartość najmniejsza: 187.1793928
- Wartość największa: 264.2321925
- Mediana: 229.3263855
- Dolny kwartyl: 220.4200153
- Górny kwartyl: 241.2600743

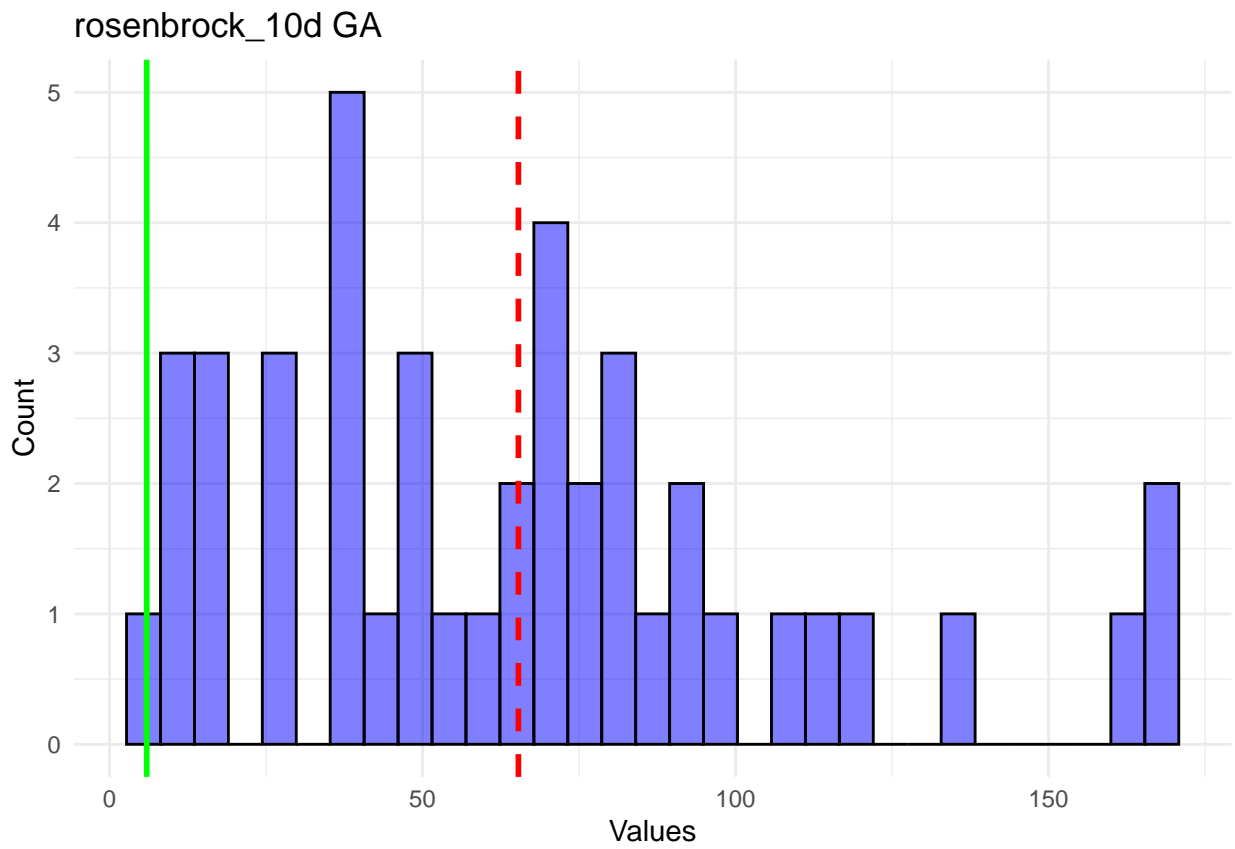
# Wykresy

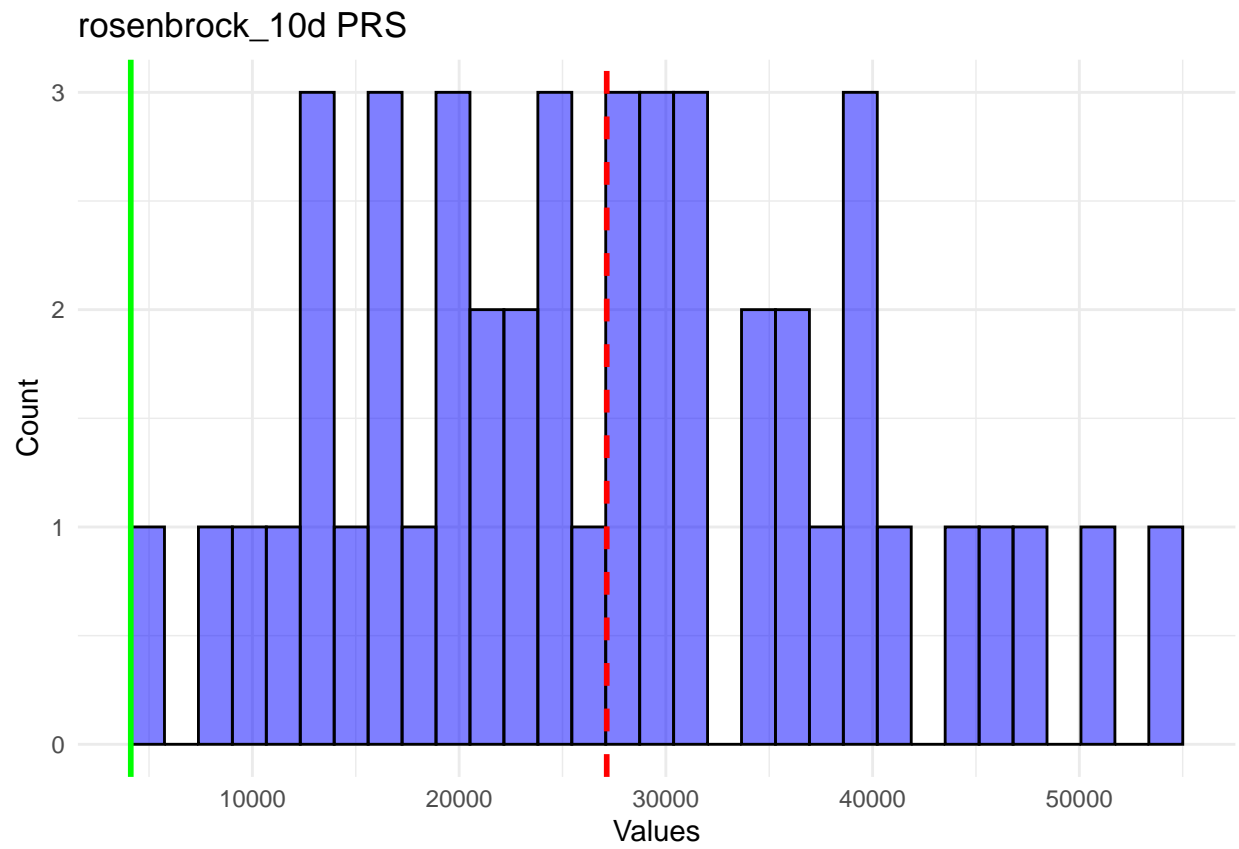
## Histogramy

Funkcja Rosenbrock

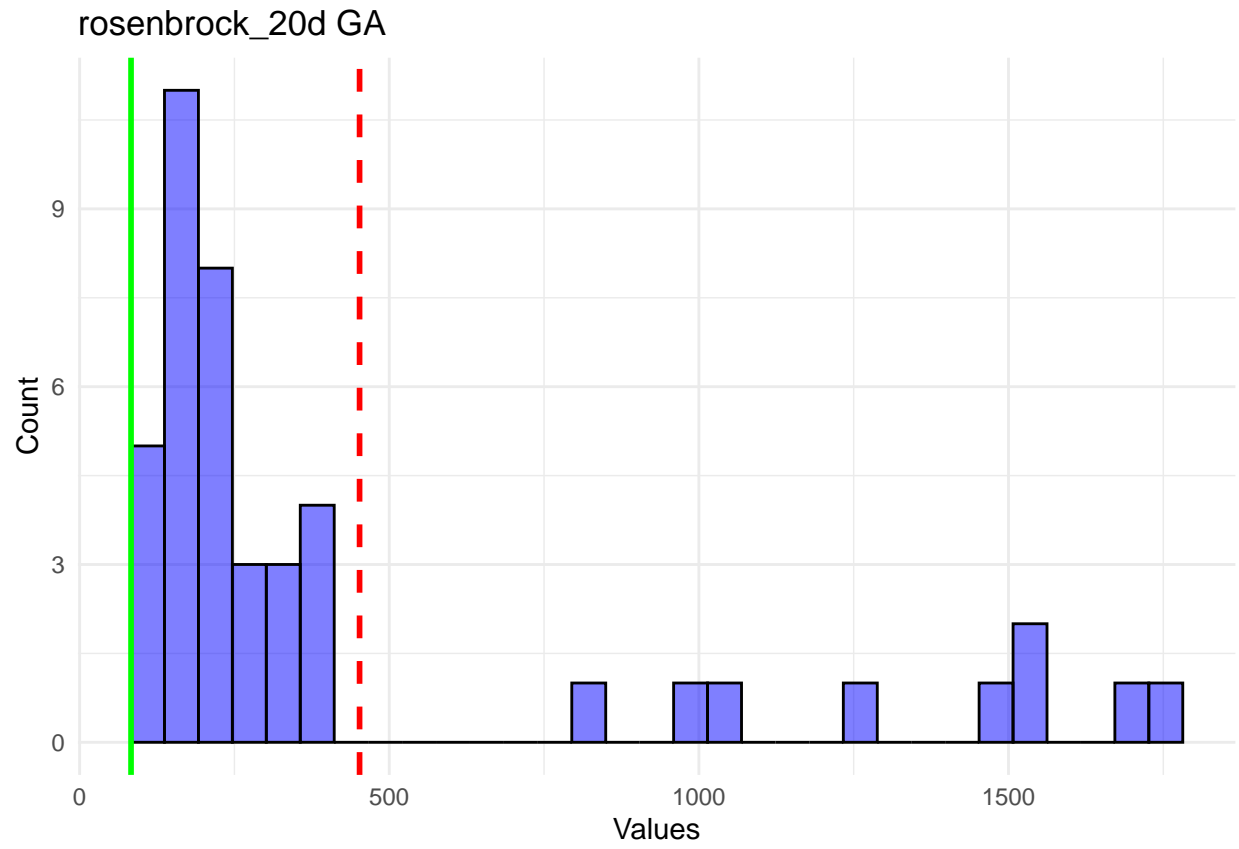


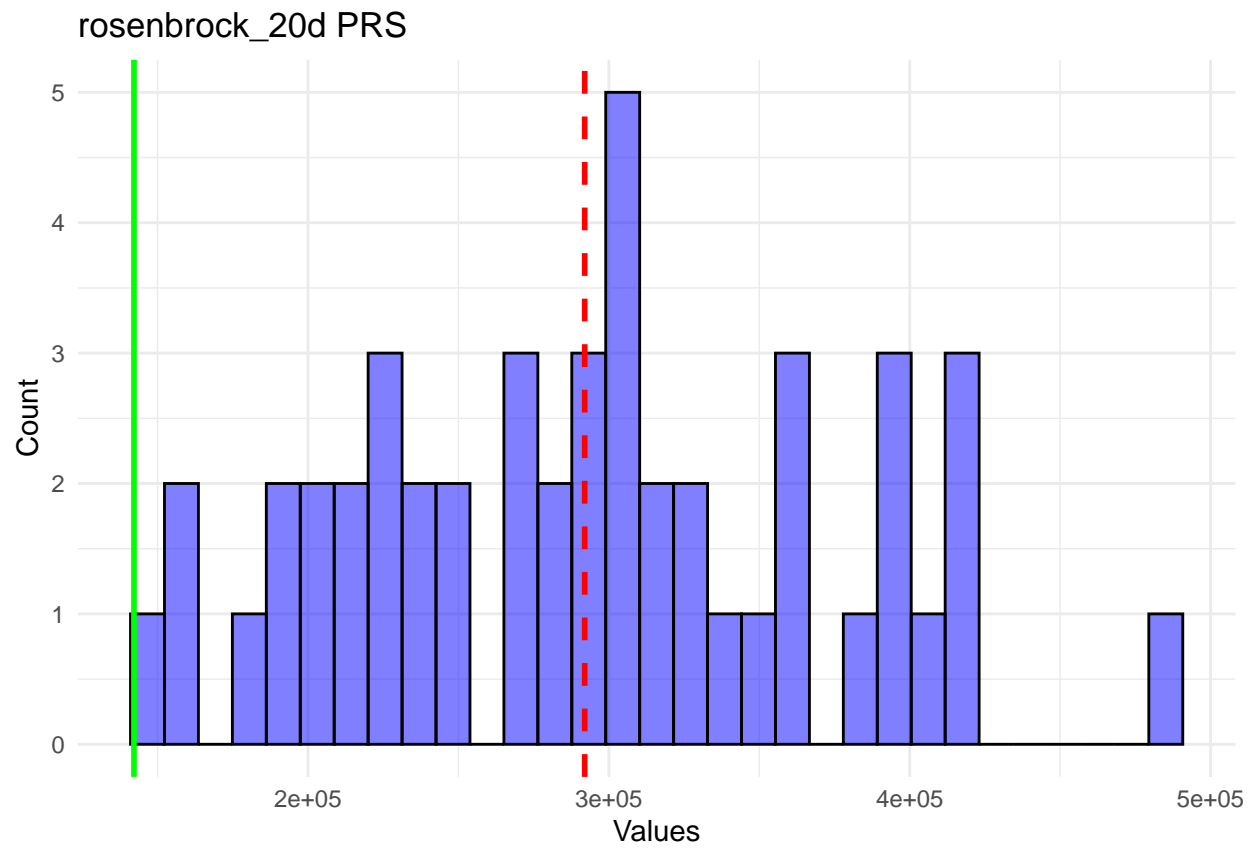




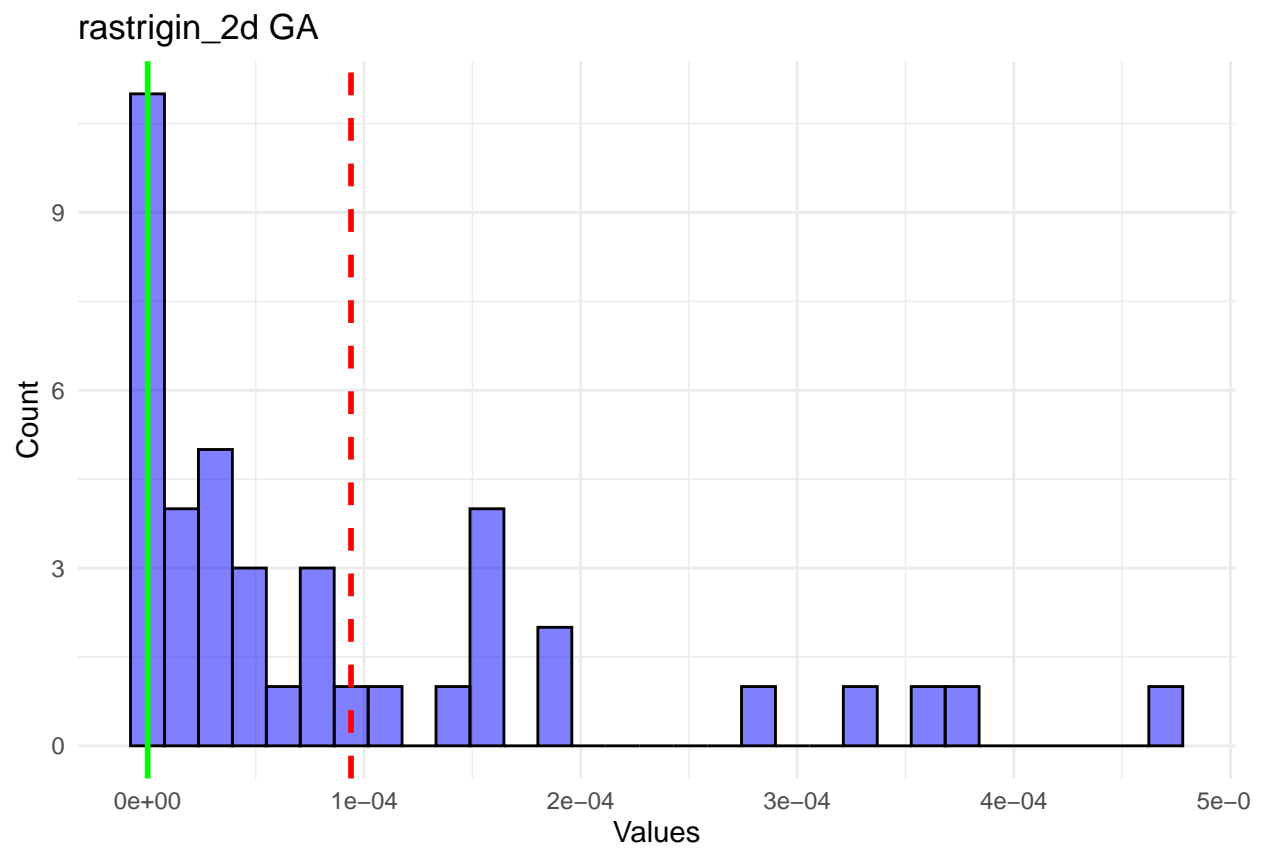


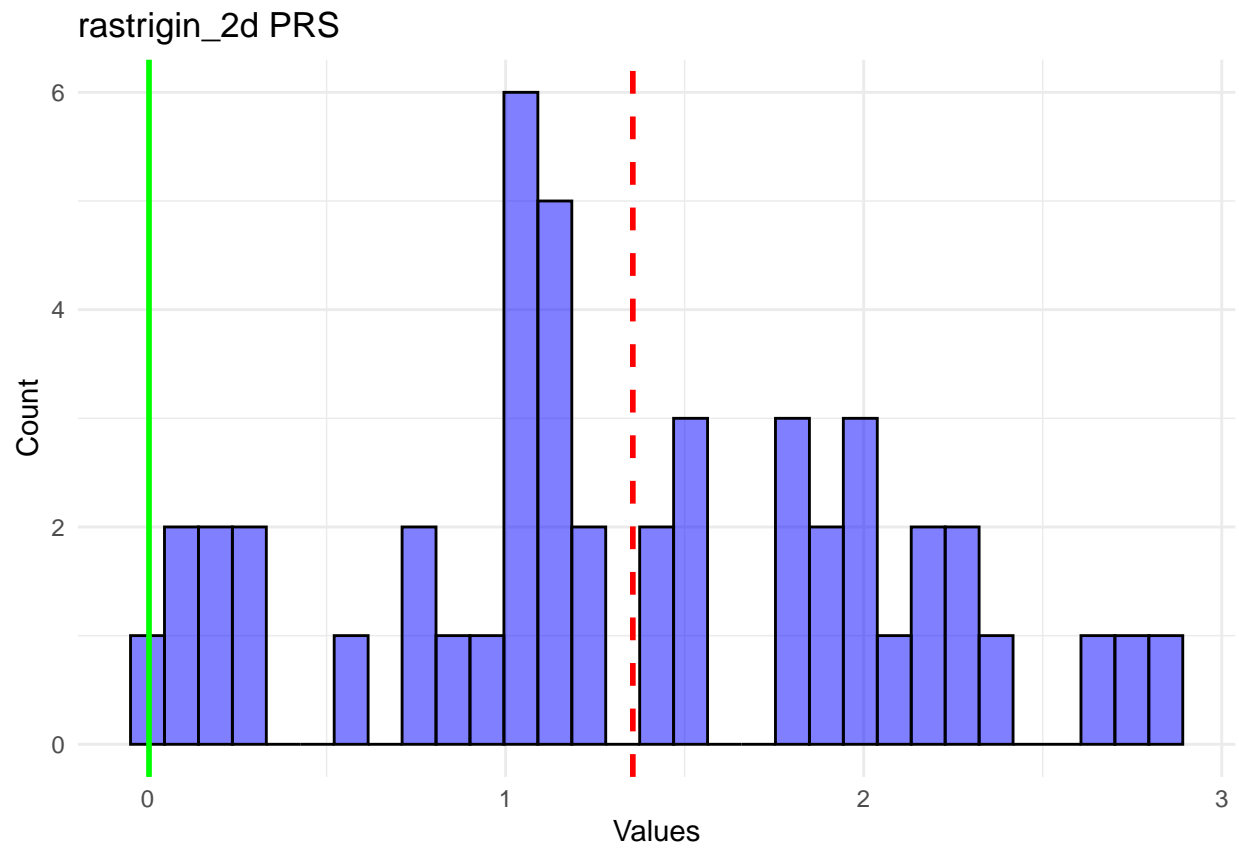


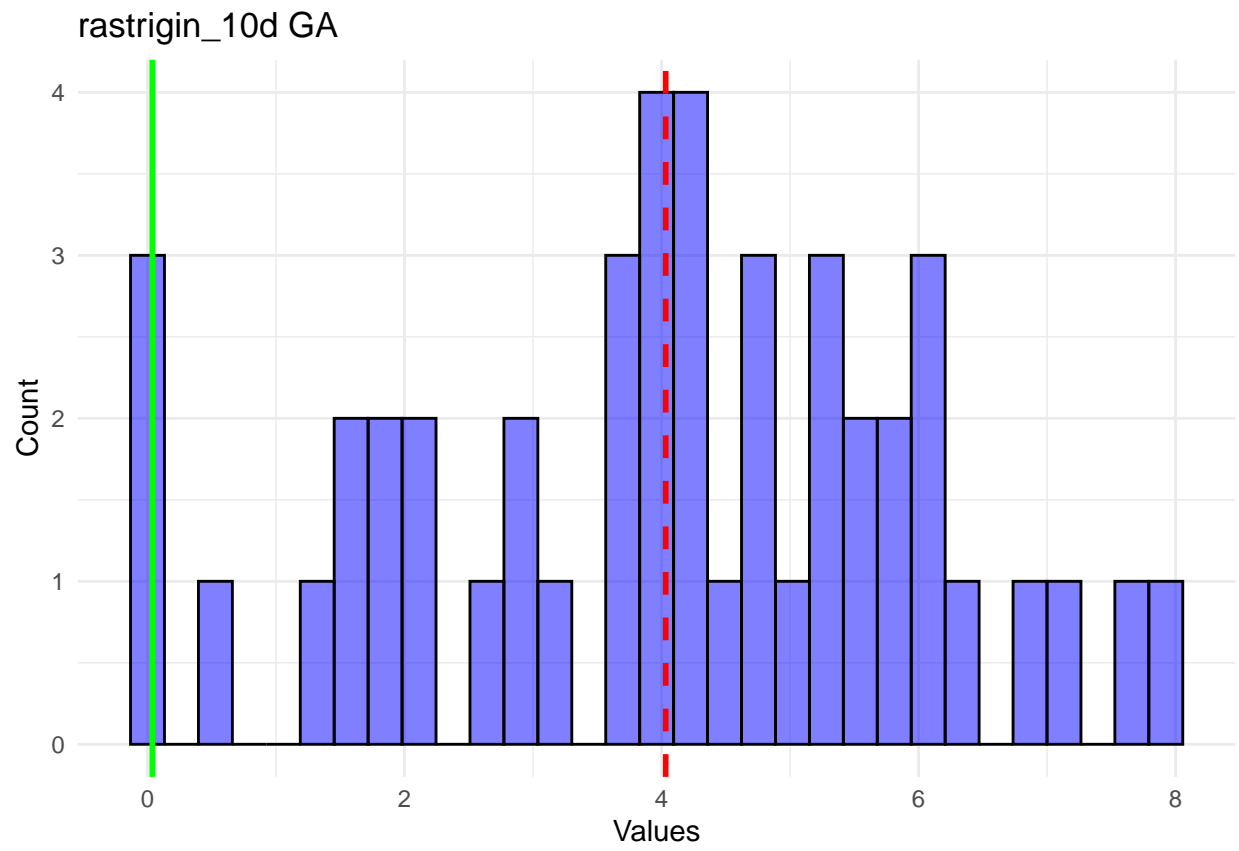


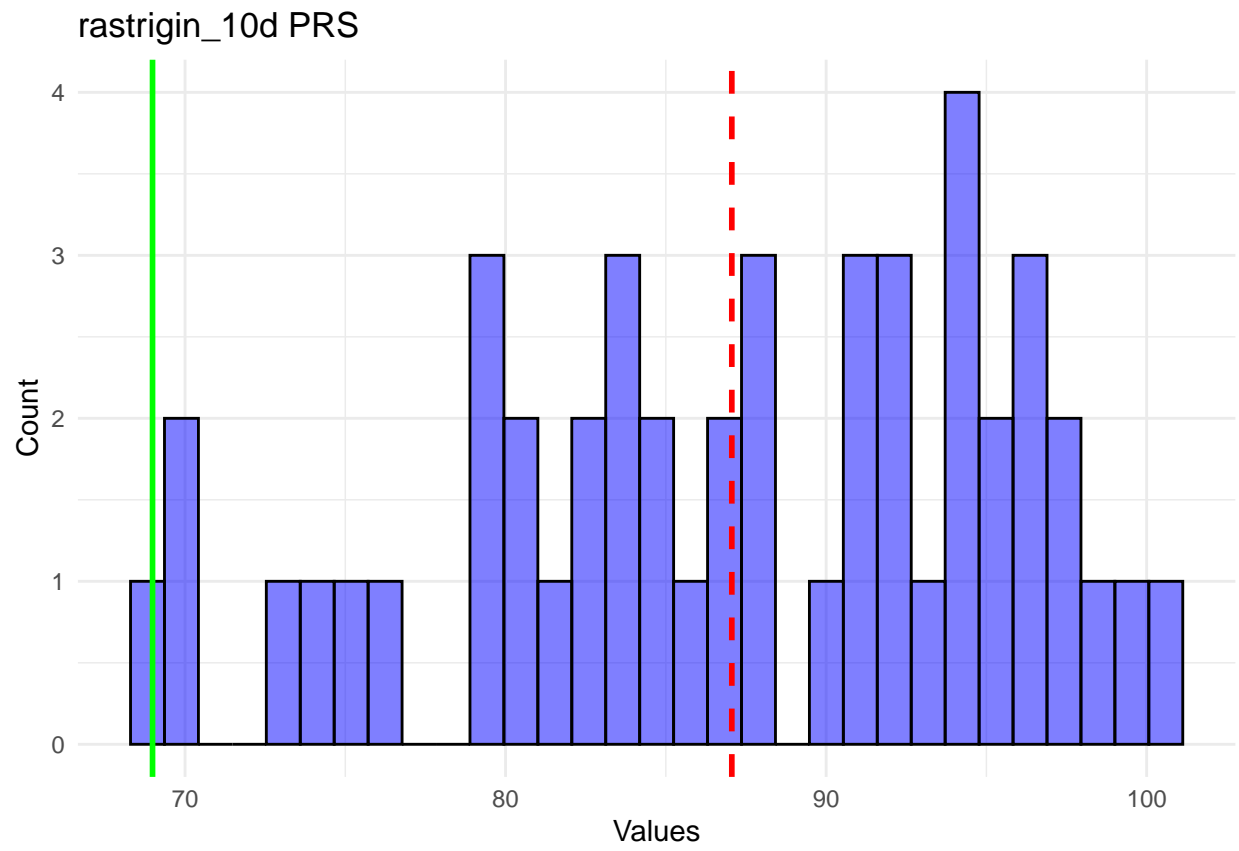


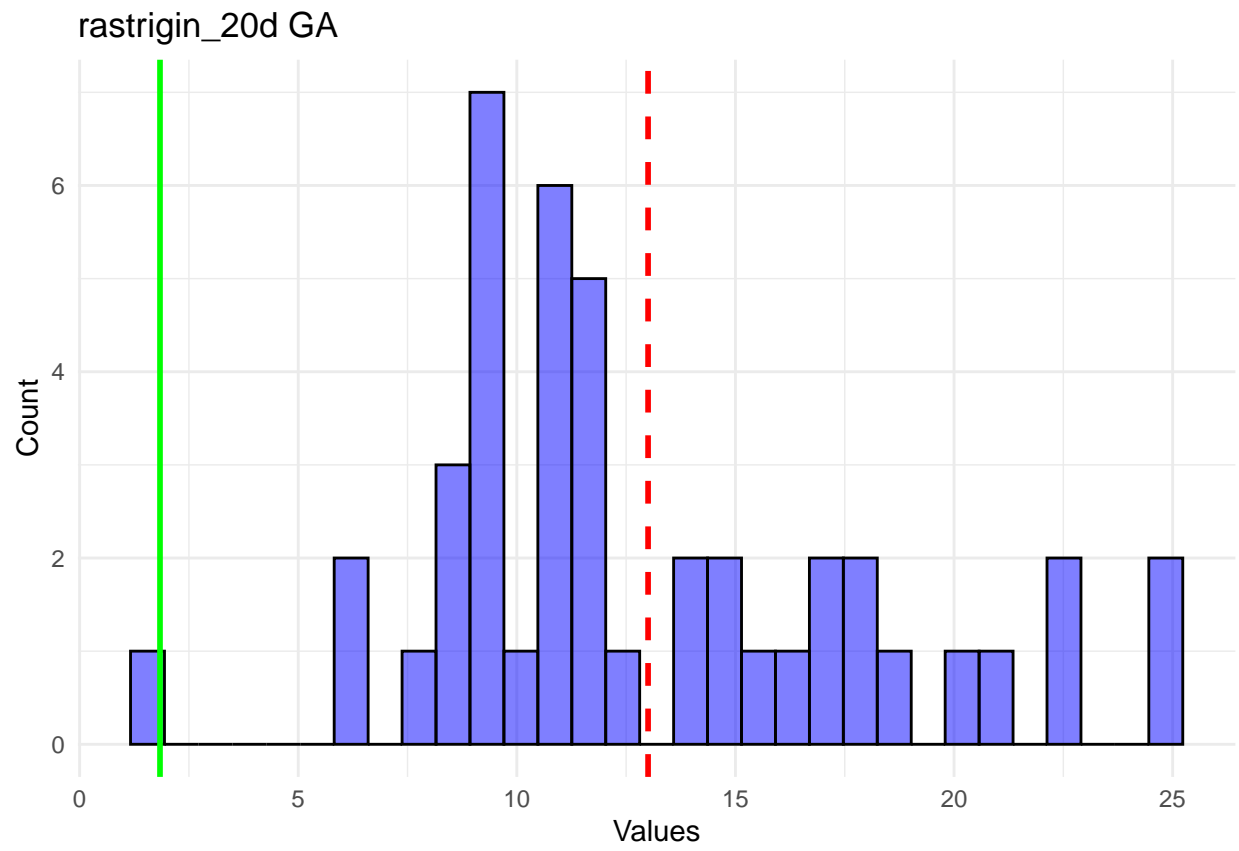
## Funkcja Rastrigin

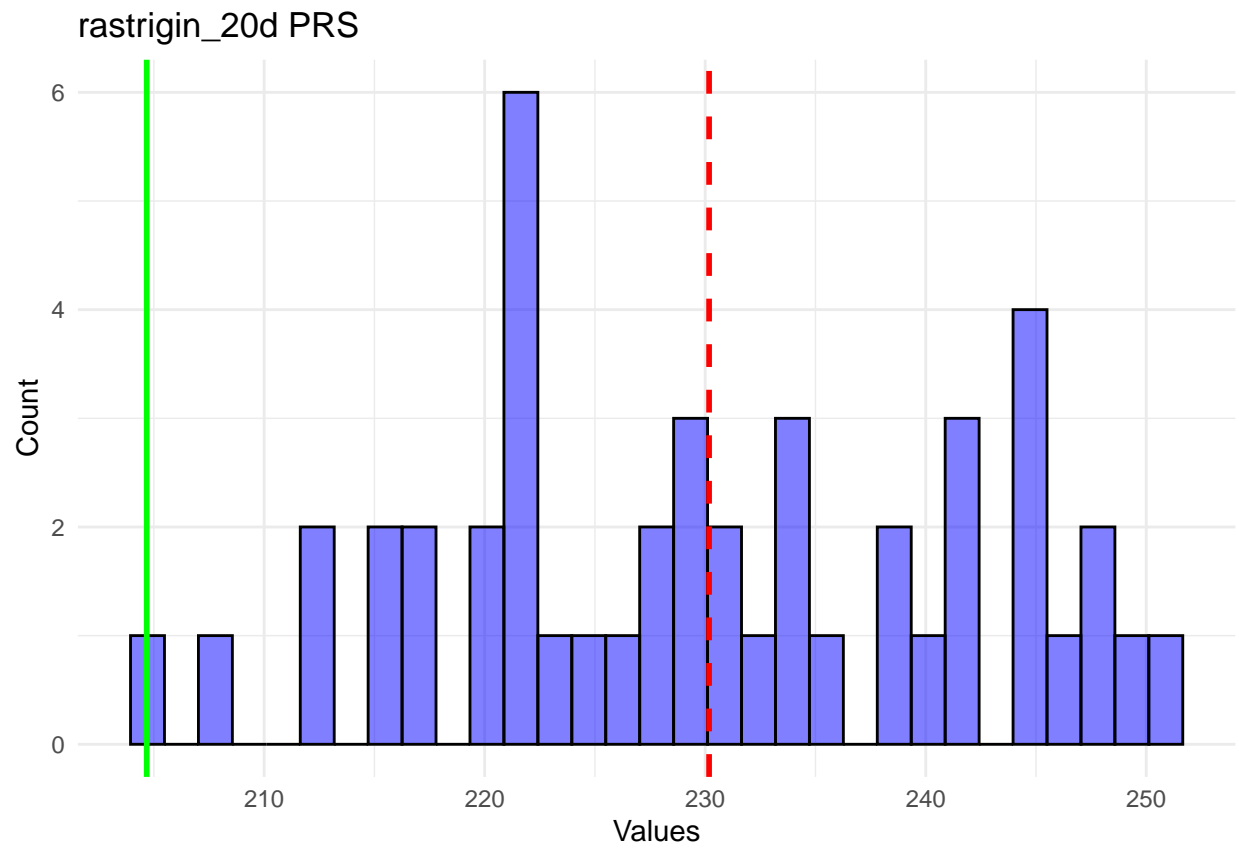








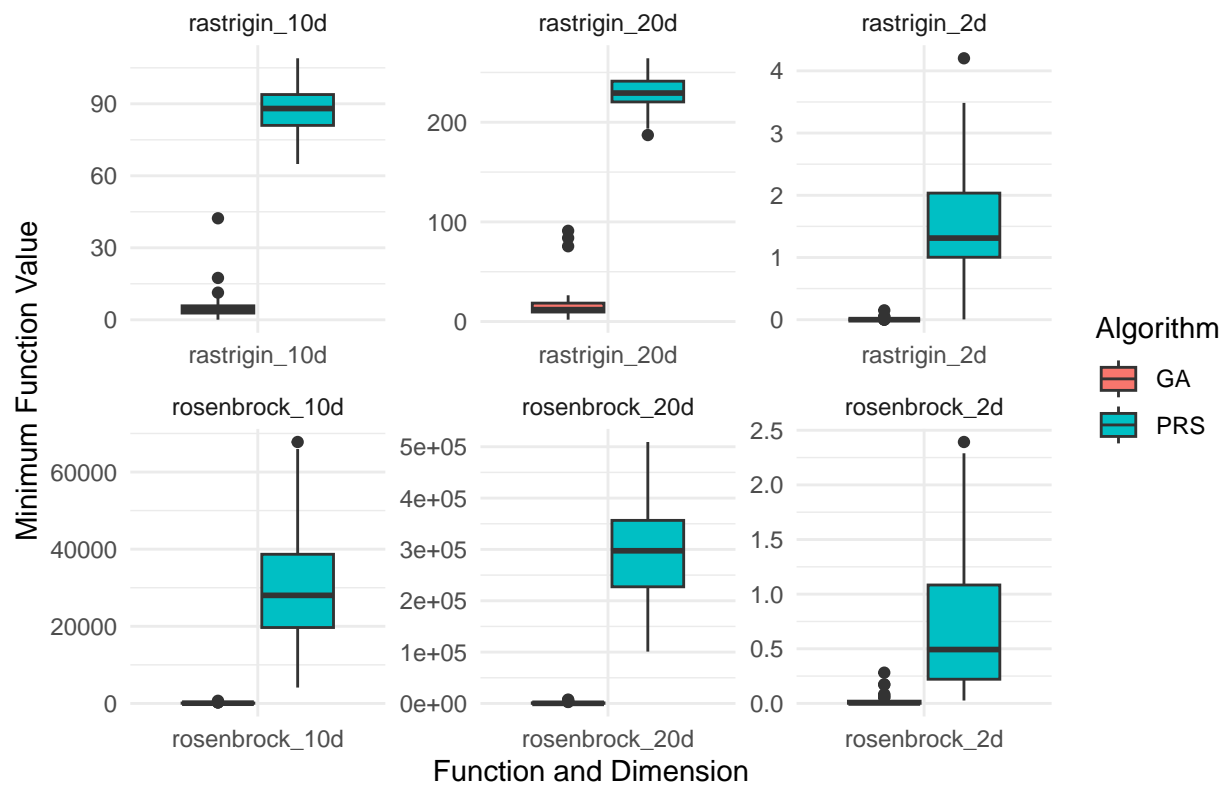






## Wykresy pudełkowe

### Comparison of PRS and GA on Rosenbrock and Rastrigin Functions



## Porównanie czasowe

opcjonalne

## Testy statystyczne

Hipotezą zerową dla każdego testu była równość średnich dla obu algorytmów stochastycznych

### Funkcja Rosenbrock\_2d

```
##
## Paired t-test
##
## data: rb2PRS and rb2GA
## t = 7.202, df = 49, p-value = 3.229e-09
## alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  0.5210363 0.9243382
## sample estimates:
## mean difference
##      0.7226872
```

### Funkcja Rosenbrock\_10d

```
##
```

```
## Paired t-test
##
## data:  rb10PRS and rb10GA
## t = 14.072, df = 49, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  25633.80 34175.12
## sample estimates:
## mean difference
##      29904.46
```

#### Funkcja Rosenbrock\_20d

```
##
## Paired t-test
##
## data:  rb20PRS and rb20GA
## t = 23.272, df = 49, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  266366.9 316717.7
## sample estimates:
## mean difference
##      291542.3
```

#### Funkcja Rastrigin\_2d

```
##
## Paired t-test
##
## data:  ra2PRS and ra2GA
## t = 11.446, df = 49, p-value = 1.888e-15
## alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  1.226532 1.748958
## sample estimates:
## mean difference
##      1.487745
```

#### Funkcja Rastrigin\_10d

```
##
## Paired t-test
##
## data:  ra10PRS and ra10GA
## t = 52.656, df = 49, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  78.62164 84.86083
## sample estimates:
## mean difference
##      81.74124
```

#### Funkcja Rastrigin\_20d

```
##
## Paired t-test
##
## data: ra20PRS and ra20GA
## t = 60.812, df = 49, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## 203.6020 217.5182
## sample estimates:
## mean difference
## 210.5601
```