

```
--> M = [1 0 0 1 0;
> 1 0 0 0 0;
> 1 1 0 0 0;
> 0 0 1 0 1;
> 0 0 1 0 0];
```

Figura 1

1. [0.8] Considere o código *Scilab*, apresentado na Figura 1, relativo à matriz de adjacência de um grafo. Podemos afirmar que o grafo:

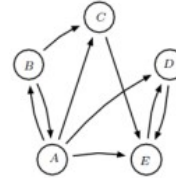
- ☐ é de Hamilton ☐ é semi-Hamiltoniano
☐ não é nem semi-Hamiltoniano nem Hamiltoniano ☐ não é fortemente conexo



OU

2. [1.0] Relativamente ao grafo apresentado ao lado, A, B, C, E, D, A:

- ☐ é um circuito de Hamilton ☐ é um caminho de Hamilton
☐ não é caminho ☐ nenhuma das anteriores



Ps: tem uma pergunta sobre caminhos

5. Considere que a letra A corresponde a 0, a letra B corresponde a 1, e assim sucessivamente até à letra Z que corresponde a 25. Considere ainda um sistema RSA com $a = 13$ e $m = 43 \times 59 = 2537$ e os outputs do Scilab:

<pre>--> pmodulo(1904,2537) ans = 1904. --> pmodulo(1904^13,2537) ans = 0. --> pmodulo(194^13,2537) ans = -7.037D+13</pre>	<pre>--> x=194; x_new=1; --> for k=1:13 > x_new=pmodulo(x*x_new,2537); > end --> x_new x_new = 1077.</pre>	<pre>--> x=1904; x_new=1; --> for k=1:13 > x_new=pmodulo(x*x_new,2537); > end --> x_new x_new = 1723.</pre>
---	---	--

Podemos afirmar que:

5.1. [0.8] a encriptação de "TE" é:

- ☐ "RX" ☐ "BFCD" ☐ "BAFF" ☐ "AA"

5.2. [0.8] sabendo que $b = 937$ é a chave privada, a descriptação da mensagem "1206" consiste em calcular:

- ☐ $1206^{937} \bmod 2537$ ☐ $937^{1206} \bmod 2537$ ☐ $1206^{937} \bmod 2536$ ☐ $937^{1206} \bmod 2536$

4. Com base no fragmento de código *Scilab* abaixo, podemos afirmar que:

```
--> factor(55), factor(150), factor(539), factor(1287)
ans =
5. 11.
ans =
2. 3. 5. 5.
ans =
7. 7. 11.
ans =
3. 3. 11. 13.
```

4.1 [1.0] mdc(150, 1287) é:

- ☐ 3 ☐ 5 ☐ 11 ☐ nenhuma das anteriores

4.2 [1.0] não são primos entre si:

- ☐ 55, 150 e 539 ☐ 55, 539 e 1287 ☐ 150, 539 e 1287 ☐ 150 e 539

4.3 [1.0] existe o inverso de 539 modulo:

- ☐ 55 ☐ 150 ☐ 1287 ☐ nenhuma das anteriores

5. [1.0] Um inverso de 3 modulo 7 é:

2

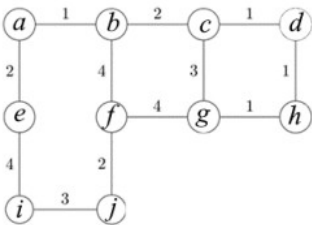
3

4

5

7.2 [1.5] Usando o Algoritmo de *Kruskal*, determine uma árvore geradora de custo mínimo do grafo, e indique o seu comprimento.

Observação: Apresente a sua resolução na tabela abaixo.



8 [1.5] Determine, recorrendo ao Algoritmo de Euclides, os inteiros s e t (coeficientes de Bézout) tais que $\text{mdc}(234,48) = 234 \times s + 48 \times t$, e se possível, indique o inverso de 48 mod 234.

$$162 \cdot t + 372 \cdot t$$

9 [1.5] Resolva, se possível, a congruência $9x \equiv 3 \pmod{11}$.

10 [1.5] Escreva a sequência de números pseudo-aleatórios gerada por $x_{n+1} = (5x_n + 7) \pmod{11}$ com raiz $x_0 = 7$.

11 Considere a função de encriptação $f(n) = (10n + 1) \pmod{29}$ e ainda as correspondências seguintes:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	_	#	@
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28

11.1 [1.0] Encripte a mensagem "HASH".

11.2 [1.0] Escreva a função de desencriptação f^{-1} , sabendo que 3 é o inverso de 10 módulo 29.

11.1 Encriptar "WIFI" $f(n) = (15n+1) \bmod 29$

11.2 Desincriptar "FIZ"

- $F \rightarrow 5$
- $I \rightarrow 8$
- $Z \rightarrow 25$

2. Aplicar a função de descriptação:

A função de descriptação é:

$$E^{-1}(y) = 2(y-1) \bmod 29 \quad E^{-1}\{y\} = 2(y-1) \bmod 29 \quad E^{-1}(y) = 2(y-1) \bmod 29$$

Para F \rightarrow 5:

$$E^{-1}(5) = 2(5-1) \bmod 29 = 2 \times 4 = 8 \bmod 29 = 8 \quad E^{-1}\{5\} = 2(5-1) \bmod 29 = 2 \times 4 = 8 \bmod 29 = 8$$

Para I \rightarrow 8:

$$E^{-1}(8) = 2(8-1) = 2 \times 7 = 14 \bmod 29 = 14 \quad E^{-1}\{8\} = 2(8-1) = 2 \times 7 = 14 \bmod 29 = 14$$

Para Z \rightarrow 25:

$$E^{-1}(25) = 2(25-1) = 2 \times 24 = 48 \bmod 29 = 48 - 29 = 19 \quad E^{-1}\{25\} = 2(25-1) = 2 \times 24 = 48 \bmod 29 = 48 - 29 = 19$$

3. Converter os números de volta para letras:

- $8 \rightarrow I$
- $14 \rightarrow O$
- $19 \rightarrow T$

 **Resultado da descriptação de "FIZ":**

IOT