

## 数学物理方程 第一次作业

第一题，计算下列式子（4分）。

$$(1) \int_0^3 (5x-2)\delta(2-x)dx \quad (2) \int_{-1}^1 \cos x \delta(-2x)dx$$

$$(3) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \delta(\sin x)dx \quad (4) \int_0^{\infty} \phi(x)\delta(x^2-a^2)dx$$

第二题，具有第一类间断点，分段连续可导函数  $f(x) = \begin{cases} f_1(x) & x < x_0 \\ f_2(x) & x > x_0 \end{cases}$ ,

$h = f_2(x_0) - f_1(x_0)$ ，证明

$$\frac{df(x)}{dx} = \begin{cases} \frac{df_1(x)}{dx} & x < x_0 \\ \frac{df_2(x)}{dx} & x > x_0 \end{cases} + h\delta(x-x_0) \quad (2 \text{ 分})$$

第三题，设  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$ ，求解  $\frac{df}{dx}, \frac{df^2}{dx^2}, \frac{df^3}{dx^3}$ 。（3分）

第四题，证明在球坐标下，

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = \delta(r - r_0)\delta(\cos\theta - \cos\theta_0)\delta(\phi - \phi_0) / r^2。$$

（1分）

第五题，计算下列函数的广义傅里叶变换（10分），

$$(1) \sin x$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} \sin x & x < 0 \\ \cos x & x > 0 \end{cases}$$

$$(3) \quad \text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$$(4) \quad f(x) = 1/x$$