

05 Logistic Regression

1) 极大似然法

$$C = \underset{C \in \mathcal{C}}{\operatorname{argmax}} P(d|C) P(C)$$

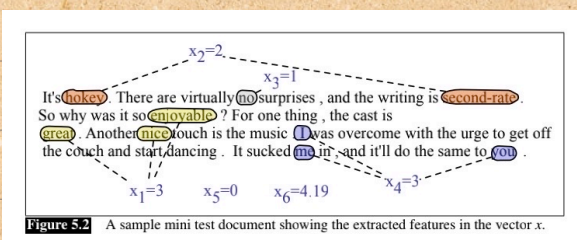
目标分类 = 使概率取最大时的目标分类

$P(d|C)P(C)$ 是事件在 C 条件下达到 d 结果的概率。

2) Logistic 函数

$$\begin{cases} P(y=1) = \frac{1}{1 + e^{-(wx+b)}} \\ P(y=0) = \frac{e^{-(wx+b)}}{1 + e^{-(wx+b)}} \end{cases}$$

3) 例 1:



- 从文章中摘取特征得到 x .
- 然后利用 $w\vec{x}+b$ 极值化
- 输入到 Sigmoid 函数中, 进行判定

所以, 从文本中抽取得到 x 是很麻烦的, 也是关键。

4) 信息与信息熵

信息是用来描述消除不确定性能力的量。

信息越大, 获得信息后, 不确定性消除的就越大

$$I(x) = -\log p(x)$$

事件的发生, 并非完全是无法捉摸的纯随机事件。

而是携带着某种信息/动向

信息熵是对整个事件(而非其某一次观察)的描述。

它是对事件的评价, 不是对某次事件结果的评价。

5) 相对熵(KL散度)

对于同一个随机变量 x 的两个单独的分佈 $p(x)$ 和 $q(x)$ 。

用此描述两个概率分佈的差异

$$D_{KL}(p||q) = \sum_{i=1}^n p(x_i) \log \left(\frac{p(x_i)}{q(x_i)} \right)$$

KL散度越小, 两分佈越接近

可用作目标函数训练两个相似的分佈

6) 交叉熵

$$\begin{aligned} D_{KL}(p||q) &= \sum_{i=1}^n p(x_i) \log p(x_i) - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log q(x_i) \\ &= -H(p(x_i)) + \underbrace{\left[-\sum_{i=1}^n p(x_i) \log q(x_i) \right]}_{\text{交叉熵}} \end{aligned}$$

7) 多元 logistic regression

$$\text{softmax}(z_i) = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j=1}^k e^{z_j}} \quad 1 \leq i \leq k$$

对于输入向量 $z = [z_1, z_2, \dots, z_k]$

$$\text{softmax}(z) = \left[\frac{e^{z_1}}{\sum_{j=1}^k e^{z_j}}, \frac{e^{z_2}}{\sum_{j=1}^k e^{z_j}}, \dots, \frac{e^{z_k}}{\sum_{j=1}^k e^{z_j}} \right]$$