扫描转换

ray@mail.buct.edu.cn

2017/10/18

内容

- 光栅图形
- 直线的扫描转换
  - 数值微分法
  - 中点画线法
  - Bresenham算法

光栅图形

- 光栅显示器
  - 可以看作是一个象素矩阵，在光栅(Raster)显示器上显示的任何一个图形，实际上都是一些具有一种或多种颜色和灰度象素的集合。
- 光栅图形对一个具体的光栅显示器来说，象素个数是有限的，象素的颜色和灰度等级也是有限的，象素是有大小的，所以光栅图形只是近似的实际图形。
  - 光栅显示器上显示的图形，称之为光栅图形。
  - 如何使光栅图形最完美地逼近实际图形，便是光栅图形学要研究的内容。

- 图形的扫描转换
  - 确定最佳逼近图形的象素集合，并用指定的颜色和灰度设置象素的过程称为图形的扫描转换(Scan Conversion)或光栅化(Rasterization)。
- 光栅化问题
  - 对于一维图形，在不考虑线宽时，用一个象素宽的直线或曲线来显示图形。
  - 二维图形的光栅化必须确定区域对应的象素集，将各个象素设置成指定的颜色和灰度，也称之为区域填充(Fill)。

- 图形光栅化后，显示在屏幕上的一个窗口里，超出窗口的部分不予显示。确定一个图形的哪些部分在窗口内，必须显示；哪些部分落在窗口之外，不予显示，这需要对图形进行裁剪(Clipping)。
- 在光栅图形中，非水平和垂直的直线用象素集合表示时，会呈锯齿状，这种现象称之为走样(Aliasing)；用于减少或消除走样的技术称为反走样(Anti-Aliasing)。

直线的扫描转换

- 直线
  - 数学上的直线是没有宽度、由无数个点构成的集合。
  - 光栅显示器只能近似地显示直线。
- 直线的扫描转换
  - 当我们对直线进行光栅化时，需要在显示器有限个象素中，确定最佳逼近该直线的一组象素，并且按扫描线顺序，对这些象素进行写操作，这个过程称为直线的扫描转换。
    - 数值微分法 (DDA line algorithm)
    - 中点画线法 (Midpoint line algorithm)
    - Bresenham算法(Bresenham's line algorithm)

数值微分法

- 分析
  - 设过端点$P_0(x_0, y_0)$、$P_1(x_1, y_1)$的直线段为$L(P_0, P_1)$，
  - 斜率 $$k = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$
  - L的起点P_0的横坐标x_0向L的终点P_1的横坐标x_1步进，取步长=1(个象素)，用L的直线方程$y=kx+b$计算相应的y坐标，并取象素点$(x, \mathrm{round}(y))$作为当前点的坐标。

$$y_{i+1}=kx_{i+1}+b$$
$$=kx_i+b+k\Delta x$$
$$=y_i+k\Delta x$$

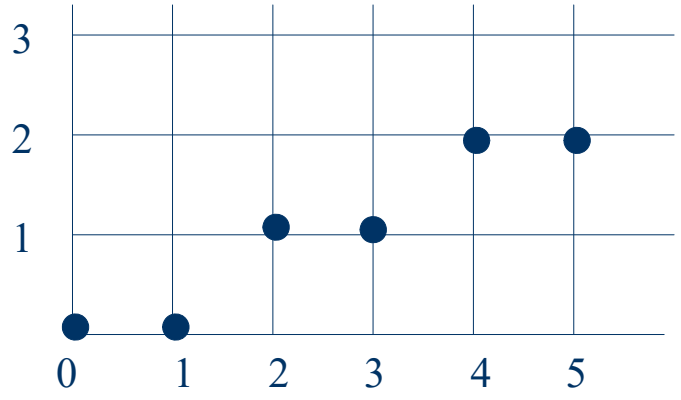
- 当$\Delta x=1$时$y_{i+1}=y_i+k$。
- 也就是说，当x每递增1，y递增k(即直线斜率)。

- DDA画线算法程序

```
void DDALine(int x0,int y0,int x1,int y1,int color)
{ int x；
  float dx, dy, y, k；
  dx = x1-x0；  dy=y1-y0；
  k=dy/dx；y=y0；
  for (x=x0；x< x1；x++)
  { drawpixel (x, int(y+0.5), color);
      y=y+k;
  }
```

- 举例
  - 连接两点P_0（0,0）和P_1（5,2）的直线段

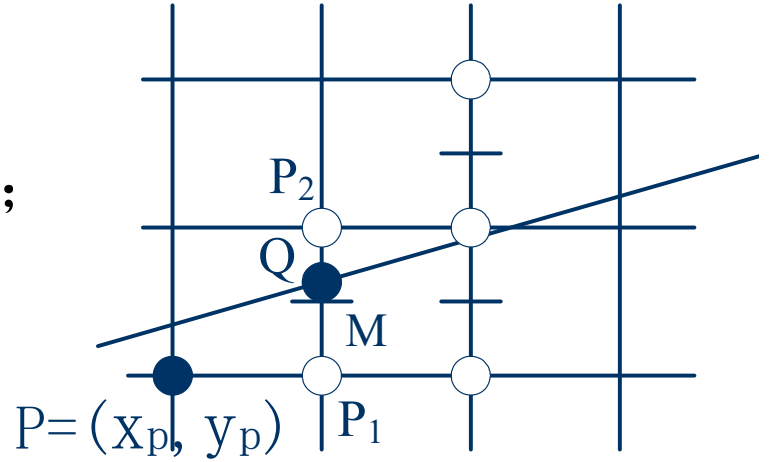
x	int(y+0.5)	y+0.5
0	0	0
1	0	0.4+0.5
2	1	0.8+0.5
3	1	1.2+0.5
4	2	1.6+0.5



- 算法分析
  - 上述分析的算法仅适用于$|k| \leqslant 1$的情形。
  - 在这种情况下，x每增加1,y最多增加1。
  - 当 $|k| > 1$时，必须把x，y地位互换，y每增加1，x相应增加$1/k$。
  - 在这个算法中，y与k必须用浮点数表示，而且每一步都要对y进行四舍五入后取整，这使得它不利于硬件实现。

中点画线法

- 分析
  - 假定直线斜率k在0~1之间，当前象素点为（x_p,y_p），则下一个象素点有两种可选择点
    - P_1（x_p+1, y_p）或P_2（x_p+1, y_p+1）。
  - 设P_1与P_2的中点（x_p+1, y_p+0.5）称为M，Q为直线与x=x_p+1垂线的交点。
  - 当M在Q的下方时，则取P_2应为下一个象素点；
  - 当M在Q的上方时，则取P_1为下一个象素点。



- 过点(x_0,y_0)、$(x_1,\ y_1)$的直线段L的方程式为
  - $F(x, y)=ax+by+c=0$
  - 其中，$a=y_0-y_1$, $b=x_1-x_0$, $c=x_0y_1-x_1y_0$,
- 欲判断中点M在Q点的上方还是下方，只要把M代入F（x，y），并判断它的符号即可。
- 为此，我们构造判别式:
  - $d=F(M)=F(x_p+1, y_p+0.5)=a(x_p+1)+b(y_p+0.5)+c$
  - 当$d<0$时，M在L(Q点)下方，取P_2为下一个象素；
  - 当$d>0$时，M在L(Q点)上方，取P_1为下一个象素；
  - 当$d=0$时，选P_1或P_2均可，约定取P_1为下一个象素。

- d是x_p, y_p的线性函数，可采用增量(Incremental)计算，提高运算效率。
  - 若当前象素处于$d>=0$情况，则取正右方象素$P_1(x_p+1, y_p)$,要判再下一个象素位置，应计算
    - $d_1=F(x_p+2, y_p+0.5)=a(x_p+2)+b(y_p+0.5)+c=d+a$
    - 增量为a
  - 若$d<0$时，则取右上方象素$P_2(x_p+1, y_p+1)$。要判断再下一象素，则要计算
    - $d_2= F(x_p+2, y_p+1.5)=a(x_p+2)+b(y_p+1.5)+c=d+a+b$
    - 增量为$a+b$

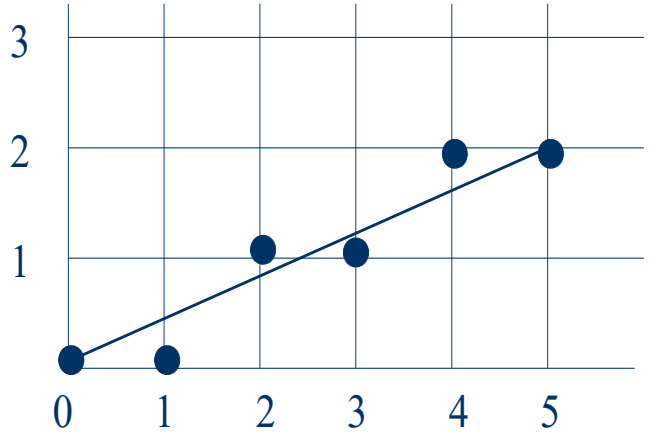
- 画线从(x_0, y_0)开始，d的初值
  - $d_0=F(x_0+1, y_0+0.5)=F(x_0, y_0)+a+0.5b$
  - 因为$F(x_0, y_0)=0$，所以$d_0=a+0.5b$
- 由于我们使用的只是d的符号，而且d的增量都是整数，只是初始值包含小数。因此，可以用$2d$代替d来摆脱小数。

- 中点画线法算法程序：

```
void Midpoint Line (int x0,int y0,int x1, int y1,int color)
{ int a, b, d1, d2, d, x, y；
  a=y0-y1； b=x1-x0；d=2*a+b；
  d1=2*a；d2=2* (a+b)；
  x=x0；y=y0；
  drawpixel(x, y, color);
  while (x<x1)
  { if (d<0) {x++； y++； d+=d2; }
    else     {x++； d+=d1;}
    drawpixel (x, y, color);
  } /* while */
} /* mid PointLine */
```

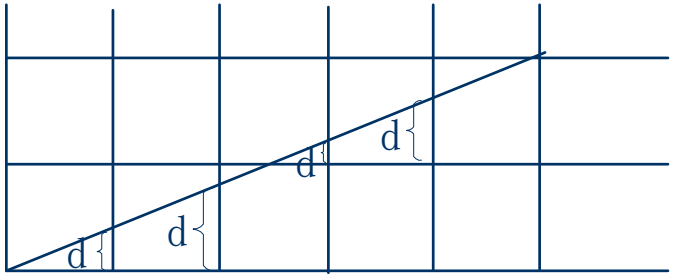
- 举例
  - 用中点画线方法扫描转换连接两点P_0（0, 0）和P_1（5, 2）的直线段。

x	y	d
0	0	1
1	0	-3
2	1	3
3	1	-1
4	2	5



Bresenham算法

- 分析
  - 设直线方程为
    - $y_{i+1}=y_i+k(x_{i+1}-x_i)+k$



  - 下一个象素的列坐标为x_i+1，而行坐标要么为y_i，要么递增1为y_i+1。
  - 误差项d的初值$d_0=0$，x坐标每增加1，d的值相应递增直线的斜率值k，即$d=d+k$。
  - 是否增1取决于误差项d的值。

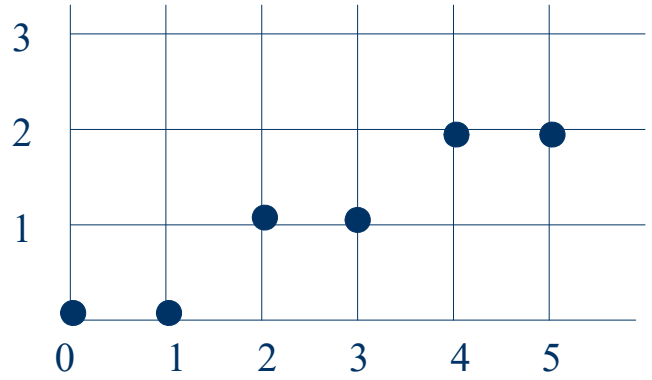
- 一旦$d \geqslant 1$，就把它减去1，这样保证d在0、1之间。
- 当$d \geqslant 0.5$时，直线与垂线$x=x_i+1$交点最接近于当前象素(x_i, y_i)的右上方象素(x_i+1, y_i+1)
- 当$d<0.5$时，更接近于右方象素(x_i+1, y_i)。
- 为方便计算，令$e=d-0.5$，e的初值为-0.5，增量为k。当$e \geqslant 0$时，取当前象素(x_i, y_i)的右上方象素(x_i+1, y_i+1)；而当$e<0$时，取(x_i, y_i)右方象素(x_i+1, y_i)。

- Bresenham画线算法程序：

```
void Bresenhamline (int x0,int y0,int x1, int y1,int color)
{ int x, y, dx, dy；
  float k, e;
  dx = x1-x0；dy = y1- y0；k=dy/dx；
  e=-0.5； x=x0；y=y0；
  for (i=0；i<dx；i++)
  { drawpixel (x, y, color);
    x++；e+=k;
    if (e>=0)
    { y++； e=e-1;}
  }
}
```

- 举例
  - 用Bresenham方法扫描转换连接两点P_0（0,0）和P_1（5,2）的直线段。

x	y	e
0	0	-0.5
1	0	-0.1
2	1	-0.7
3	1	-0.3
4	2	-0.9
5	2	-0.5



- 改进
  - 前面的Bresenham算法在计算直线斜率与误差项时用到小数与除法。
  - 可以改用整数以避免除法。
  - 由于算法中只用到误差项的符号，因此可将误差项替换为：

$$2*e*dx$$

- 改进后的Bresenham算法程序

```
void InterBresenhamline (int x0,int y0,int x1, int y1,int color)
{ dx = x1-x0,；dy = y1- y0,；e=-dx;
  x=x0；  y=y0;
  for (i=0; i<dx; i++)
  {drawpixel (x, y, color);
   x++；  e=e+2*dy;
   if (e>=0) { y++; e=e-2*dx;}
   }
}
```