Laboratorio 1

Conceptos básicos sobre Álgebra y Probabilidades

Fecha de asignación:	1 de Marzo, 2023	Fecha de entrega:	10 de Marzo, 2023
Grupos:	Individual	Profesor:	Jason Leitón Jiménez

1. Objetivo

Comprender de una manera práctica las diferentes técnicas matemáticas para analizar y resolver problemas en un contexto ingenieril, utilizando algún lenguaje de programación con el fin de implementar las soluciones.

2. Indicaciones

1. Para el siguiente laboratorio deberá ejecutar los pasos que se detallan en cada uno de los apartados, comprobando su ejecución con capturas de pantalla en el resultado del mismo. Esta información deberá estar en un documento PDF para cargarlo en Tecdigital según corresponda.
2. Se debe de realizar la guía de preguntas y adjuntar las soluciones junto con enunciados en el mismo documento del punto anterior.
3. La fecha de entrega será la indicada en este documento y debe ser de manera individual, a menos de que se indique lo contrario.
4. En caso de que el laboratorio necesite código fuente, este también debe de incorporarse como parte de la solución del mismo, ya que será evaluado.
5. Todo procedimiento debe realizarse con algún editor de texto, por ejemplo Latex, word, markdown, entre otros.
6. El laboratorio debe ser revisado por el profesor antes de la fecha de cargar los archivos (en caso de que se indique) , por lo que el estudiante será el encargado de mostrar su trabajo, en caso de que no lo haga la nota será cero. En modalidad virtual este punto no aplica.

3. Teoría

1. Indique cuáles son las condiciones para que un sistema sea considerado como lineal.
2. Investigue por qué es conveniente modelar los problemas con sistemas lineales.

3. Indique qué es un tensor y cómo se relaciona con los vectores.
4. Investigue la utilidad de la norma de Frobenius en Machine Learning .
5. Indique cómo se puede interpretar una matriz en términos de vectores, refiérase a la linealidad.

4. Analizando propiedades de los sistemas

4.1. Sistemas Lineales

1. Demuestre analíticamente si los siguientes sistemas son lineales o no lineales (Muestre todos los pasos). Considere a $u(t)$ como la entrada del sistema, mientras que $g(t)$ es la salida.

   a) $g(t) = u(t)^2$
   b) $g(t) = u(t^2)$
   c) $g(t) = u(t)\sin(5t)$
   d) $g(t) = 5u(t) + 6$
   e) $g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)$

2. Considere como base el código en Octave que se muestra en el listing 1, el cual realiza una comprobación sobre si un sistema es lineal o no. Verifique cada uno de los sistemas del punto anterior y compare el resultado con la demostración realizada en dicho punto (1). Además, grafique los resultados para observar el comportamiento de cada sistema y cual es el efecto de la escalación y superposición (Se desea obtener dos gráficas g y g3, según el código).

   Listing 1: Ejemplo para comprobar la linealidad de un sistema

```
t=0:1:5;
u1=sin(t);
u2=cos(t);
a=5;
b=10;
u= a.*u1 + b.*u2 # entrada del sistema au1(t)+bu2(t)
g= u # evaluacion del sistema con la entrada g(t)= u(t)

g1= a.*(u1)
g2= b.*(u2)
g3=g1+g2 # superposicion
```

```
result=round(g3-g) # se redondea
if result==0 # si la resta es cero es porque son iguales
    disp('Es un sistema lineal');
else
    disp('No es un sistema lineal');
end
```

3. Proponga dos sistemas diferentes al punto 1, tales que el primero sea lineal y el segundo no lo sea. Utilice el código anterior para demostrar la linealidad, además de las gráficas (similar al punto anterior).

4.2. Vectores

1. Demuestre que si dos vectores $\vec{x}, \vec{y}$ son paralelos, entonces se cumple $\vec{x} = k\vec{y}, k \in \mathbb{R}$

2. Dado los vectores $\vec{x} = \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{y} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -11 \end{pmatrix}$, encuentre de manera analítica el ángulo de separación, distancia l_2 y el vector unitario para cada uno de ellos

3. Grafique en Octave o Python en un solo gráfico ambos vectores.

4. Obtenga la ecuación de un plano f, cuyo vector normal sea perpendicular a los vectores del puntos 2 (utilice producto X), además dicho plano contiene los puntos $(3, 2, 6), (1, 2, 5)$.

5. Grafique el plano del punto anterior junto con su vector normal (en una misma gráfica).

6. Calcule el vector gradiente del plano y evalúelo en el punto (3,3).

4.3. Funciones multivariable

1. Para cada una de las siguientes funciones, grafique su superficie, calcule el vector gradiente de manera analítica, evalúelo en el punto que se solicita, además grafique dicho vector junto a la gráfica de superficie.

   a) $z = f(x, y) = \ln(x^2 - y^2)$, evalúe el gradiente en $(-6, 1)$ y $(4, -2)$

   b) $z = f(x, y) = e^{2x} + 3(y^2 - 9)$, evalúe el gradiente en $(0, 0)$ y $(5, -5)$

   c) $z = f(x, y) = (y^4 - x^2) - (x^{-2} + \sqrt{y})$, evalúe el gradiente en $(1, 5)$ y $(5, -1)$

   d) $z = f(x, y) = 4x^3 - 5(y^2 - x)^2$, evalúe el gradiente en $(2, 2)$ y $(3, -8)$

4.4. Matrices

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -4 & -7 \end{pmatrix}$ calcule los eigen vectores y eigen valores de manera analítica, posteriormente utilice la función $eig(A)$ para obtener la matriz de los autovalores y los auto vectores

4.5. Probabilidad y estadística

1. Genere un set de datos aleatorio que consista en 4 variables (h_1, h_2, h_3, h_4) con 20 muestras cada una. Muestre la matriz con las 20 muestras.
2. Obtenga el valor esperado de cada una de las variables utilizando las funciones de Octave.
3. Obtenga la matriz de covarianza sin utilizar la función. Puede utilizar la función *cov*
4. Explique cuales de las variables se relacionan más y cuales se relacionan menos.