TD1 Ondes

Exercise 1 : Ondes progressive

Montrer que $a(x,t) = f(x-ct) - f(x+ct)$ est solution de l'équation d'Alembert : $\dfrac{\partial^2 a}{\partial x^2} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 0.$

En considérant $a(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct)$ comme solution de l'équation, on applique les changement de variables suivant : $u = x - ct$ et $v = x + ct$

Ainsi on développe:

$$\begin{cases} \frac{\partial a}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = f'(u) + g'(v) \\ \frac{\partial a}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial g}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = -cf''(u) + cg''(v) \end{cases}$$

Soit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 a}{\partial x^2} = f''(u) \cdot \dfrac{\partial u}{\partial x} + g''(v) \cdot \dfrac{\partial v}{\partial x} = f''(u) + g''(v) \\ \dfrac{\partial^2 a}{\partial t^2} = -cf''(u) \cdot \dfrac{\partial u}{\partial t} + cg''(v) \cdot \dfrac{\partial v}{\partial t} = c^2 \left(g''(v) + f''(u)\right) \end{cases}$$

On retrouve alors $f''(u) + g''(v) - \dfrac{1}{c^2} \cdot c^2 \left(f''(u) + g''(v)\right) = 0$
Ce qui est bien solution de l'équation d'Alembert.

Exercise 2 : Relation de dispersion

En considérant une onde plane progressive monochromatique (OPPM) en notation complexe, retrouver la relation de dispersion caractéristique de l'équation d'Alembert $\omega = kx$.