Chapter 21 电荷

一、中英对照

Charge 电荷

Coulomb's law 库仑定律

Conductors 导体

Insulators 绝缘体

二、公式

1、真空介电常数 $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} C^2/N \cdot m^2$

2、库仑定律 $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$

3、球壳定理：**球壳内部**的电场强度为0，**球壳外部**的电场强度等效于点电荷的电场强度。

4、电荷 $q = ne$，$e = 1.602 \times 10^{-19} C$

Chapter 22 静电场

一、中英对照

Electric field 电场

electric dipole 电偶极子

electric dipole moment 电偶极矩

二、公式

1、电场定义 $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q}$，单位为牛顿/库仑（N/C）

2、点电荷的电场 $\vec{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q}{r^2}\hat{r}$

3、电偶极子的电场 $\vec{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{2\vec{p}}{z^3}$

- $\vec{p}$ 是电偶极矩，$\vec{p}=q\vec{d}$，方向由负电荷指向正电荷。
- z是**电偶极子延长线上某一点**到电偶极子中心的距离。

4、带电圆环的电场强度 $E=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{qz}{(z^2+R^2)^{3/2}}$

- 推导方法：设圆环电荷线密度为 λ，$dq=\lambda ds$，z 是圆环中心到点P的距离
- 以圆环所在平面为准，电场的竖直分量 $dE\cos\theta$ 有效，水平分量相互抵消
  - $cos\theta=\dfrac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}$，$r=\sqrt{z^2+R^2}$
  - $dE=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{dq}{r^2}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lambda ds}{r^2}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lambda ds}{z^2+R^2}$
  - $E=\displaystyle\int_0^{2\pi R}dE\cos\theta=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qz}{(z^2+R^2)^{3/2}}$

5、带电圆盘的电场强度 $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\dfrac{z}{\sqrt{z^2+R^2}})$

- 推导方法：将圆盘分为无穷多个圆环，$dq=\sigma dA=\sigma 2\pi r dr$

6、电偶极子的扭矩 $\vec{\tau}=\vec{p}\times\vec{E}$

7、电偶极子的电势能 $U=-\vec{p}\cdot\vec{E}$

Chapter 23 高斯定理

一、中英对照

Gauss's law 高斯定理

Flux 通量

Gaussian surface 高斯面

Line of charge 线电荷

二、公式

1、（电场）通量定义 $\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$，单位为 $N \cdot m^2/C$

2、高斯定理 $\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{enc}$

- 即为 $\varepsilon_0 \Phi = q_{enc}$

3、孤立有空腔导体的外部电场 $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

- σ 是导体表面的电荷密度
- 内部电场为0

4、无限长线电荷在r处的电场 $E = \dfrac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$

5、面电荷电场 $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

- 两个面电荷的电场叠加 $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

6、球壳电场

1. $E = 0 \ (r < R)$
2. $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{q}{r^2} \ (r > R)$

7、均匀带电**球体**电场

1. $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{q}{R^3} r \ (r < R)$

2. $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\ (r > R)$，等效于点电荷

Chapter 24 电势

一、中英对照

Electric potential 电势

Potential difference 电势差

Equipotential surfaces 等势面

二、公式

1、电势 $V=\dfrac{U}{q}$，单位为伏特 V

2、电势差 $\Delta V=\dfrac{\Delta U}{q}=\dfrac{-W}{q}$

3、电场中的电势差 $V_f-V_i=-\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s}$

4、点电荷的电势 $V=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q}{r}$

5、多个点电荷在某一点的电势 $V=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\dfrac{q_i}{r_i}$

- 电势是标量，可以直接相加。

6、电偶极子的电势 $V=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{p\cos\theta}{r^2}$

- 其中电偶极矩 $p=qd$

7、连续电荷分布的电势 $V=\int dV=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\dfrac{dq}{r}$ （基本公式）

1. 线电荷： $V=\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\dfrac{L+\sqrt{L^2+d^2}}{d}\right)$
2. 带电圆盘： $V=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\sqrt{z^2+R^2}-z)$

- 建议看书上的推导过程。

8、由电势计算电场强度 $E_s=-\dfrac{\partial V}{\partial s}$

- $E_x=-\frac{\partial V}{\partial x}, E_y=-\frac{\partial V}{\partial y}, E_z=-\frac{\partial V}{\partial z}$

9、点电荷的电势能 $U=W=q_2V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r}$

Chapter 25 电容

一、中英对照

Capacitance 电容

二、公式

1、电容 $C=\frac{q}{V}$，单位为法[拉]（F）

2、平行板电容器 $C=\frac{\varepsilon_0 A}{d}$

3、圆柱形电容器 $C=2\pi\varepsilon_0\frac{L}{\ln(b/a)}$

- a是内半径，b是外半径，L是柱体长度。

4、球形电容器 $C=4\pi\varepsilon_0\frac{ab}{b-a}$

- a是内半径，b是外半径。

5、孤立球形导体的电容 $C=4\pi\varepsilon_0 R$

- 令球形电容器的 $a=R$，$b\to\infty$，得到该公式

6、电容并联 $C_{eq}=\sum_{i=1}^{n}C_i$

7、电容串联 $\frac{1}{C_{eq}}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}$

8、平行板电容器存储的能量 $U=\frac{q^2}{2C}=\frac{1}{2}CV^2$

9、平行板电容器的能量密度 $u=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

10、带有电介质的电容器：

- 计算时，替换 $\varepsilon_0\to\varepsilon_0\kappa$
- 电容 $C=\kappa C_{air}$

11、 高斯定理 $\varepsilon_0\oint\kappa\vec{E}\cdot d\vec{A}=q$

Chapter 26 电流与电阻

一、中英对照

Drift speed （电子）漂移速率 $\vec{v}_d$

Resistance 电阻

Resistivity 电阻率

Conductivity 电导率

二、公式

1、电流 $i=\dfrac{dq}{dt}$，单位为安培（A）

2、电流密度 J 定义式 $i=\int \vec{J}d\vec{A}$

- $\vec{A}$是截面的法向量
- $\vec{J}$是电流密度，单位为 A/m^2
- 当 $\vec{J}$与 $\vec{A}$同向时，公式变为 $J=\dfrac{i}{A}$

3、电流密度 J 的微观式 $\vec{J}=(ne)\vec{v}_d$

- n是电荷载流子的数密度（每单位体积的载流子数目）。
- ne是载流子电荷密度（每单位体积的载流子电荷数目）。
- $\vec{v}_d$是电子漂移速率。

4、电阻 $R=\dfrac{V}{i}$，单位为欧姆（Ω）

5、电阻率 $\rho=\dfrac{E}{J}$，单位为欧姆-米（Ω·m）

- E是电场强度。原式向量形式为 $\vec{E}=\rho\vec{J}$
- 电导率 $\sigma=\dfrac{1}{\rho}$，单位为 $(\Omega\cdot m)^{-1}=S/m$

6、电阻与电阻率的关系 $R=\dfrac{\rho L}{A}$

7、电阻率与温度的关系 $\rho-\rho_0=\rho_0\alpha(T-T_0)$ （approximation）

- α是温度系数， ρ_0 是参考温度 T_0 下的电阻率，一般 $T_0 = 293K$

8、功率

1. 电能的转换率 $P = Vi$
2. 电阻性耗散 $P = i^2R = V^2/R$

- 仅在纯电阻电路下，1和2等价

Chapter 27 电路

一、中英对照

emf 电动势

二、公式

1、电动势 $\varepsilon=-\dfrac{dW}{dt}$

2、单回路电流 $i=\dfrac{\varepsilon}{R}$

3、串联电阻 $R_{eq}=\sum\limits_{i=1}^{n}R_i$

4、并联电阻 $\dfrac{1}{R_{eq}}=\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{R_i}$

- 两个并联电阻的等效电阻 $R_{eq}=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$

5、电动势装置的功率 $P=i\varepsilon$

6、KCL：对于一个节点，$\sum\limits_{i=1}^{n}i_i=0$

7、KVL：对于一个回路，$\sum\limits_{i=1}^{n}v_i=0$

8、一阶RC电路

1. 充电
    - $q(t)=C\varepsilon(1-e^{-t/RC})$
    - $i(t)=\dfrac{dq}{dt}=\dfrac{\varepsilon}{R}e^{-t/RC}$
    - $v_c(t)=\dfrac{q}{C}=\varepsilon(1-e^{-t/RC})$
2. 放电
    - $q(t)=q_0e^{-t/RC}$
    - $i(t)=\dfrac{dq}{dt}=-\dfrac{q_0}{RC}e^{-t/RC}$
    - $v_c(t)=\dfrac{q}{C}$

3. 时间常数 $\tau = RC$

9、一阶RC电路的三要素分析法（电路与电子技术内容）

1. 将电路转化为一阶RC电路
2. 找 0^+ 时刻状态的电压 $v(0^+)$ $v(0^+) = v(0^-)$
3. 找第二稳态的电压 $v(\infty)$ 将电容器视为**开路**
4. 找时间常数 $\tau = RC$
5. 求解电容器的电压 $v(t) = v(\infty) + (v(0^+) - v(\infty))e^{-t/\tau}$
   - 或者记这个 $v(t) = v(0^+)e^{-t/\tau} + v(\infty)(1 - e^{-t/\tau})$

Chapter 28 磁场

一、中英对照

Hall effect 霍尔效应

Helical path 螺旋路径

Cyclotrons 回旋加速器

Synchrotrons 同步加速器

Magnetic dipole 磁偶极子

- 由于没有发现单独存在的磁单极子，磁偶极子的物理模型是一段封闭回路电流。

Magnetic dipole moment 磁偶极矩

二、公式

1、磁场力 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$，大小 $F_B = qvB\sin\theta$

- B是磁感应强度， θ 是v和B之间的夹角，B的单位是特斯拉(T)， $1T = 1\dfrac{N}{A \cdot m}$。

2、正交场 $qE = qvB$

3、霍尔效应 $n = \dfrac{Bi}{Vle}$，其中

- 霍尔电势差 $V = Ed$
- n是带电微粒的**数密度**，即单位体积的数目；l是霍尔元件的厚度。
- 电子漂移速率 $v_d = \dfrac{J}{ne} = \dfrac{i}{neA}$
- 正交场 $eE = ev_dB$

4、带电粒子圆周运动 $|q|vB = \dfrac{mv^2}{r}$

- 半径 $r = \dfrac{mv}{|q|B}$
- 周期 $T = \dfrac{2\pi r}{v}$
- 角速度 $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{|q|B}{m}$

5、螺旋线运动 $v_\parallel = vcos\phi, v_\perp = v\sin\phi$

- 每个周期的位移 $d = v_{\parallel} T = v \cos\phi \dfrac{2\pi m}{|q|B}$，方向沿磁场方向。

6、回旋加速器的频率 $f = f_{osc} = \dfrac{qB}{2\pi m}$

- f_{osc} 是振荡器的频率。

7、通电导线所受的磁场力 $\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B}$

- $\vec{L}$ 是长度矢量，大小为导线长度，方向沿着电流方向。

8、磁偶极矩 $\vec{\mu}$ 大小为 $\mu = NiA$，方向由右手定则给出（线圈平面法向量的方向）

9、磁场力矩 $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

10、磁偶极子在磁场中的势能 $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

- 当 $\vec{\mu}$ 和 $\vec{B}$ 同向时，势能最小；反之，势能最大

（类比电场力矩 $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}, U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$）

Chapter 29 电流的磁效应

一、中英对照

Permeability of free space 真空磁导率

Biot-Savart law 毕奥-萨伐尔定律

Amperian circuital rule 安培环路定理

Solenoids 螺线管

Toroids 螺绕环

二、公式

1、真空磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T\cdot m/A \approx 1.26\times 10^{-6} T\cdot m/A$

2、Biot-Savart定律 $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$

3、无限长直导线在点P处的磁感应强度 $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$

4、圆弧形导线在圆心处的磁感应强度 $B = \frac{\mu_0 i\phi}{4\pi R}$

- 当 $\phi = 2\pi$ 时，$B = \frac{\mu_0 i}{2R}$

5、通电平行导线之间的力 $F_{ab} = F_{ba} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi d}$

6、安培环路定理 $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc}$

- i_{enc} 是环路内的电流代数和。
- 右手沿闭合路径，四指指向环路积分方向，拇指指向的电流方向为正，反之为负。

7、长直通电导线外部的磁感应强度 $B(2\pi r) = \mu_0 i$ 或 $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ $(r > R)$

8、长直通电导线内部的磁感应强度 $B(2\pi r) = \mu_0 i\frac{\pi r^2}{\pi R^2}$ 或 $B = (\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2})r$ $(r < R)$

- $i_{enc} = i\frac{\pi r^2}{\pi R^2}$

9、理想螺线管内部的磁感应强度 $B = \mu_0 in$

- n是线圈密度（每单位长度的匝数）。
- 外部磁感应强度约等于0。

10、螺绕环内部磁感应强度 $B(2\pi r) = \mu_0 iN$ 或 $B = \frac{\mu_0 iN}{2\pi}\frac{1}{r}$

11、通电线圈作为磁偶极子产生的磁场 $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\vec{\mu}}{z^3}$

- 该公式适用于z轴，且 $z \ggg R$。
- $\vec{\mu}$ 是磁偶极矩。

Chapter 30 电磁感应

一、中英对照

Induction 电磁感应

Inductance 电感

induced emf 感应电动势

Faraday's law 法拉第电磁感应定律

Lenz's law 楞次定律

二、公式

1、磁通量的定义 $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$

- $\Phi_B = BA\cos\theta$

2、法拉第电磁感应定律 $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt}$

- N匝线圈 $\varepsilon = -N\dfrac{d\Phi}{dt}$

3、感应电场 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$

- 其中 $\varepsilon = \displaystyle\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$，积分路径为穿过任意个导线的闭合曲线。
- 这是对法拉第电磁感应定律的另一种表述：变化的磁场产生感应电场。

4、电感 $L = \dfrac{N\Phi_B}{i}$，单位为亨利（H）

5、螺线管的电感 $\dfrac{L}{l} = \mu_0 N^2 A$

- 其中 l 是螺线管长度，n为**线圈密度**（单位长度的线圈匝数）。
- 推导: 由$N\Phi_B = nl \cdot BA$ 和 $B = \mu_0 in$ 得L的表达式。

6、自感电动势 $\varepsilon = -L\dfrac{di}{dt}$

7、RL电路

- 时间常数 $\tau = \frac{L}{R}$
- 充电电流 $i(t) = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-t/\tau_L})$
- 放电电流 $i(t) = i_0 e^{-t/\tau_L}$

8、磁场的能量 $U_B = \frac{1}{2}Li^2$

- 类比电场的能量 $U_E = \frac{1}{2}CV^2$

9、磁场能量密度 $u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$ （**单位体积**内的磁场能量）

- 推导：由 $U_B = \frac{1}{2}Li^2$ 、 $u_B = \frac{U_B}{A \cdot l}$ 和 $B = \mu_0 in$ 可得

10、两线圈的互感应电动势

- 线圈1中 $\varepsilon_1 = -M\frac{di_2}{dt}$
- 线圈2中 $\varepsilon_2 = -M\frac{di_1}{dt}$

Chapter 32 麦克斯韦方程组

一、中英对照

Maxwell's equations 麦克斯韦方程组

Gauss's law for magnetism 磁场高斯定理

二、公式

1、麦克斯韦方程组

$$\begin{cases} \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \dfrac{q_{enc}}{\varepsilon_0} & （电流）高斯定理 \\ \oiint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 & 磁场高斯定理 \\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} & 法拉第电磁感应定律 \\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc} + \mu_0 i_d & 安培\text{-}麦克斯韦环路定理 \end{cases}$$

其中 i_d 是位移电流，$i_d = \varepsilon_0 \dfrac{d\Phi_E}{dt}$

- 不是字面意义上的电荷作定向运动产生的电流，它表示电场的变化率。

2、圆平行板电容的内外磁场（将电容器视为圆柱导线）

- 内部磁场 $B = (\dfrac{\mu_0 i_d}{2\pi R^2})r$
- 外部磁场 $B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$

Chapter 33 电磁波

一、中英对照

Electromagnetic wave 电磁波

Poynting vector 波因廷矢量

Polarization 偏振

- 偏振面：包含 $\vec{E}$ 的平面

Polarnoid 偏振片

- P1为起偏器，用于产生偏振光；P2为检偏器。

二、公式

1、电磁波的定量分析

- 电场 $\vec{E} = \vec{E_m}\sin(kx-\omega t)$
- 磁场 $\vec{B} = \vec{B_m}\sin(kx-\omega t)$
- $\frac{E}{B} = \frac{E_m}{B_m} = c$
- 波速 $v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$

2、Poyniting矢量 $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$

- 它是电磁场中的能流密度矢量，方向指向电磁波传播的方向。
- 由于 $\vec{E}$ 和 $\vec{B}$ 垂直，所以 $S = \frac{1}{\mu_0}EB$。

3、波的强度考了我吃。

4、透射偏振光的强度

- 减半定则： 入射光非偏振光，透射光强度减半
  - $I = \frac{1}{2}I_0$
- 余弦平方定则： 入射光为偏振光
  - $I = I_0\cos^2\theta$

5、反射定律 $\theta_i = \theta_r$

6、折射定律 $n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1$

7、全反射：没有折射光的反射。 $n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin 90^\circ$

- 临界角 $\theta_c = \arcsin\frac{n_2}{n_1}$

8、布儒斯特角：在入射角为特定角时，反射光为线偏振光，且振动方向垂直于入射面。该特定角为布儒斯特角。

- $\theta_B = \arctan\frac{n_2}{n_1}$

Chapter 37 相对论

一、中英对照

Lorentz transformation 洛伦兹变换

Simultaneity 同时性

Time dilation 时间膨胀

Length contraction 长度收缩

proper time 固有时间

proper/rest length 固有长度/静止长度

二、公式

1、洛伦兹因子 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

- $\beta = \frac{v}{c}$ 题目中称之为speed parameter

2、相对时间 $\Delta t = \gamma \Delta t_0$ （膨胀）

3、相对长度 $L = \frac{\Delta L_0}{\gamma}$ （收缩）

4、洛伦兹变换：令S'系相对于S系以速度v移动。

在S'系中观测S系：

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - vx/c^2) \end{cases}$$

在S系中观测S'系：（逆变换）

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma(t' + vx'/c^2) \end{cases}$$

5、相对速度：令S'系相对于S系以速度v移动。
设S系中物体速度为u，S'系中物体速度为u'，则

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2}$$

- 推导：由洛伦兹变换得到 $\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t')$ 和 $\Delta t = \gamma(\Delta t' + v\Delta x'/c^2)$ ，则 $u = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{\Delta x' + v\Delta t'}{\Delta t' + v\Delta x'/c^2}$，上下同除$\Delta t'$，得到上式。
- 当v很小时，速度变为经典公式 $u = u' + v$

6、光的多普勒效应

- v远离光源: $f = f_0\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}$
- v朝向光源: $f = f_0\sqrt{\dfrac{1+\beta}{1-\beta}}$

7、相对论动量 $p = \gamma m\vec{v}$

8、相对论能量

- 质能（静止能量） $E_0 = mc^2$
- 总能量
  - $E = \gamma mc^2$
  - $E = E_0 + K$
- 动能 $K = mc^2(\gamma - 1)$（由上两式得到）

Chapter 38 光子与物质波

一、中英对照

Photon 光子

Photoelectric effect 光电效应

Compton effect 康普顿效应

De Broglie wavelength 德布罗意波长（物质波）

二、公式

1、光子能量 $E = hf$，其中 $h = 6.63 \times 10^{-34} J \cdot s$ 是普朗克常数

2、光电效应方程

- 高中写法： $E_k = h\nu - W_0$
- 大学写法： $K_{max} = hf - \Phi$

两者等价，选其一记忆即可。其中：

- Φ 或 W_0 是逸出功；
- K_{max} 等价于遏止电压V乘以电子电荷e。

3、光子动量 $p = \dfrac{h}{\lambda}$

- 光没有静止质量，但是有动量。

4、光子动能 $K = pc$

5、康普顿效应 $\Delta\lambda = \dfrac{h}{mc}(1 - \cos\phi)$

- 建议直接背，因为推导过程很复杂

6、物质波的德布罗意波长 $\lambda = \dfrac{h}{p}$

7、波动方程 $\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)e^{-i\omega t}$

- ω 是角频率， $\omega = 2\pi f$。
- $|\psi|^2$ 是波函数的概率密度。
- Ψ*是波函数的共轭复数，将i变为-i。

8、一维运动薛定谔方程 $\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{8\pi^2 m}{h^2}[E-U(x)]\psi=0$

9、自由粒子的薛定谔方程 $\frac{d^2\psi}{dx^2}+k^2\psi=0$

- 自由粒子：悬浮在三维空间中，没有固定运动方向，没有势能，即 $U(x)=0$。
- 其中 $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ 。由 $U(x)=0$ 可得 $E=K=\frac{1}{2}mv^2$，代入7得到8。

10、海森堡不确定性原理（测不准原理）

$$\begin{cases}\Delta x\Delta p_x\geq\frac{\hbar}{2}\\ \\ \Delta y\Delta p_y\geq\frac{\hbar}{2}\\ \\ \Delta z\Delta p_z\geq\frac{\hbar}{2}\end{cases}$$

- 其中 $\hbar=\frac{h}{2\pi}$ 是约化普朗克常数

11、势垒贯穿透射系数 $T=e^{-2bx}$

- 其中 $b=\sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_0-E)}{h^2}}$

拓展（看看就行）：如何“凑出”薛定谔方程?

1. 经典波动方程： $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$；
2. 利用偏微分方程的分离变量法，分出位置方程 $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}=-k^2 f(x)$。左侧微分式表示波的曲率，右侧f(x)表示波的位移。将其改写为 $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}+k^2 f(x)=0$，此为自由粒子的薛定谔方程；
3. 什么f(x)经过两次微分之后会变成 $-k^2 f(x)$？正弦/余弦函数！；
4. 我们取 $f(x)=\sin kx$ ，那么k的含义就是波数，因此有 $k=\frac{2\pi}{\lambda}$。将 $f(x)$ 改写为 $\psi(x)$，得到 $\frac{d^2\psi}{dx^2}+k^2\psi=0$；
5. 将德布罗意波长 $\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{mv}$ 代入，得到 $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}+\frac{4\pi^2 m^2 v^2}{h^2}\psi=0$；
6. 根据经典动能 $K=\frac{1}{2}mv^2$，将其代入，得到 $\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{8\pi^2 mK}{h^2}\psi=0$；
7. 机械能E等于动能K加势能U，将其代入，得到 $\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{8\pi^2 m}{h^2}[E-U(x)]\psi=0$。

Chapter 39 再论物质波

一、中英对照

traveling wave 行波

standing wave 驻波

trapped electron 被俘获电子

- 即被束缚在势阱内的电子

trap 陷阱

quantum number 量子数

- 每个n对应一个能级

energy level diagram 能级图

ground state 基态（n=1）

(n-1)th excited state 第n-1激发态（n>=2）

infinitely deep potential well 无限深势阱

- 或简称为infinite poteneial well 无限势阱

二、公式

1、一维无限势阱的势能图

$$U(x)=\begin{cases}0 & 0\le x\le L\\ \infty & \text{otherwise}\end{cases}$$

2、一维无限势阱中的电子：

- 波函数 $\psi_n(x)=A\sin(\frac{n\pi}{L}x)$， $0\le x\le L, n=1,2,3...$
- 总能量 $E_n=\frac{h^2}{8mL^2}n^2$， $n=1,2,3...$
    - 由 $\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2mE}}$ 代入 $L=\frac{n\lambda}{2}$ 可得

3、量子跃迁 $hf=\Delta E=E_{high}-E_{low}$

4、检测电子位置的概率密度 $p(x)=\psi_n^2(x)=A^2\sin^2(\frac{n\pi}{L}x)$

5、归一化方程 $\int_{-\infty}^{\infty}\psi_n^2(x)dx=1$

- 概率密度函数在R上的积分等于1。而函数仅在0到L上有定义，故积分区间可改为0到L。
- 该方程可求解振幅A， $A=\sqrt{\frac{2}{L}}$ 。求解A的过程叫做归一化。

7、一维有限势阱的势能图

$$U(x)=\begin{cases}0 & 0\le x\le L\\ U_0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

- U_0 是阱深
- 当电子能量小于U_0时，电子被俘获在势阱内；当电子能量大于U_0时，电子无法被俘获。
- 有限势阱的波函数是薛定谔方程的解，但是求解过程较为复杂，不在本章范围内。

8、二维无限势阱

- 波函数 $\psi_{n_x,n_y}(x,y)=\sqrt{\frac{2}{L_x}}\sin(\frac{n_x\pi}{L}x)\sqrt{\frac{2}{L_y}}\sin(\frac{n_y\pi}{L}y)$
- 总能量 $E_{n_x,n_y}=\frac{h^2}{8m}(\frac{n_x^2}{L_x^2}+\frac{n_y^2}{L_y^2})$

9、三维无限势阱（同理）

- 波函数 $\psi_{n_x,n_y,n_z}(x,y,z)=\sqrt{\frac{2}{L_x}}\sin(\frac{n_x\pi}{L}x)\sqrt{\frac{2}{L_y}}\sin(\frac{n_y\pi}{L}y)\sqrt{\frac{2}{L_z}}\sin(\frac{n_z\pi}{L}z)$
- 总能量 $E_{n_x,n_y,n_z}=\frac{h^2}{8m}(\frac{n_x^2}{L_x^2}+\frac{n_y^2}{L_y^2}+\frac{n_z^2}{L_z^2})$

10、氢原子的能级 $E_n=-\frac{13.6eV}{n^2}$

- 这是求解薛定谔方程得到的结果

11、氢原子光谱的经验公式 $\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n_{low}^2}-\frac{1}{n_{high}^2})$

- R是里德伯常数， $R=1.097\times10^7m^{-1}$

12、基态氢原子径向概率密度 $P(r)=\frac{4}{a^2}r^2e^{-2r/a}$