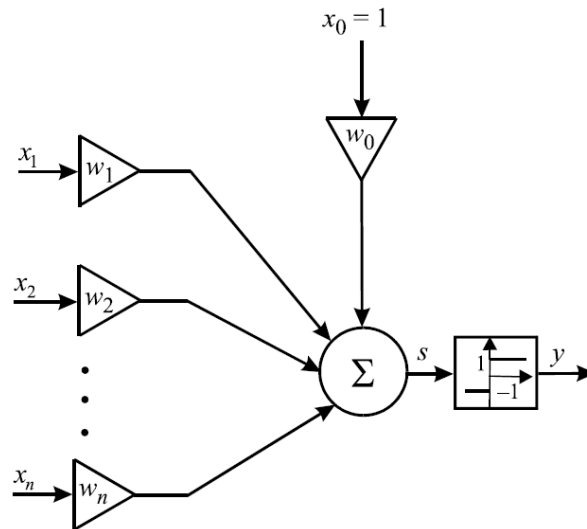


## PAI zadania 5

### Perceptron

Struktura:



- $n$  wejść:  $x_0=1$  (bias),  $x_1, x_2, \dots, x_n$
- 1 wyjście:  $y$

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n x_i w_i + \theta\right)$$

gdzie  $\theta, w_1, \dots, w_n$  ( $w_0$  jest oznaczane przez  $\theta$ ) są wagami i

$$f(s) = \begin{cases} 1, & s > 0 \\ -1, & s \leq 0 \end{cases}$$

jest funkcją aktywacji.

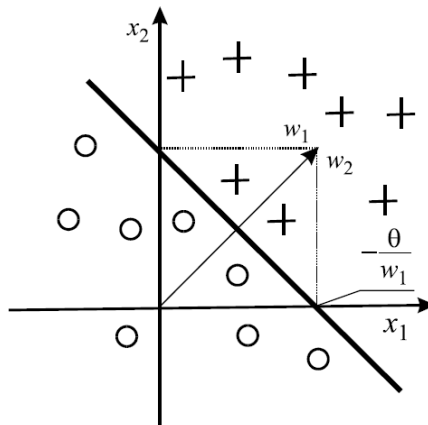
- Perceptron może klasyfikować "obiekty" które należą do dwóch liniowo separowalnych zbiorów.

Dla  $n=2$  zbiory te są separowalne przez linię prostą:

$$x_1 w_1 + x_2 w_2 + \theta = 0$$

Wówczas:

$$x_2 = -\frac{w_1}{w_2} x_1 - \frac{\theta}{w_2}$$



W celu nauczenia perceptronu klasyfikacji musimy użyć pewnego ciągu uczącego tzn. zbioru  $D=\{(\mathbf{x}_1, d_1), \dots, (\mathbf{x}_m, d_m)\}$   $m$  przykładów gdzie:

- $\mathbf{x}_j$  – jest  $n$ -wymiarowym wektorem wejść.
- $d_j$  – jest wartością oczekiwaną na wyjściu dla wektora  $\mathbf{x}_j$ .

Algorytm uczenia:

1. Nadaj wartości początkowe wagom  $\theta, w_1, \dots, w_n$ . Wagi mogą być początkowo równe 0 lub wybrane losowo.
2. Dla każdego elementu  $(\mathbf{x}_j, d_j)$  z ciągu uczącego :
  - a. Oblicz  $y$ .
  - b. Jeżeli klasyfikacja jest poprawna ( $y=d_j$ ), nic nie rób.
  - c. Jeżeli klasyfikacja nie jest poprawna ( $y \neq d_j$ ), wówczas zmodyfikuj wszystkie wagi:  $w_i = w_i + d_j x_{ji}$
3. Powtarzaj tę procedurę aż wszystkie  $\mathbf{x}_i$  będą zaklasyfikowane poprawnie.

### Zadanie 1

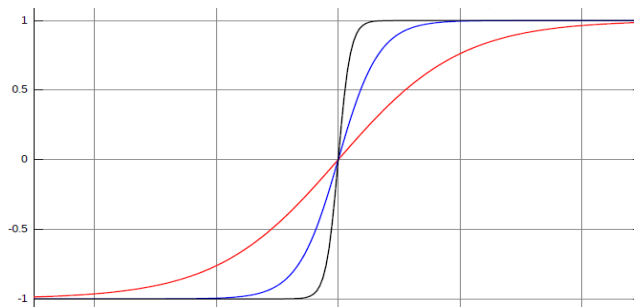
Napisz program będący implementacją perceptronu dla poniższego ciągu uczącego:

$\mathbf{x}_1$	$\mathbf{x}_2$	$\mathbf{d}$
2	1	1
2	2	1
0	6	1
-2	10	-1
-2	0	-1
0	0	-1
4	-20	-1

## Neuron Hebba

Funkcja aktywacji bipolarna:

$$f(x) = \frac{1 - \exp(-\beta x)}{1 + \exp(-\beta x)}$$



Uczenie polega na znalezieniu wag minimalizujących błąd:

$$E = \frac{1}{2} (d - f(\sum_{i=0}^n x_i w_i))^2$$

Modyfikacja wag:

$$w_i = w_i + \eta dx_i$$

gdzie  $\eta \in [0,1]$  jest współczynnikiem uczenia.

Algorytm uczenia:

1. Nadaj wartości początkowe wagom  $\theta, w_1, \dots, w_n$ . Wagi mogą być początkowo równe 0 lub wybrane losowo.
2. Dla każdego elementu  $(x_j, d_j)$  z ciągu uczącego :
  - a. Oblicz  $y$ .
  - b. Zmodyfikuj wszystkie wagi.
  - c. Policz błąd  $E$ .
3. Jeżeli błąd sumaryczny dla całej epoki nie jest mniejszy od założonego  $E_{\text{MAX}}$  wówczas wróć do pkt 2.

## Zadanie 2

Napisz program dla neuronu Hebba rozpoznającego dwie cyfry:

