

Podstawy AI – zadania 2

Zadanie 1

Rozważmy następujący problem:

Uczeń złożył podanie na kilka uczelni i biorąc pod uwagę wyniki matury przyjęto go na 4 wydziały:

$$W_1, W_2, W_3 \text{ i } W_4$$

*Uczeń musi podjąć decyzję, który wydział wybiera. **Celem** ucznia jest nauka na dobrej uczelni (czyli znajdującej się wysoko w rankingu najlepszych uczelni). Ponadto uczeń chce aby spełnione były następujące **warunki**:*

- A. wydział powinien znajdować się niedaleko jego miejsca zamieszkania;*
- B. wydział powinien mieć program wymiany międzynarodowej;*
- C. po jego ukończeniu student chce mieć wysokie szanse na znalezienie pracy.,*

Zaproponuj i opisz rozwiązanie powyższego problemu oparte na **zbiorach rozmytych**.

Zadanie 2

Niech $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$. Dla poniższych zbiorów rozmytych zdefiniowanych w X :

$$A = \frac{0,1}{4} + \frac{0,4}{5} + \frac{0,7}{7} + \frac{1}{9} + \frac{0,4}{10}$$

$$B = \frac{0,2}{1} + \frac{0,7}{5} + \frac{0,7}{7} + \frac{0,5}{9} + \frac{0,7}{10}$$

$$C = \frac{0,3}{1} + \frac{0,4}{2} + \frac{0,7}{7} + \frac{0,1}{8}$$

znajdź:

- a) Znajdź: $(A \cup B)$
- b) Znajdź: $(A \cup B) \cap C$
- c) Znajdź: $(A \cap B) \cap C$
- d) Znajdź: $(C \cap B) \cup C$

dla wybranych definicji działań \cap i \cup z poniższych tabel:

t-normy

Nazwa operatora	wzór
minimum (MIN)	$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$
iloczyn algebr.	$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$
iloczyn Hamachera	$\mu_{A \cap B}(x) = \frac{\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}$
iloczyn Einsteina	$\mu_{A \cap B}(x) = \frac{\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{2 - (\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x))}$
iloczyn drastyczny	$\mu_{A \cap B}(x) = \begin{cases} \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] & \text{dla } \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] = 1, \\ 0 & \text{poza tym} \end{cases}$
iloczyn ograniczony	$\mu_{A \cap B}(x) = \max[0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1]$

s-normy

Nazwa operatora	wzór
maksimum (MAX)	$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$
suma algebr.	$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$
suma Hamachera	$\mu_{A \cup B}(x) = \frac{\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{1 - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}$
suma Einsteina	$\mu_{A \cup B}(x) = \frac{\mu_A(x) + \mu_B(x)}{1 + \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}$
suma drastyczna	$\mu_{A \cup B}(x) = \begin{cases} \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] & \text{dla } \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] = 0, \\ 1 & \text{poza tym} \end{cases}$
suma ograniczona	$\mu_{A \cup B}(x) = \min[1, \mu_A(x) + \mu_B(x)]$

Zadanie 3

Sprawdź czy prawo de Morgana:

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

zachodzi w przypadku gdy działania \cap i \cup zdefiniowane są za pomocą:

- Iloczynu algebraicznego i sumy algebraicznej.
- Iloczynu ograniczonego i sumy ograniczonej.

Zadanie 4

Niech $X=Y=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. W iloczynie kartezjańskim $X \times Y$ zaproponuj *relacje rozmyte*:

- Liczba x jest *mniej więcej równa* liczbie y .
- Liczba x jest *dużo większa* od liczby y .
- Moduł różnicy między liczbą x i liczbą y wynosi *mniej więcej 2*.

UWAGI:

- Dla każdej relacji podaj funkcję przynależności.
- Każdą relację zapisz w postaci macierzy.

Zadanie 5

Znajdź złożenie sup-T (dla wybranych t-norm) relacji $A \subseteq X \times Y$ i $B \subseteq Y \times Z$:

1. $X = \{1, 2\}$, $Y = \{3, 5, 7\}$, $Z = \{4, 6\}$.

$$A = \frac{0,2}{(1,3)} + \frac{0,4}{(2,3)} + \frac{0,6}{(1,5)} + \frac{0,9}{(2,5)} + \frac{1}{(1,7)} + \frac{0,3}{(2,7)}$$

$$B = \frac{0,9}{(3,4)} + \frac{0,7}{(3,6)} + \frac{0,2}{(5,4)} + \frac{0,1}{(5,6)} + \frac{0,8}{(7,4)} + \frac{1}{(7,6)}$$

2. $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{3, 5\}$, $Z = \{4, 5, 6, 7\}$

$$A = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & 0,5 \\ 1 & 0,3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0,9 & 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,8 & 1 & 0,1 & 1 \end{bmatrix}$$

Zadanie 6

Znajdź złożenie sup-T (dla wybranych t-norm) zbioru rozmytego $A \subseteq X$ i relacji rozmytej $R \subseteq X \times Y$:

1. $X = \{3, 5\}$, $Y = \{4, 5, 6, 7\}$

$$A = \frac{0,3}{3} + \frac{0,9}{5} \quad R = \begin{bmatrix} 0,9 & 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,8 & 1 & 0,1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. $X = \{1, 2, 3, \dots, 6\}$, $Y = \{3, 4, 5\}$

$$A = \frac{0,1}{2} + \frac{0,4}{3} + \frac{0,7}{5} + \frac{0,6}{6} \quad R = \frac{0,8}{(3,4)} + \frac{0,3}{(3,5)} + \frac{1}{(4,4)} + \frac{0,8}{(4,5)} + \frac{0,8}{(5,4)} + \frac{1}{(5,5)}$$