Distance vector of non tubical nanotube fullerenes of type-(5-0)

Amanda Babič, Aljaž Flus Mentorja Riste Škrekovski, Janoš Vidali

19. 12. 2024

1 Uvod

Nanostrukture, kot so fulereni, predstavljajo eno najbolj zanimivih odkritij na področju nanotehnologije in kemije. Med temi strukturami so še posebej zanimivi fulereni tipa (5,0), ki zaradi svoje posebne geometrije in ostalih lastnosti omogočajo vpogled v kompleksne topološke in matematične strukture. Ti fulereni so definirani z n=10k oglišči in imajo premer $\frac{n}{5}-1$. Njihova geometrija vključuje dolg cilindrični del, sestavljen iz šestkotnikov, ki je na obeh straneh zaključen s šestimi petkotniki. Ti grafi so simetrični, kar bomo uporabili v nadaljevanju naloge. Razumevanje razdalj med točkami v teh grafih je ključno za odkrivanje njihovih lastnosti. V tem okviru so vozlišča grafov razporejena v k ločenih orbitah, pri čemer vsaka orbita vsebuje točno 10 vozlišč.

Glavni cilj te naloge je čim bolj natančno izračunati vektor razdalj za izbrano vozlišče iz vsake orbite.

2 Definicije

Definicija 2.1 Vektor razdalje d_u je vektor, katerega i-ta koordinata predstavlja število oglišč, ki so od izbranega oglišča u oddaljeni natanko za i.

Definicija 2.2 Graf fulerena je 3-povezan, 3-regularen ravninski graf, sestavljen izključno iz petkotnih in šestkotnih ploskev.

Opomba 2.1 Po Eulerjevi formuli je število petkotnih ploskev vedno 12.

Definicija 2.3 Nanocevke so cilindrični fulerenski grafi, pri katerih sta oba konca cilindra zaprta s podgrafoma, ki sta sestavljena iz šestih petkotnikov.

Cilindrični del nanocevke je določen s (p_1, p_2) -vektorjem, ki opisuje način ovijanja neskončne mreže šestkotnikov, da nastane cilindrična struktura. Števili p_1 in p_2 označujeta koeficiente linearne kombinacije enotskih vektorjev a_1 in a_2 , pri čemer $p_1a_1 + p_2a_2$ povezuje isto točko na mreži, ko jo zavijemo v cilindrično obliko.

Opomba 2.2 Predpostavimo, da velja $p_1 \ge p_2$, s čimer se izognemo simetričnemu opisu iste konfiguracije.

Definicija 2.4 Wienerjeva dimenzija grafa je število različnih vrednosti razdalj med pari oglišč v grafu.

Opomba 2.3 Za graf tipa (5,0) z n=10k oglišči velja, da je Wienerjeva dimenzija enaka k, če je $k \geq 3$.

Zaradi simetrije grafa tipa (5,0) je mogoče predvideti, da se vozlišča razporejajo v določene "razdaljne razrede". Wienerjeva dimenzija to potrjuje, saj zbere vse vozlišča z enakimi razdaljami v iste razrede.

To poenostavi analizo razdalj v grafu. Namesto da za vsak par vozlišč obravnavamo njihove razdalje posamično, lahko uporabimo Wienerjevo dimenzijo za njihovo kategorizacijo.