Експоненційна регресія

Экспоненциальное уравнение регрессии имеет вид y = a\*ebxпотрібне рівнянняя  
Оценочное уравнение регрессии (построенное по выборочным данным) будет иметь вид y = a\*ebx + ε, где ei – наблюдаемые значения (оценки) ошибок εi, a и b соответственно оценки параметров α и β регрессионной модели, которые следует найти.  
Здесь ε - случайная ошибка (отклонение, возмущение).  
После линеаризации получим: ln(y) = ln(a) + bx щоб отримати експоненційну регресію, потрібно її звести до лінійної ось так  
Для оценки параметров α и β - используют МНК (метод наименьших квадратов).  
Метод наименьших квадратов дает наилучшие (состоятельные, эффективные и несмещенные) оценки параметров уравнения регрессии. Но только в том случае, если выполняются определенные предпосылки относительно случайного члена (ε) и независимой переменной (x).  
Формально критерий МНК можно записать так:  
S = ∑(yi - y\*i)2 → min  
Система нормальных уравнений.  
a\*n + b\*∑x = ∑y  
a\*∑x + b\*∑x2 = ∑y\*x  
Для расчета параметров регрессии построим расчетную таблицу (табл. 1)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | ln(y) | x2 | ln(y)2 | x • ln(y) |
| 1 | 3.3611 | 1 | 11.2969 | 3.3611 |
| 2 | 3.3258 | 4 | 11.0608 | 6.6516 |
| 3 | 3.3611 | 9 | 11.2969 | 10.0833 |
| 4 | 3.3611 | 16 | 11.2969 | 13.4444 |
| 5 | 3.3611 | 25 | 11.2969 | 16.8055 |
| 6 | 3.3611 | 36 | 11.2969 | 20.1665 |
| 7 | 3.3611 | 49 | 11.2969 | 23.5276 |
| 8 | 3.3611 | 64 | 11.2969 | 26.8887 |
| 9 | 3.3952 | 81 | 11.5274 | 30.5568 |
| 10 | 3.3952 | 100 | 11.5274 | 33.952 |
| 11 | 3.4282 | 121 | 11.7525 | 37.71 |
| 12 | 3.4601 | 144 | 11.9724 | 41.5214 |
| 78 | 40.5321 | 650 | 136.919 | 264.669 |

Для наших данных система уравнений имеет вид  
12a + 78\*b = 40.532  
78\*a + 650\*b = 264.669  
Домножим уравнение (1) системы на (-6.5), получим систему, которую решим методом алгебраического сложения.  
-78a -507 b = -263.459  
78\*a + 650\*b = 264.669  
Получаем:  
143\*b = 1.21  
Откуда b = 0.00846  
Теперь найдем коэффициент «a» из уравнения (1):  
12a + 78\*b = 40.532  
12a + 78\*0.00846 = 40.532  
12a = 39.872  
a = 3.3227  
Получаем эмпирические коэффициенты регрессии: b = 0.00846, a = 3.3227  
Уравнение регрессии (эмпирическое уравнение регрессии):  
y = e3.32267228e0.00846x = 27.73437e0.00846x результат

Степенева регресія

Степенное уравнение регрессии имеет вид y = a\*xb  
Оценочное уравнение регрессии (построенное по выборочным данным) будет иметь вид y = a\*xb + ε, где ei – наблюдаемые значения (оценки) ошибок εi, a и b соответственно оценки параметров α и β регрессионной модели, которые следует найти.  
Здесь ε - случайная ошибка (отклонение, возмущение).

После линеаризации получим: ln(y) = ln(a) + b ln(x) щоб отримати експоненційну регресію, потрібно її звести до лінійної ось так  
  
Для оценки параметров α и β - используют МНК (метод наименьших квадратов).  
Метод наименьших квадратов дает наилучшие (состоятельные, эффективные и несмещенные) оценки параметров уравнения регрессии. Но только в том случае, если выполняются определенные предпосылки относительно случайного члена (ε) и независимой переменной (x).  
Формально критерий МНК можно записать так:  
S = ∑(yi - y\*i)2 → min  
Система нормальных уравнений.  
a\*n + b\*∑x = ∑\*y  
a\*∑x + b\*∑x2 = ∑y\*x  
Для расчета параметров регрессии построим расчетную таблицу (табл. 1)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ln(x) | ln(y) | ln(x)2 | ln(y)2 | ln(x) • ln(y) |
| 0 | 3.3342 | 0 | 11.1169 | 0 |
| 0.6931 | 3.3207 | 0.4805 | 11.0273 | 2.3018 |
| 1.0986 | 3.3636 | 1.2069 | 11.314 | 3.6953 |
| 1.3863 | 3.356 | 1.9218 | 11.2629 | 4.6524 |
| 1.6094 | 3.35 | 2.5903 | 11.2228 | 5.3917 |
| 1.7918 | 3.3449 | 3.2104 | 11.1883 | 5.9932 |
| 1.9459 | 3.3554 | 3.7866 | 11.2586 | 6.5293 |
| 2.0794 | 3.364 | 4.3241 | 11.3166 | 6.9953 |
| 2.1972 | 3.3833 | 4.8278 | 11.4467 | 7.4339 |
| 2.3026 | 3.3982 | 5.3019 | 11.5477 | 7.8246 |
| 2.3979 | 3.4323 | 5.7499 | 11.7804 | 8.2302 |
| 2.4849 | 3.4382 | 6.1748 | 11.8209 | 8.5435 |
| 19.9872 | 40.4408 | 39.5749 | 136.3031 | 67.5912 |

Для наших данных система уравнений имеет вид  
12a + 19.987\*b = 40.441  
19.987\*a + 39.575\*b = 67.591  
Домножим уравнение (1) системы на (-1.666), получим систему, которую решим методом алгебраического сложения.  
-19.987a -33.298 b = -67.374  
19.987\*a + 39.575\*b = 67.591  
Получаем:  
6.277\*b = 0.217  
Откуда b = 0.03706  
Теперь найдем коэффициент «a» из уравнения (1):  
12a + 19.987\*b = 40.441  
12a + 19.987\*0.03706 = 40.441  
12a = 39.7  
a = 3.3083  
Получаем эмпирические коэффициенты регрессии: b = 0.03706, a = 3.3083  
Уравнение регрессии (эмпирическое уравнение регрессии):  
y = e3.30834121x0.03706 = 27.33974x0.03706результат