**Встраивание водяных меток с помощью DCT алгоритма**

Алгоритм DCT (Discrete Cosine Transform – дискретное косинусное преобразование) – один из наиболее популярных методов встраивания в частотной области. Широко применяется в системах защиты авторских прав цифровых изображений.

**Немного контекста:**

В рамках этого документа будет применяться слово «энергия». Под энергией подразумевается общее количество информации или мощность сигнала, распределенное между коэффициентами преобразования:

Исходный сигнал (или блок изображения) обозначен как , а его энергия определяется как сумма квадратов его значений

После применения DCT сигнал представляется набором коэффициентов , и благодаря ортогональности базисных функций сохраняется эквивалентное выражение для энергии

Таким образом энергия не изменяется а просто «перераспределяется» между частотными компонентами – низкими и высокими частотами.

**Принцип работы DCT**

**Математическая основа**

DCT преобразует изображение из пространственной области в частотную, разлагая его на спектр косинусных функций различных частот. Это позволяет анализировать и модифицировать частотные компоненты изображения, что критично для встраивания водяных знаков.

**Основная формула**

Где:

– при , иначе

– исходный сигнал, – коэффициенты DCT

**Двумерное DCT преобразование**

Двумерное DCT преобразование – расширение одномерного. Используется для работы с изображениями, звуком и видео. Оно переводит сигнал из пространственной области (яркости, пиксели) в частотную область ( амплитуды и частоты)

Прямое DCT:

Обратное DCT (IDCT):

Где:

*значение пикселя в позиции* Блока, размером

Коэффициент DCT с конкретными частотными индексами u,v для блока.

**Упрощенная форма**

При DCT может быть представлено в виде матричного произведения

Где – матрица базисных косинусных функций.

**Частотные области DCT**

DCT разделяет коэффициенты на три основные области: низкочастотная, среднечастотная и высокочастотная.

Низкочастотная область – располагается в верхнем левом угле блока, содержит основную энергию изображения. Внесение изменений в эту область повлечет за собой заметные изменения в результате работы.

Среднечастотная область - центральная часть блока. Представляет собой баланс между незаметностью и робастностью.

Высокочастотная область – нижний правый угол блока. Сожержит детали и шум – уязвимо к фильтрации.

**Матричная форма**

DCT для матрицы может быть записана в виде матричного произведения

Где – матрица косинусных базисных функций размером

Обратное преобразование имеет вид

**Свойства и особенности**

1. Преобразование разделимо: его можно выполнять построчно а затем постолбцово (или наоборот)
2. Ортогональность матрицы преобразования гарантирует, что операция не приводит к потере информации при вычислениях с бесконечной точностью.
3. Большая часть энергии изображения концентрируется в низкочастотных коэффициентах (левый верхний угол), что позволяет эффективно отбрасывать несущественные детали при сжатии ( например в JPEG).

Алгоритм.

1. Подготовка изображения
   1. Разделить исходное на неперекрывающиеся блоки размером 8\*8 пикселей к примеру.
   2. Исключить краевые пиксели для повышения устойчивости
2. Применить DCT
   1. Применить двумерное DCT к каждому блоку для получения матрицы частотных коэффициентов
3. Выбор коэффициентов
   1. Выбрать коэффициенты среднечастотной области для встраивания
   2. Использовать зигзаг-сканированние для упорядочивания коэффициентов по частотам.
4. Встраивание водяного знака.
   1. Есть метод аддитивного и мультипликативного встраивания  
      Аддитивное:

Мультипликативное:

Где:

– исходный DCT коэффициент

– модифицированный коэффициент

- бит водяного знака (0 или 1)

– коэффициент силы встраивания (embedding strength)

1. Обратное DCT
   1. Применить обратное преобразование (IDCT) к модифицированной матрице коэффициентов
   2. Объединить блоки для получения изображения с водяным знаком.

Источники

1. Дискретное косинусное преобразование [Электронный ресурс] // Википедия. — 20.04.2006. — Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Дискретное\_косинусное\_преобразование](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%81%D0%BA%D1%80%D0%B5%D1%82%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BA%D0%BE%D1%81%D0%B8%D0%BD%D1%83%D1%81%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5) (дата обращения: 23.10.2025).
2. Дискретное косинусное преобразование [Электронный ресурс] // Exponenta.ru. — 31.12.2020. — Режим доступа: <https://docs.exponenta.ru/images/discrete-cosine-transform.html> (дата обращения: 23.10.2025).
3. Немного о DCT [Электронный ресурс] // Elecard. — 08.04.2021. — Режим доступа: <https://www.elecard.com/ru/page/article_dct_overview> (дата обращения: 23.10.2025).
4. 6.5. Дискретное косинусное преобразование [Электронный ресурс] // Studfile.net. — 13.04.2015. — Режим доступа: <https://studfile.net/preview/3065299/page:25/> (дата обращения: 23.10.2025).
5. dct2 — описание функции [Электронный ресурс] // Exponenta.ru. — 31.12.2020. — Режим доступа: <https://docs.exponenta.ru/images/ref/dct2.html> (дата обращения: 23.10.2025).
6. Two-dimensional Discrete Cosine Transform as a Linear Transformation [Электронный ресурс]. — FairyOnIce.github.io, 2013. — Режим доступа: https://fairyonice.github.io/2D-DCT.html (дата обращения: 23.10.2025).