合　肥　工　业　大　学　试　卷（A）

2020～2021 学年第 一 学期 课程代码 1400091B 课程名称 概率论与数理统计 学分 3 课程性质:必修 考试形式:闭卷

专业班级（教学班）＿＿＿＿＿＿ 考试日期 2021.1.14 命题教师 集体 系（所或教研室）主任审批签名＿＿＿＿

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 A 与 B 为两个随机事件，$P(A)=0.7$，$P(A-B)=0.3$，则 $P(\overline{A}\cup\overline{B})=$＿＿＿＿.
2. 设随机变量 $X\sim B(3,0.5)$，$Y=2X+1$，$F_Y(y)$ 为 Y 的分布函数，则 $F_Y(3)=$＿＿＿＿.
3. 设随机变量 X 服从参数为1的指数分布，$Y=(X-EX)^2$，则 $P\{Y<EY\}=$＿＿＿＿.
4. 设随机变量 X 与 Y 的方差分别为 $DX=1, DY=4$，相关系数 $\rho_{XY}=0.5$，则 $U=X+Y$ 与 X 的相关系数 $\rho_{UX}=$＿＿＿＿.
5. 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_{48}$ 相互独立，且均服从区间 $[0,2]$ 上的均匀分布，$X=\sum_{i=1}^{48}X_i$，利用中心极限定理计算 $P\{X\le 50\}\approx$＿＿＿＿（结果用标准正态分布的分布函数 $\Phi(x)$ 表示）.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设随机事件 A,B,C 两两独立，则 A,B,C 相互独立的一个充分必要条件是（　　）.

（A） A 与 BC 相互独立　　（B） AB 与 $B\cup C$ 相互独立

（C） AB 与 BC 相互独立　　（D） $A\cup B$ 与 $B\cup C$ 相互独立

2. 设随机变量 X,Y 独立同分布，且 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $Z=\min\{X,Y\}$ 的分布函数为（　　）.

（A） $F^2(x)$　　（B） $F(x)F(y)$　　（C） $1-[1-F(x)]^2$　　（D） $[1-F(x)][1-F(y)]$

3. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，$EX=\mu$，$DX=\sigma^2$，$\overline{X}, S^2$ 分别为样本均值与样本方差，则下列选项错误的是（　　）.

（A） $E(\overline{X}-\mu)=0$　　（B） $D(\overline{X})=\dfrac{\sigma^2}{n}$　　（C） $D(\overline{X}-\mu)=\dfrac{\sigma^2}{n}$　　（D） $\dfrac{\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)}{S}\sim t(n)$

4. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $X\sim N(\mu,1)$ 的简单随机样本，若置信度 $1-\alpha\ (0<\alpha<1)$ 不变，则随着样本容量 n 的增大，参数 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间的长度（　　）.

（A）增大　　（B）减少　　(C)不变　　(D)无法确定

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，$\sigma^2>0$ 未知，$\overline{X}, S^2$ 分别为样本均值和样本方差. 对于假设检验问题 $H_0:\mu=1,\ H_1:\mu\ne 1$，若取显著性水平 $\alpha=0.05$，则拒绝域为（　　）.

（A） $\left|\overline{X}-1\right|\ge\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{0.025}$　　（B） $\left|\overline{X}-1\right|\ge\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{0.025}(n-1)$

(C) $\overline{X}\ge 1+\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{0.05}$　　（D） $\overline{X}\ge 1+\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{0.05}(n-1)$

三、（本题满分 10 分）玻璃杯成箱的出售，每箱 20 只，假设各箱含 0 个，1 个，2 个次品的概率相应的为 0.8, 0.1, 0.1,，一顾客欲买一箱玻璃杯，售货员随意地抽取一箱，顾客开箱后随意地查看 4 只，若无次品则买下这箱玻璃杯，否则退回，试求：（I）顾客买下该箱玻璃杯的概率；（II）若一个顾客买下了一箱玻璃杯，在顾客买下的这箱玻璃杯中确实无次品的概率.

四、（本题满分 12 分）设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}kx^2, & 0<x<3,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$　$Y=\begin{cases}2, & X\le 1,\\ X, & 1<X<2,\\ 1, & X\ge 2.\end{cases}$

（I）求常数 k；（II）求 $P\{X\le Y\}$；（III）求 EY.

五、（本题满分 14 分）设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从区间 $[0,1]$ 上的均匀分布，Y 的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases}2y, & 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}\quad 令\quad U=\begin{cases}0, & X\le\dfrac{1}{2},\\ 1, & X>\dfrac{1}{2},\end{cases}\quad V=\begin{cases}0, & X>Y,\\ 1, & X\le Y.\end{cases}$$

（I）求 (X,Y) 概率密度 $f(x,y)$；（II）分别求 U 和 V 的分布律；（III）求 (U,V) 的联合分布律.

六、（本题满分 12 分）设 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}8xy, & 0<x<1,\ 0<y<x,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$

（I）求 X 的边缘概率密度 $f_X(x)$；（II）求条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$.

七、（本题满分 12 分）设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{\theta}{x^{\theta+1}}, & x>1,\\ 0, & x\le 1,\end{cases}$ 其中未知参数 $\theta>1$,

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的一个简单随机样本.（I）求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_M$；（II）求 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}_L$.

八、（本题满分 10 分）设随机变量 $X\sim N(1,1), Y\sim N(2,4)$，且 X 与 Y 相互独立.

（I）求 $Z=X-Y$ 的概率密度 $f(z)$；（II）求常数 a,b，使 $U=a(3X-3)^2+b(Y-2)^2\sim\chi^2(2)$.

命题教师注意事项:1、主考教师必须于考试一周前将“试卷 A”、“试卷 B”经教研室主任审批签字后送教务科印刷。　2、请命题教师用黑色水笔工整地书写题目或用 A4 纸横式打印贴在试卷版芯中。