合 肥 工 业 大 学 试 卷（A）

本页答题无效

2022～2023 学年第 一 学期 课程代码 1400091B 课程名称 概率论与数理统计 学分 3 课程性质:必修 考试形式:闭卷

专业班级（教学班）________ 考试日期 2023.3.5 命题教师 集体 系（所或教研室）主任审批签名________

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设有事件 A 和 B，已知 $\bar{A}B = A\bar{B}$，且 $P(\bar{A}) = 0.4$，则 $P(B) =$________.

2. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，$X \sim P(1)$，$Y \sim P(2)$，则 $P\{X+Y=0\} =$________.

3. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布函数为 $F(x,y) = \dfrac{1}{\pi^2}\left(\arctan x + \dfrac{\pi}{2}\right)\left(\arctan y + \dfrac{\pi}{2}\right)$，则 $P\{|X|\le 1, |Y|\le 1\} =$________.

4. 设随机变量 $X \sim U[0,1]$，则 $D(2X^2-3) =$________.

5. 设 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 为来自总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，若 $\hat{\sigma} = C\sum\limits_{i=1}^{n}|X_i|$ 为 σ 的无偏估计，则常数 $C =$________.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 对于任意两事件 A 和 B，与 $A \cup B = B$ 不等价的是（ ）.

（A）$A \subset B$ （B）$\bar{B} \subset \bar{A}$ （C）$A\bar{B} = \varnothing$ （D）$\bar{A}B = \varnothing$

2. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$，a 为常数，则下列函数中必为密度函数的是（ ）.

（A）$2xf(x^2)$ （B）$f(a-x)$ （C）$af(ax)$ （D）$\dfrac{f(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$

3. 设随机变量 X,Y 的分布律均为 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$，且 X,Y 相互独立，则下列结论正确的是（ ）.

（A）$X = Y$ （B）$P\{X=Y\}=1$ （C）$P\{X=Y\}=\dfrac{1}{2}$ （D）$P\{X=Y\}=0$

4. 设 X,Y 为两个随机变量，则下列结论正确的是（ ）.

（A）$E(X+Y)=E(X)+E(Y)$ （B）$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

（C）$E(XY)=E(X)E(Y)$ （D）$D(XY)=D(X)D(Y)$

5. 设样本 $(X_1, X_2, \cdots, X_{n+1})$ $(n>1)$ 取自总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$\bar{X} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i$，$S^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$，则统计量 $Y = \dfrac{X_{n+1}-\bar{X}}{S}\sqrt{\dfrac{n}{n+1}}$ 服从（ ）.

（A）正态分布 （B）χ^2 分布 （C）t 分布 （D）F 分布

三、（本题满分 10 分） 小王从家到单位有两种方式，骑电瓶车或者坐公交车，他骑电瓶车和坐公交车的次数比为 $4:1$，已知骑电瓶车上班准时到岗的概率为 0.7，坐公交车上班准时到岗的概率为 0.3.

（1）求小王能准时到岗的概率；

（2）已知某次小王准时到岗，求他坐公交车上班的概率.

四、（本题满分 14 分） 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} kx, & 0 \le x < 1, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

（1）求常数 k；（2）X 的分布函数 $F(x)$；（3）求随机变量 $Y = X+1$ 的分布函数 $G(y)$.

五、（本题满分 14 分） 设 $(X,Y) \sim \begin{pmatrix} (0,0) & (0,1) & (1,0) & (1,1) \\ \frac{1}{4} & a & b & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$，且 $F(0,1) = \dfrac{1}{2}$.

（1）求常数 a 和 b 的值；

（2）求 X 和 Y 的边缘分布律，并判断 X 和 Y 是否相互独立，说明其理由；

（3）求 $P(Y>0 \mid X=1)$.

六、（本题满分 12 分） 设随机变量 X 和 Y 的方差分别为 $DX=1, DY=4$. 记 $U=X, V=X+Y$.

（1）如果 X 和 Y 相互独立，求 ρ_{UV}；（2）如果 X 和 Y 的相关系数为 -0.5，求 ρ_{UV}.

七、（本题满分 14 分） 设总体 X 的密度函数为 $f(x;\theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0<x<1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 其中 θ 为未知参数，$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 为来自总体 X 的简单随机样本.

（1）求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_M$；（2）求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_L$.

八、（本题满分 6 分） 设 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 是总体 $X \sim N(0,1)$ 的一个简单随机样本，记 $\bar{X} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i$，$S^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$，$T = \bar{X}^2 - \dfrac{S^2}{n}$，求 $D(T)$.