$P = \left(\frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{16}\right)$

$x = (315, 101, 108, 32)$

El cociente de verosimilitud es $\lambda = 2 \cdot \log\left(\frac{L(\hat{p})}{L(p_0)}\right) = 2 \cdot \sum_{i=1}^{n=4} x_i \cdot \log\left(\frac{P_5}{P_0}\right)$

$$= 2\left[315 \cdot \log\left(\frac{\frac{315}{556}}{\frac{9}{16}}\right) + 101 \cdot \log\left(\frac{\frac{101}{556}}{\frac{3}{16}}\right) + 108 \cdot \log\left[\frac{\frac{108}{556}}{\frac{3}{16}}\right] + 32 \cdot \log\left[\frac{\frac{32}{556}}{\frac{1}{16}}\right]\right]$$

$$= \underline{0.47541}$$

El valor p de esta prueba se define con grados de libertad para una ji cuadrada que depende de los parametros libres de la hipotesis alternativa que son 3 en este caso menos los libres de la hipotesis nula.

$$= P(\chi^2_3 > 0.48) = 0.92$$

Por lo que no hay evidencia para rechazar la hipotesis nula

② Para una muestra $x_1, \dots x_n \sim \text{Uniforme}(\emptyset, \theta)$ y $T = \max(x_1, \dots, x_n)$

La función potencia para este caso es

$$\beta(\theta) = P_\theta(T > c) = 1 - P(T \leq c) = (1 - P(\max(x \dots x_n) \leq c)$$

Suponiendo indep en la estadistica

$$= 1 - \prod_{i=1}^{n} \frac{c}{\theta - \emptyset} = 1 - \left(\frac{c}{\theta}\right)^n \quad \star$$

Sabemos que $\beta(\theta) = \alpha$ y buscando que la región de rechazo sea

$\alpha = 0.05$

$$1 - \left(\frac{c}{\theta}\right)^n = 0.05 \rightarrow \sqrt[n]{0.95} = \frac{c}{\theta}$$

Usando $\theta_0 = .5$

$$\Rightarrow \sqrt[n]{0.95} \cdot 0.5 = c$$

Suponiendo $n = 20$ $T = 0.48$

sustituyendo en $\star$

$$1 - \left(\frac{0.48}{0.5}\right)^{20} = 0.56$$

con esta info no es suficiente para rechazar H_0

con $T = 0.52$ el cociente $\frac{c}{\theta} > 1 \Rightarrow$ que la probabilidad sea $\emptyset$ cuando $n \to \infty$

en este caso se rechaza