

Probabilidade

Introdução

Prof. Dr. Tetsu Sakamoto

Instituto Metr pole Digital - UFRN

Sala A224, ramal 182

Email: tetsu@imd.ufrn.br



Probabilidade





O que é probabilidades?

Uma forma de representar numericamente as chances de um determinado evento acontecer.



História

Conceito de probabilidade e incerteza é tão antiga quanto o início das civilizações.

Jogos de azar - 3500 AC, praticados por povos antigos (Egito, Suméria, Assíria, Grécia e Roma Antiga);

- Uso de ossos, precursor dos dados atuais;
- Dados cúbicos, parecidas com as atuais encontradas em tumbas que datam de 2500 AC;
- Parte importante do desenvolvimento da teoria de probabilidade.



História

Acredita-se que a base teórica da probabilidade foi fundamentada pelos matemáticos franceses **Blaise Pascal** e **Pierre Fermat**;

- Resolução do problema de partição das apostas em jogos de azar quando o jogo é interrompido antes;



Blaise Pascal
(1623-1662)



Pierre Fermat
(1601-1665)



História

Ao longo dos anos, várias sugestões foram elaboradas para definir de forma científica a probabilidade.

- Frequentista;
- Clássica;
- Subjetiva;



Definições de probabilidade

- Frequentista;
- Clássica;
- Subjetiva;

Em uma jogada de moeda, qual a probabilidade de ser cara?





Definição frequentista

Definição: A probabilidade de um evento é a frequência relativa com que aquele resultado pode ser obtido se o processo for repetido um grande número de vezes sobre condições similares.

```
import numpy as np

n = 100
sum = 0;
for i in range(n):
    sum += np.random.randint(2)
print(sum/n)
```





Críticas a definição frequentista

Definição: frequência relativa com que aquele resultado pode ser obtido se o processo for repetido um grande número de vezes sobre condições similares.

- “**Um grande número**” de jogadas → não há indicação do que pode ser considerado grande o bastante.
- “**Condições similares**” → a forma como a moeda é jogada não deve ser idêntica, pois isso resultará sempre no mesmo resultado.
- Aplica-se apenas a problemas que é possível, a princípio, realizar um número grande de repetições.



Definição clássica

Definição: Baseado no conceito de “resultados igualmente prováveis”.

Em uma jogada de moeda → dois possíveis resultados:

- Cara;
- Coroa.

Se considerarmos que:

- eles devem ter a mesma probabilidade de ocorrer;
- a soma das probabilidades é igual a 1;

Então, a probabilidade tanto de dar cara ou coroa é de $\frac{1}{2}$.

De forma geral, se o número de resultados é n , então a probabilidade de cada resultado é $\frac{1}{n}$.





Críticas a definição clássica

Definição: Baseado no conceito de “resultados igualmente prováveis”.

Esta definição pode ser bem aplicada em moedas e dados justos, e em baralho bem embaralhado.

Não fornece um método sistemático de calcular probabilidades caso as chances não forem os mesmos para cada resultado (exemplo: a probabilidade de uma pessoa casar daqui a 2 anos).



Definição subjetiva

Definição: A probabilidade de um resultado é atribuído a uma pessoa segundo suas crenças e informações sobre o processo;

Considere uma moeda que é jogada novamente.

- Uma pessoa que não informações especiais, a princípio, atribuiria que a probabilidade de dar cara seria de $\frac{1}{2}$.
- Mas a pessoa que está jogando, pode sentir que as chances de tirar cara é maior que o de coroa. Então ela pode atribuir que a probabilidade de dar cara é um valor entre $\frac{1}{2}$ e 1.



Críticas a definição subjetiva

Subjetiva: Uma outra pessoa que tenha outras crenças e outras informações podem atribuir diferentes probabilidades a um mesmo processo;

Se você tem inúmeros resultados possíveis, é preciso atribuir subjetivamente as probabilidades de cada um dos resultados;





Independente das definições...

- Frequentista;
- Clássica;
- Subjetiva;

Cada uma destas definições receberam críticas relevantes;

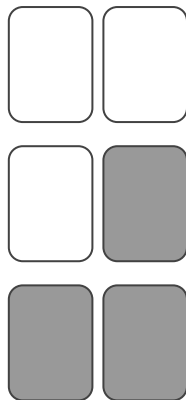
A verdadeira definição de probabilidade está envolvida em várias discussões filosóficas.

A teoria matemática de probabilidade não depende das controvérsias entre as diferentes definições.



Jogo de três cartas

frente verso



1. Coloque as cartas em um saco;
2. Pega-se uma carta do saco;
3. Coloca-se a carta sobre a mesa.



Jogo de três cartas

Aposta: Se o verso da carta tiver...

- ... uma cor diferente, você ganha R\$ 1,00;
- ... uma cor igual, eu ganho R\$ 1,00.



Jogo de três cartas

A aposta parece ser justa:

- Supondo que temos uma carta branca na mesa;
- Os possíveis resultados são branca e cinza;
- As probabilidades são iguais;
- E o mesmo se aplica se a carta for cinza.



Jogo de três cartas

Realizando uma simulação de Monte-Carlo...

```
cards = ["BB", "WB", "WW"]
n = 100
same = 0
diff = 0
for i in range(n):
    play = np.random.randint(3)
    if (cards[play] == "WB"):
        diff += 1
    else:
        same += 1

print("cartas iguais: %d cartas diferentes: %d" % (same, diff))
```



Jogo de três cartas

O argumento original parece convincente, mas está errado...

Como podemos ter a convicção de que o jogo é justo?

- Entendendo os conceitos de probabilidade, como **resultado** e **eventos**.