Probabilidade

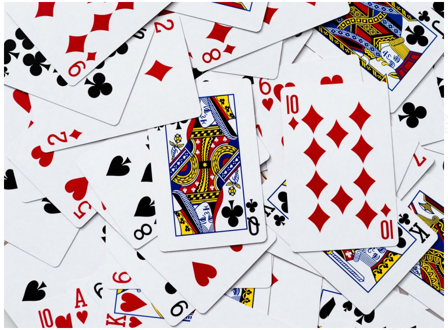
Teoria de conjuntos

Prof. Dr. Tetsu Sakamoto
Instituto Metrópole Digital - UFRN
Sala A224, ramal 182
Email: tetsu@imd.ufrn.br

Na aula passada...

Experimento: Qualquer processo, real ou hipotético, onde os possíveis resultados podem ser identificados.

Evento: Um conjunto de resultados bem definidos de um experimento.

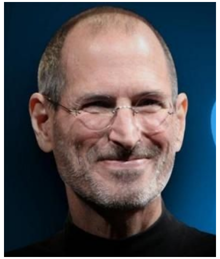


Teoria de conjuntos

Elementos

Base que forma os conjunto

Pode ser qualquer coisa:

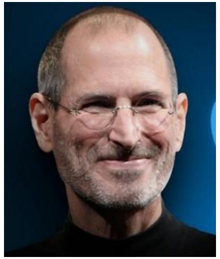
  

- Elementos estruturados: letras, palavras, documentos, páginas na web;
- Elementos numéricos;

Conjunto

Coleção de elementos distintos

Para definir um conjunto:

{    }

Representações de um conjunto

Explícita

- Moeda → { cara, coroa }
- Bits → { 0, 1 }
- Dado → { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

Implícita

- Dígito → { 0, 1, ... , 9}
- Letras → { a, b, ... , z}

Descritiva

- { palavras com 4 letras} = { amor, sede, gato, ... }

Conjuntos comuns

Z Inteiros → { ..., -2, -1, 0, 1, 2, ... }

N Naturais → { 0, 1, 2, ... }

P Positivos → { 1, 2, 3, ... }

Q Racionais → { razão de inteiros m/n, n ≠ 0 }

R Reais → { números racionais e irracionais }

Conveção:

- Conjunto - MAIÚSCULA
- Elementos - minúscula

Relação de pertinência

Se um elemento x está em um conjunto A, x é um membro ou pertence a A, denotamos **$x \in A$**.

- Exemplo: $0 \in \{0,1\}$ $1 \in \{0,1\}$ $\pi \in R$

De forma equivalente, A contém x, e denotamos **$A \ni x$**.

- Exemplo: $\{0,1\} \ni 0$ $\{0,1\} \ni 1$ $R \ni \pi$

Relação de pertinência

De modo inverso...

Se um elemento x **não** está em um conjunto A, x **não** é um membro ou **não** pertence a A, denotamos **$x \notin A$**.

- Exemplo: $2 \notin \{0,1\}$ $\pi \in Q$

De forma equivalente, A **não** contém x, e denotamos **$A \not\ni x$**.

- Exemplo: $\{0,1\} \not\ni 2$ $Q \not\ni \pi$

Características do conjunto

- A ordem não importa
  - { 0 , 1 } = { 1, 0 }
- Repetição não importa
  - { 0 , 1 } = { 0, 1, 1, 1, 1 }

E se a ordem importar?

- Tuplas ordenadas (0,1) ≠ (1,0)

E se a repetição importar?

- Multiconjunto

Conjuntos especiais

Conjunto vazio → não contém elementos

- $\varnothing$ ou { }
- $\forall x, x \notin \varnothing$ $\forall$ → qualquer

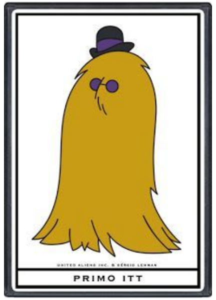
Conjunto universo → contém todos os possíveis elementos

- Ω
- $\forall x, x \in \Omega$

Conjuntos especiais

Conjunto universo → nos permite considerar apenas elementos relevantes.

- Ω = Z (inteiros) → "primos":
  - 2, 3, 5, 7, ...
  - E não...



Conjuntos especiais

Ω depende da aplicação

- Temperatura → $\Omega = R$
- Texto → $\Omega = \{ \text{palavras} \}$

$\varnothing$ é apenas um em qualquer situação → conjunto sem elementos.

Definindo o conjunto em Python

Definindo o conjunto:

{ ... } ou set({ ... })

```
set1 = { 1, 2 }
print(set1)
{ 1, 2 }
```

```
set2 = set({ 2, 3 })
print(set2)
{ 2, 3 }
```

Definindo conjunto em Python

Para definir um conjunto vazio:

set() ou set({ })

```
empty1 = set()
print(empty1)
set{}
```

```
empty2 = set({})
print(empty2)
set{}
```

```
notASet = {}
type(notASet)
dict
```

Testando a relação de pertinência em Python

$\in \longrightarrow$ in

```
sala = { ‘mesa’, ‘cadeira’, ‘sofa’ }
‘mesa’ in sala   # True
‘panela’ in sala # False
```

$\notin \longrightarrow$ not in

```
sala = { ‘mesa’, ‘cadeira’, ‘sofa’ }
‘mesa’ not in sala   # False
‘panela’ not in sala # True
```

Testando se o conjunto é vazio em Python

Testar se o conjunto é vazio → not

```
S = set()
not S # True
```

```
T = { 1, 2 }
not T # False
```

Verificar o tamanho do conjunto → len()

```
S = set()
print(len(S) == 0)
True
```

```
T = { 1, 2 }
print(len(T) == 0)
False
```

Conjunto dentro de conjunto

Especificando um conjunto dentro de um universo, ou qualquer outro conjunto:

$\{ x \in A \mid \ldots \}$ = { elementos x em A tal que ... } = $\{ x \in A : \ldots \}$

- $N = \{ x \in Z \mid x \geq 0 \}$
- $P = \{ x \in Z \mid x > 0 \}$

Conjunto dentro de conjunto

Útil para descrever **soluções em equações**:

- $\{ x \in R \mid x^2 \geq 0 \} = R$
- $\{ x \in R \mid x^2 = 1 \} = \{ -1, 1 \}$
- $\{ x \in R \mid x^2 = 0 \} = \{ 0 \}$
- $\{ x \in R \mid x^2 = -1 \} = \varnothing$
- $\{ x \in C \mid x^2 = -1 \} = \{ -i, i \}$

As soluções dependem do conjunto que você está restringindo.

Conjunto dentro de conjunto

Útil para descrever **intervalos de inteiros**:

- $\{ m, \dots , n \} = \{ i \in Z \mid m \leq i \leq n \}$ → inteiros de “m” a “n”, inclusivo;
- $\{ 3, \dots , 5 \} = \{ i \in Z \mid 3 \leq i \leq 5 \} = \{ 3, 4, 5 \}$
- $\{ 3, \dots , 4 \} = \{ i \in Z \mid 3 \leq i \leq 5 \} = \{ 3, 4 \}$
- $\{ 3, \dots , 3 \} = \{ i \in Z \mid 3 \leq i \leq 3 \} = \{ 3 \}$
- $\{ 3, \dots , 2 \} = \{ i \in Z \mid 3 \leq i \leq 2 \} = \varnothing$

Conjunto dentro de conjunto

Útil para descrever **intervalos de reais**:

- [a,b] = { x ∈ R | a ≤ x ≤ b } → números reais de "a" a "b", incluindo "a" e "b";
- (a,b) = { x ∈ R | a < x < b } → números reais de "a" a "b", não incluindo "a" e "b";
- [a,b) = { x ∈ R | a ≤ x < b } → números reais de "a" a "b", incluindo "a" e não incluindo "b";

Exemplos: [3, 3] = { 3 } [3, 2] = [3, 3) = (3, 3] = ∅

Intervalo de inteiros de um conjuntos em Python

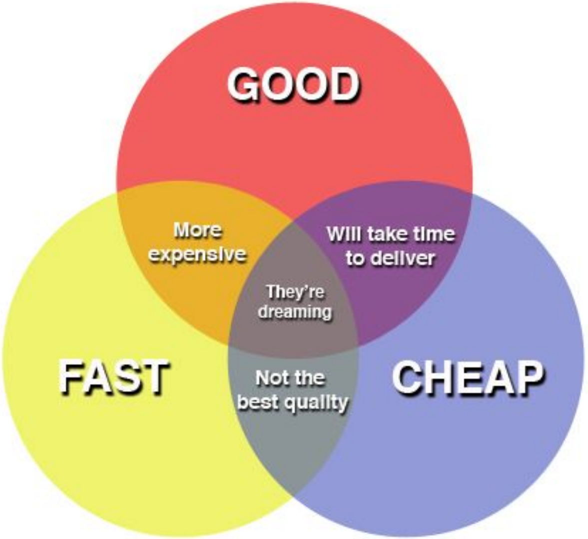
range()

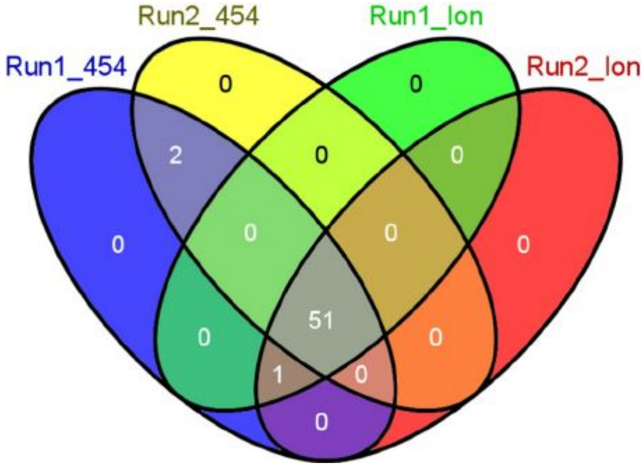
set(range(n)) = { 0, ... , n-1 }

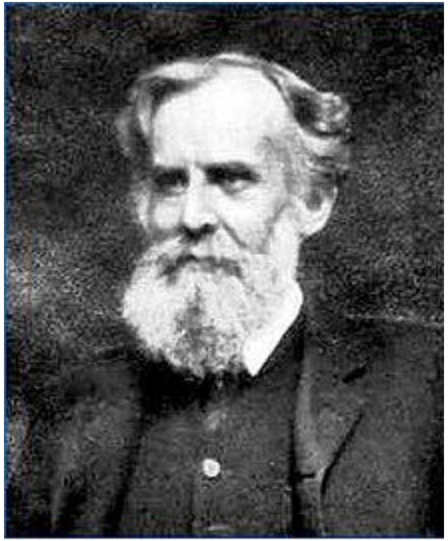
set(range(m, n)) = { m, ... , n-1 }

set(range(m, n, d)) = { m, m+d, m+2d, ... , n-1 } # conjunto de múltiplos

Visualizando conjuntos

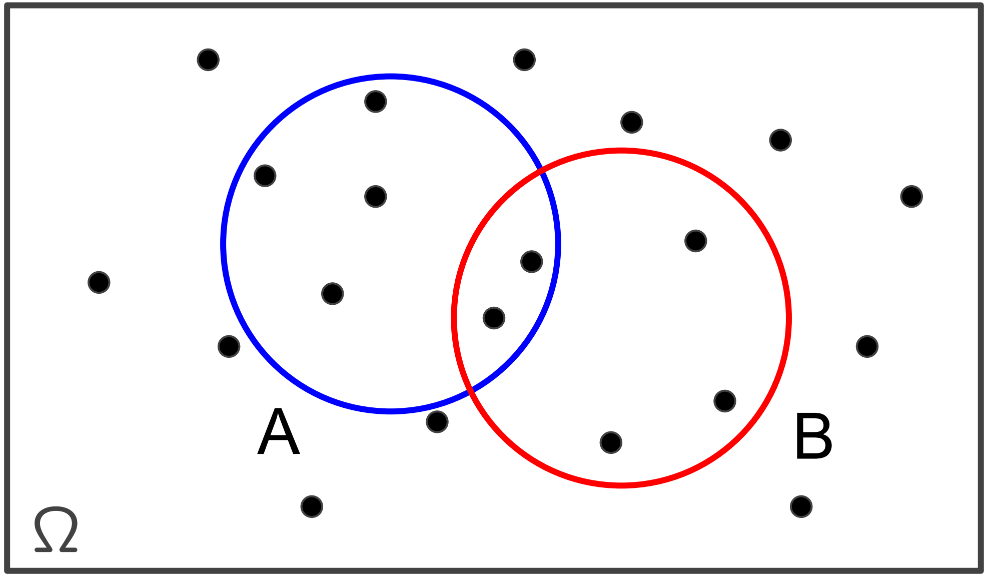






John Venn (1834 - 1923)

Visualizando conjuntos

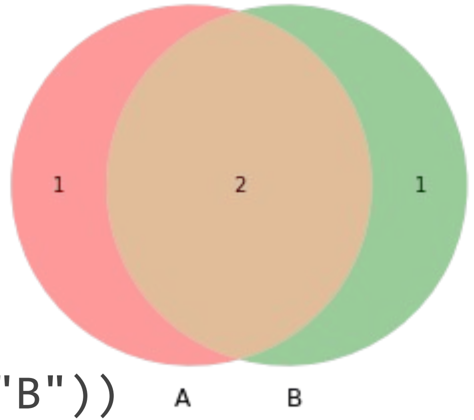


Visualizando conjuntos em Python

```
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib_venn as venn

A = set({0,1,2})
B = set({1,2,3})

venn.venn2([A, B], set_labels=("A","B"))
plt.show()
```



Para aqueles que não possuam matplotlib_venn instalado...

```
> conda config --add channels conda-forge
> conda config --add channels defaults
> conda config --add channels r
> conda config --add channels bioconda

> conda install matplotlib-venn
```

Exercício

Cria um conjunto A que contenha múltiplos de 3 e um conjunto B que contenha múltiplos de 5 em um intervalo de 0 a 100.

Verifique quantos são múltiplos de 3 e 5 plotando um diagrama de Venn.