

Probabilidade

Teoria de conjuntos II

Prof. Dr. Tetsu Sakamoto

Instituto Metr pole Digital - UFRN

Sala A224, ramal 182

Email: tetsu@imd.ufrn.br





Slides e notebook em:

github.com/tetsufmbio/IMD0033/





Relações e operações aplicadas em conjuntos

Relação entre números:

- $=$
- \leq ou \geq
- $<$ ou $>$

Operações entre números:

- $+$
- $-$

Relação entre conjuntos:

- $=$
- \subseteq ou \supseteq
- \subset ou \supset

Operações entre conjuntos:

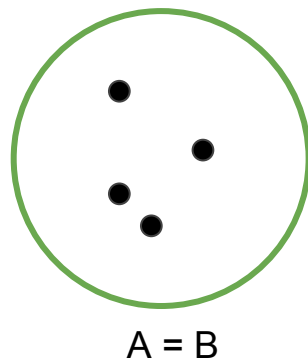
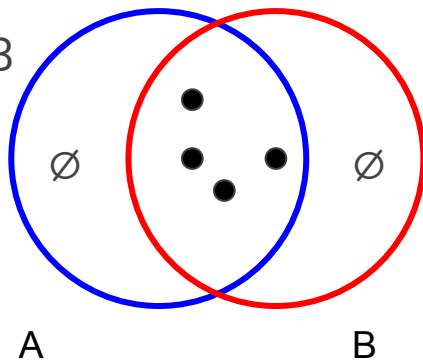
- União
- Subtração
- Interseção



Relação de igualdade

O conjunto A é dito **igual** ao conjunto B, se um contém os mesmos elementos que o outro.

$$A = \{ 0, 1 \}, B = \{ 1, 0 \}; A = B$$

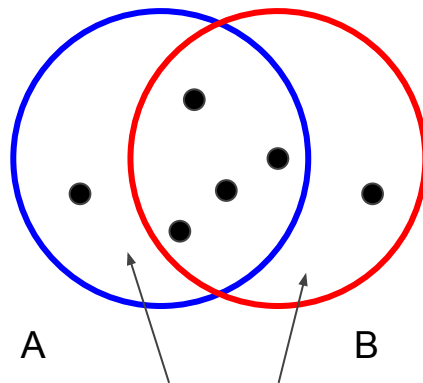




Relação de desigualdade

O conjunto A é dito **diferente** do conjunto B, se um contém pelo menos um elementos distinto do outro.

$$A = \{ 0, 1 \}, B = \{ 1, 2 \}; A \neq B$$



Pelo menos um deles não é \emptyset

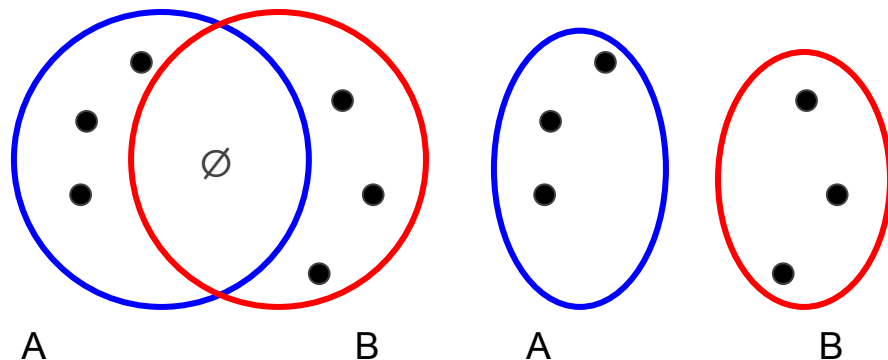


Conjuntos disjuntos

A disjunção de A e B ocorre quando não há elementos em comum entre A e B;

Exemplo:

- $\{ 0, 1 \} \cap \{ 2, 3 \} = \emptyset$
- $[3, 4) \cap [4, 5] = \emptyset$





Subconjuntos (\subseteq)

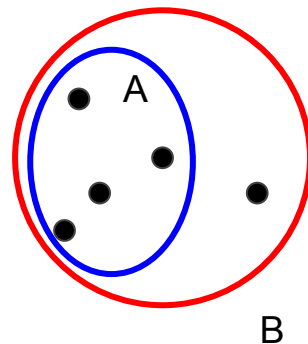
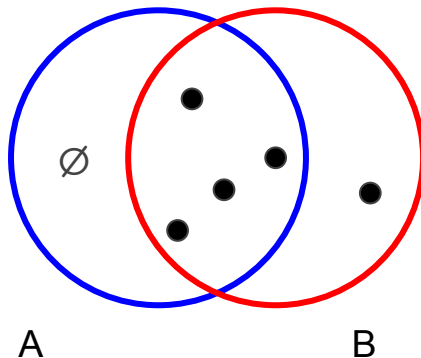
Generalização da relação \leq ;

Se todos os elementos de A pertencerem a B, então A é um subconjunto de B;

- $A \subseteq B$

Exemplo:

- $\{0\} \subseteq \{0, 1\}$
- $\{0\} \subseteq \{0\}$





Superconjuntos (\supseteq)

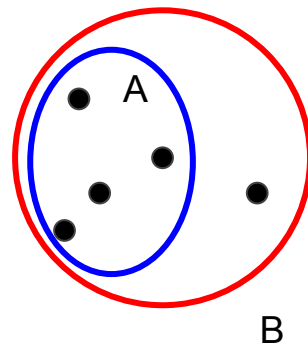
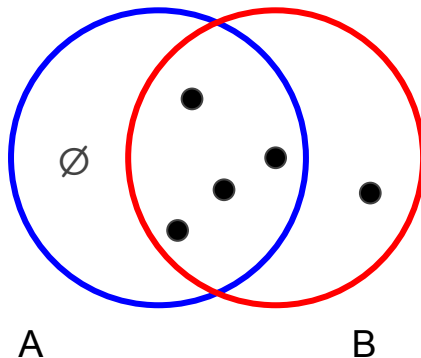
Generalização da relação \geq ;

B é superconjunto de A se B contiver todos os elementos de A;

- $B \supseteq A$

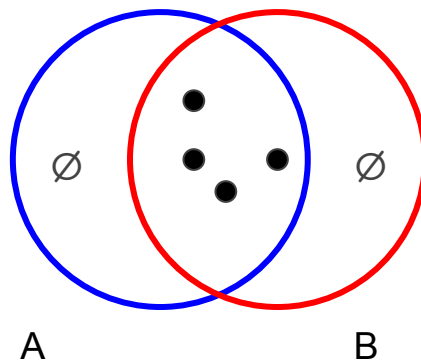
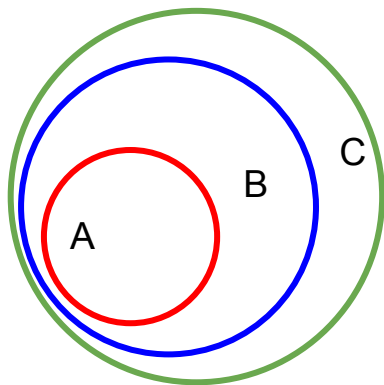
Exemplo:

- $\{0, 1\} \supseteq \{0\}$
- $\{0\} \supseteq \{0\}$



Propriedades do subconjunto

- $\emptyset \subseteq A \subseteq A \subseteq \Omega$
- $A \subseteq B, B \subseteq C$, então $A \subseteq C$ (transitividade)
- $A \subseteq B, B \subseteq A$, então $A = B$





(Sub ou Super)conjuntos estritos (\subset)

Se A é subconjunto de B e A é diferente de B, então A é um subconjunto estrito de B;

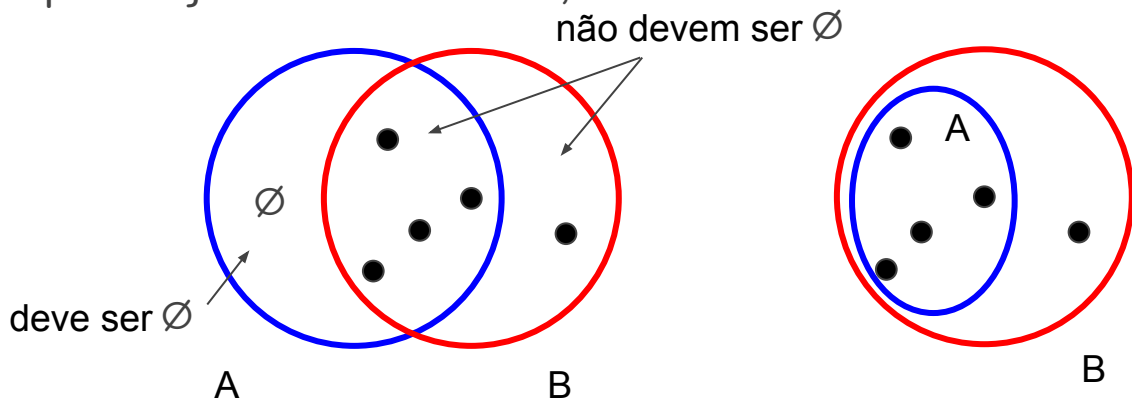
- $A \subset B$

Da mesma forma, B é superconjunto estrito de A;

- $B \supset A$

Exemplo:

- $\{0\} \subset \{0, 1\}$
- $\{0, 1\} \supset \{0\}$





\in (pertence a) vs \subseteq (contém)

- $\in \rightarrow$ relação entre um elemento e um conjunto;
 - $x \in A \rightarrow$ elemento x pertence ao conjunto A ;
 - $0 \in \{0, 1\}$
 - $\{0\} \notin \{0, 1\}$
- $\subseteq \rightarrow$ relação entre dois conjuntos;
 - $A \subseteq B \rightarrow$ o conjunto A é um subconjunto do conjunto B
 - $\{0\} \subseteq \{0, 1\}$
 - $0 \not\subseteq \{0, 1\}$



Relação entre conjuntos em Python (igualdade e disjunção)

```
set1 = { 0, 1 }  
set2 = set({ 0, 1 })  
set3 = { 1, 0, 1 }  
set4 = { 0, 2 }
```

```
# Igualdade (==)  
set1 == set2 # true  
set2 == set3 # true  
set3 == set4 # false
```

```
# Diferente (!=)  
set1 != set2 # false  
set2 != set3 # false  
set3 != set4 # true
```

```
# Disjunção (isdisjoint())  
  
set1.isdisjoint(set2) # false  
set1.isdisjoint({2})  # true
```



Relação entre conjuntos em Python (subconjunto e superconjunto)

```
set1 = { 0 }  
set2 = set({ 0, 1 })  
set3 = { 1, 0, 1 }
```

```
#  $\subseteq$  ( $\leq$  ou issubset())  
set1  $\leq$  set2 # true  
set2.issubset(set3) # true
```

```
#  $\supseteq$  ( $\geq$  ou issuperset())  
set2  $\geq$  set1 # true  
set3.issuperset(set2) # true
```

```
#  $\subset$  ( $<$ )  
set1  $<$  set2 # true  
set2  $<$  set3 # false
```

```
#  $\supset$  ( $>$ )  
set2  $>$  set1 # true  
set3  $>$  set2 # false
```



Operações aplicadas em conjuntos

Operações entre números:

- +
- -

Operações entre conjuntos:

- União
- Subtração
- Interseção

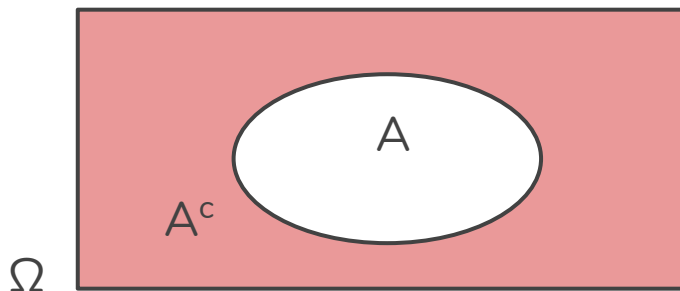


Complemento

$\Omega \rightarrow$ conjunto de todos os elementos possíveis;

Complemento do conjunto A (A^c) \rightarrow todo elemento em Ω que não está no A ;

Em termos lógicos: $A^c = \{ x \in \Omega \mid x \notin A \}$



$$\Omega = \{ 0, 1 \}$$

$$\{ 0 \}^c = \{ 1 \}$$

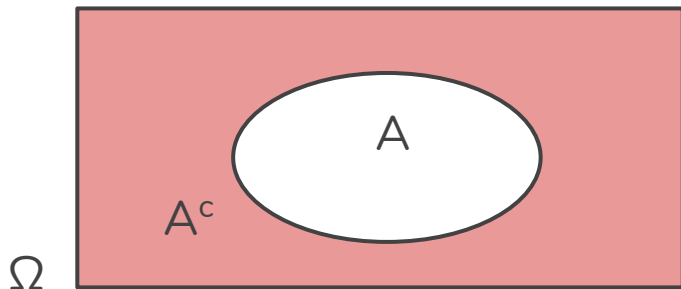
$$\{ 0, 1 \}^c = \emptyset$$

$$\{ \emptyset \}^c = \Omega$$



Propriedades do complemento

- $\Omega^c = \emptyset$ $\emptyset^c = \Omega$
- A e A^c são sempre disjuntos
- $(A^c)^c = A \rightarrow$ involução





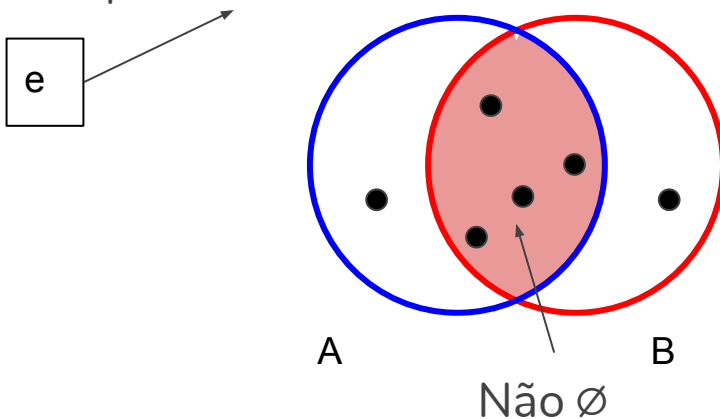
Interseção (\cap)

A interseção de A e B é um conjunto de elementos que simultaneamente pertencem ao conjunto A e ao conjunto B;

Em termos lógicos: $A \cap B = \{x \in \Omega \mid x \in A \wedge x \in B\}$

Exemplos:

- $\{0, 1\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$
- $[3, 4] \cap [2, 5] = [3, 4]$





União (U)

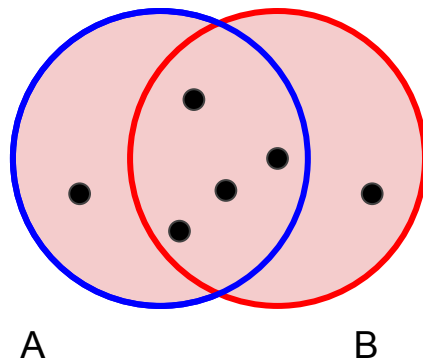
União dos conjuntos A e B corresponde a todos os elementos que pertencem aos conjuntos A e B.

Em termos lógicos: $A \cup B = \{x \in \Omega \mid x \in A \vee x \in B\}$

ou

Exemplos:

- $\{0, 1\} \cup \{1, 2\} = \{0, 1, 2\}$
- $[3, 4] \cup [2, 5] = [2, 5]$





Propriedades (\cup e \cap)

Identidade

$$A \cap \Omega = A$$

$$A \cup \Omega = \Omega$$

Limite universal

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cup \emptyset = A$$

Idempotente

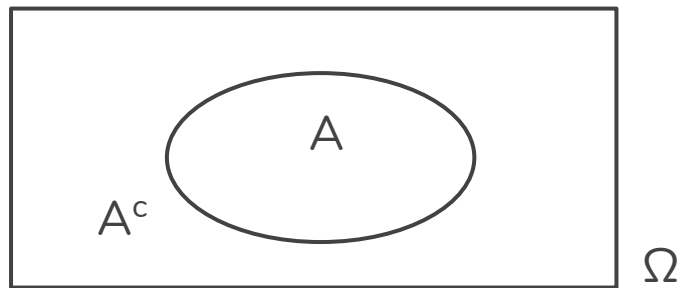
$$A \cap A = A$$

$$A \cup A = A$$

Complemento

$$A \cap A^c = \emptyset$$

$$A \cup A^c = \Omega$$





U e \cap em Python

```
A = { 1, 2 }
```

```
B = { 2, 3 }
```

```
# União
```

```
print(A | B)  
{ 1, 2, 3 }
```

```
print(A.union(B))  
{ 1, 2, 3 }
```

```
# Interseção
```

```
print(A & B)  
{ 2 }
```

```
print(A.intersection(B))  
{ 2 }
```



Subtração de conjuntos

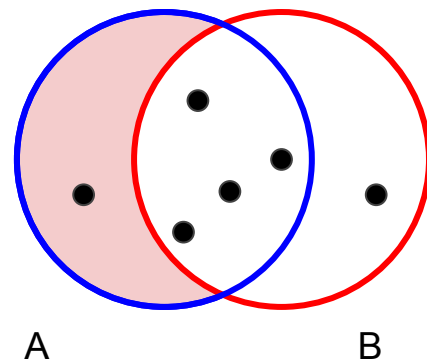
Subtração do conjunto A por B ($A - B$) corresponde a todos os elementos em A que não estejam em B.

Em termos lógicos: $A - B = \{x \in \Omega \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

Exemplos:

- $\{0, 1\} - \{1\} = \{0\}$
- $[3, 4] - [2, 5] = \emptyset$

$$A - B = A \cap B^c$$





Subtração simétrica (Δ)

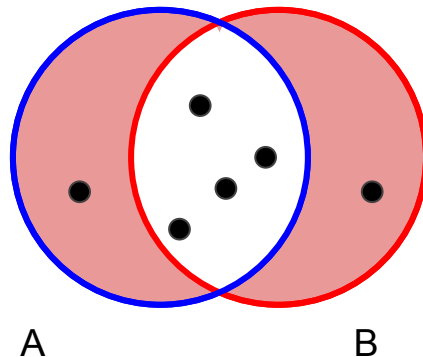
Subtração simétrica de dois conjuntos correspondem aos elementos que ocorrem exatamente em um dos conjuntos.

Em termos lógicos: $A \Delta B = \{ x \in \Omega \mid (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B) \}$

Exemplos:

- $\{ 0, 1 \} \Delta \{ 1, 2 \} = \{ 0, 2 \}$
- $[0, 2] \Delta [1, 3] = [0, 1) \cup (2, 3]$

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$





Diferença e diferença simétrica em Python

```
A = { 1, 2 }
```

```
B = { 2, 3 }
```

```
# Diferença
```

```
print(A - B)
```

```
{ 1 }
```

```
print(B.difference(A))
```

```
{ 3 }
```

```
# Dif. simétrica
```

```
print(A ^ B)
```

```
{ 1, 3 }
```

```
print(A.symmetric_difference(B))
```

```
{ 3, 1 }
```

Exercícios do notebook

github.com/tetsufmbio/IMD0033/



Propriedades (\cup e \cap)

Comutativo

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

Associativo

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

Distributivo

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

De Morgan

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$