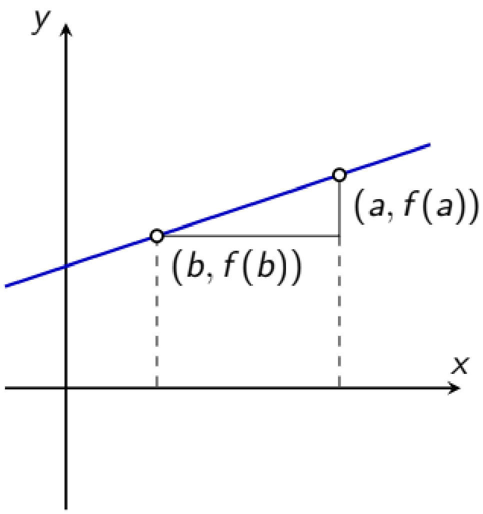
# 26. Nemlineáris egyenletek megoldása II.

**26.** Nemlineáris egyenletek megoldása II.

**a)** Ismertesse a húrmódszer és szelőmódszer alapötletét, szemléltesse működésüket és vezesse le az algoritmusok képletét. Ismertesse a konvergenciarend fogalmát. Hasonlítsa össze a két módszer alkalmazhatóságát és konvergencia rendjét egymással és a Newton-módszerrel.

**Ismétlés:** Két adott ponton átmenő egyenes egyenlete.




Az egyenes meredeksége:

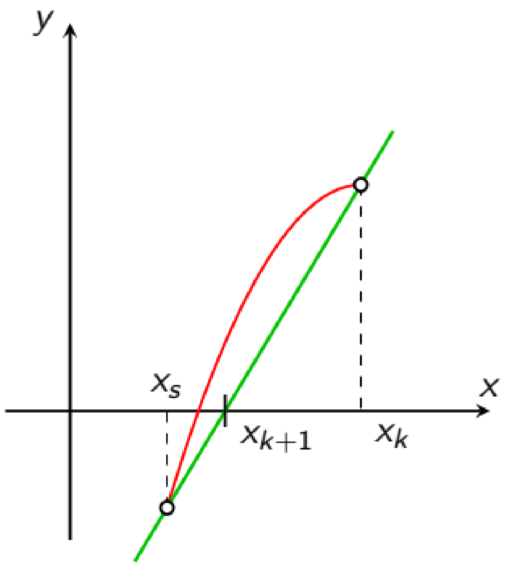
$$\frac{f(a)-f(b)}{a-b}.$$

Az egyenes egyenlete:

$$y-f(a)=\frac{f(a)-f(b)}{a-b}\cdot(x-a).$$

Ennek zérushelye ($y=0$):

$$x=a-\frac{f(a)\cdot(a-b)}{f(a)-f(b)}.$$

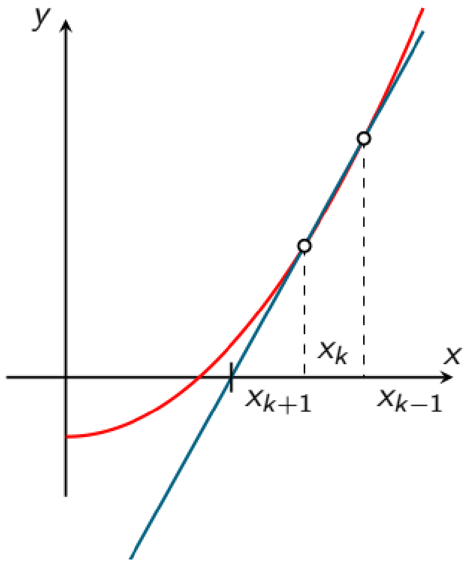



**Definíció:** húrmódszer

Az $f\in C[a;b]$ függvény esetén, ha $f(a)\cdot f(b)<0$, akkor a *húrmódszer* alakja:

$$x_0:=a,\quad x_1:=b,$$
$$x_{k+1}=x_k-\frac{f(x_k)\cdot(x_k-x_s)}{f(x_k)-f(x_s)}$$
$$(k=0,1,2,\dots),$$

ahol $s$ a legnagyobb olyan index, amelyre $f(x_k)\cdot f(x_s)<0$.




**Definíció:** szelőmódszer

Az $f \in C[a;b]$ függvény esetén a *szelőmódszer* alakja:

$$x_0, x_1 \in [a;b],$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)\cdot(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots).$$

**Definíció** (konvergenciarend):

Az $(x_k)$ konvergens sorozat $p$-edrendben konvergens, ha $\exists c \in (0; +\infty) \subset \mathbb{R}$, hogy:

$$\lim_{k\to\infty}(x_k) = x^*: \lim_{k\to\infty}\frac{|x_{k+1} - x^*|}{|x_k - x^*|^p} = c$$

## 5) Összehasonlítás: húrmódszer vs szelőmódszer vs Newton

### (i) Derivált-igény / költség

- **Newton:** kell $f'(x_k)$ minden lépésben (drága/nehéz lehet).
- **Húrmódszer:** $f'(c)$ egyszer (vagy egy fix meredekség) → olcsó.
- **Szelő:** nem kell derivált, csak $f$-értékek, de két előző pont kell.

### (ii) Konvergenciarend

- **Newton:** $p = 2$ (kvadratikus), ha $f'(\alpha) \neq 0$ és elég közel indulsz.
- **Szelő:** $p \approx 1.618$ (szuperlineáris).
- **Húr:** $p = 1$ (lineáris), tipikusan lassabb.

### (iii) Alkalmazhatóság és "mikor bukhat"

- **Newton:** nagyon gyors, de érzékeny indulópontra; ha $f'(x_k)$ kicsi/0 vagy rossz a start, elszállhat.
- **Szelő:** kevésbé érzékeny, mint Newton, és nem kell derivált; viszont ha $f(x_k) \approx f(x_{k-1})$, a nevező kicsi → numerikusan gond.
- **Húr:** stabil lehet, ha a fix meredekség jó; ha rosszul választott $c$ (vagy rossz fix meredekség), lassú vagy nem konvergál.

### (iv) Gyakorlati "józan" rangsor

- Ha **van megbízható derivált** és jó kezdőpont: **Newton** a nyerő.
- Ha **nincs derivált**, de gyorsaság kell: **szelőmódszer**.
- Ha **egyszerűség/stabilitás** kell és elfogadható a lassúság: **húrmódszer** (jó $c$-vel).