Cấu Trúc Dữ Liệu & Giải Thuật
Phân Tích Thuật Toán

Thuật Toán

- Một chuỗi các bước tính toán được định nghĩa rõ ràng để giải quyết một vấn đề
- Nhận vào một tập các giá trị đầu vào
- Trả về một tập các giá trị đầu ra
- Biểu diễn bằng: mã nguồn, mã giả
- Tính đúng đắn (cần thiết): kết quả trả về phản ánh đúng mong muốn của thông tin nhận vào
- Tính hiệu quả (quan trọng): độ tin cậy, tốc độ xử lý, tài nguyên sử dụng

Thuật Toán – Đánh Giá

- Một vấn đề giải quyết bởi thuật toán khác nhau
- Với mỗi thuật toán
  - Thời gian: thời gian chạy của thuật toán
  - Không gian: dung lượng bộ nhớ sử dụng
- Thời gian chạy
  - Dữ liệu đầu vào
  - Kĩ năng lập trình
  - Chương trình dịch, hệ điều hành
  - Tốc độ phép toán trên máy tính

Thuật Toán – Thời Gian Chạy

- Phụ thuộc vào độ lớn dữ liệu đầu vào
  - Tìm một phần tử trong danh sách n phần tử
  - Sắp xếp danh sách n phần tử
  - Bài toán người giao hàng cần thăm n điểm
- Với dữ liệu cùng độ lớn, thời gian thay đổi
  - Tìm một phần tử trong danh sách n phần tử
    - Phần tử nằm ở đầu danh sách
    - Phần tử nằm ở cuối danh sách
    - Phần tử nằm ở giữa danh sách

Thuật Toán – Thời Gian Chạy

- Phân tích thực nghiệm
  - Đo thời gian chạy thực, vẽ đồ thị, …
  - Có kịch bản tiến hành thực nghiệm
  - Cần cài đặt thuật toán (khó, lâu)
  - Đôi khi không thể chạy hết các bộ dữ liệu
  - Để so sánh các thuật toán, phải sử dụng cùng môi trường (phần cứng & phần mềm)
  - Phù hợp cho dự đoán

Thuật Toán – Thời Gian Chạy

- Phân tích toán học
  - Ước lượng số phép toán là hàm của độ lớn dữ liệu đầu vào
  - Thông thường thông qua sử dụng mã giả
  - Xét tất cả các bộ dữ liệu đầu vào
  - Không phụ thuộc môi trường tính toán
  - Phù hợp cho cả dự đoán và giải thích
  - Thường được sử dụng để đánh giá

Thuật Toán – Thời Gian Chạy

- Trường hợp xấu nhất (thông thường)
  - Thời gian chạy lớn nhất của thuật toán trên tất cả các dữ liệu có cùng độ lớn
- Trường hợp trung bình (đôi khi)
  - Thời gian chạy trung bình của thuật toán trên tất cả các dữ liệu có cùng độ lớn
    - Khó: do phải biết phân phối xác suất của dữ liệu
- Trường hợp tốt nhất (hiếm)
  - Thời gian chạy ít nhất của thuật toán trên tất cả các dữ liệu có cùng độ lớn

Mã Giả (pseudo–code)

- Mô tả bậc cao của một thuật toán
- Cấu trúc rõ ràng hơn văn xuôi
- Không chi tiết như mã nguồn
- Được ưa thích trong biểu diễn giải thuật
- Ẩn đi các khía cạnh thiết kế chương trình

Algorithm arraySum(*A*,*n*):
Input: mảng *A (n* số nguyên)
Output: tổng các phần tử của *A*
  sum ← 0;
  for *i* ← 0 **to** *n*−1 **do**
    sum ← sum + *A*[*i*];
  return *currentMax;*

Phân Tích Độ Phức Tạp Thời Gian

- Đánh giá thời gian chạy thuật toán
  - $T(n)$ = số lượng phép toán sơ cấp cần thực hiện (số học, lô-gic, so sánh)
  - Mỗi phép toán sơ cấp thực hiện trong khoảng thời gian cố định
  - Chỉ quan tâm tới tốc độ tăng của hàm $T(n)$
  - Ví dụ: $T(n) = 2n^2 + 3n + 10$

Phân Tích Độ Phức Tạp Thời Gian

- Xác định số lượng các phép toán sơ cấp là hàm của độ lớn dữ liệu đầu vào
- $T(n) = \Sigma$ các phép toán sơ cấp

$$T(n) = (n+2) \leftarrow$$
$$+(n+1) <$$
$$+(2n) +$$
$$= nc_0 + c_1$$

Algorithm *arraySum*(*A*,*n*):
Input: mảng *A* (*n* số nguyên)
Output: tổng các phần tử của *A*

$\quad$ *sum* ← 0;
$\quad$ **for** *i* ← 0 **to** *n*−1 **do**
$\quad\quad$ *sum* ← sum + *A*[*i*];
$\quad$ **return** *sum;*

Độ Tăng Của Hàm

- Với n là độ lớn dữ liệu đầu vào
- Tỷ lệ tăng trưởng (chính xác):
  - $an^2 + bn + c$
  - $an + b$
  - $an \log n + bn + c$
- Bậc tăng trưởng (xấp xỉ):
  - $an^2 + bn + c$ => bậc n^2
  - $an + b$ => bậc n
  - $an \log n + bn + c$ => bậc $n \log n$

Ký Hiệu Tiệm Cận (O- – Ô-lớn)

- O- – Ô-lớn (chặn trên):

  Ta nói rằng $f(n)$ là ô lớn của $g(n)$ nếu tồn tại các hằng số $c > 0$, và $n_0 > 0$ sao cho:

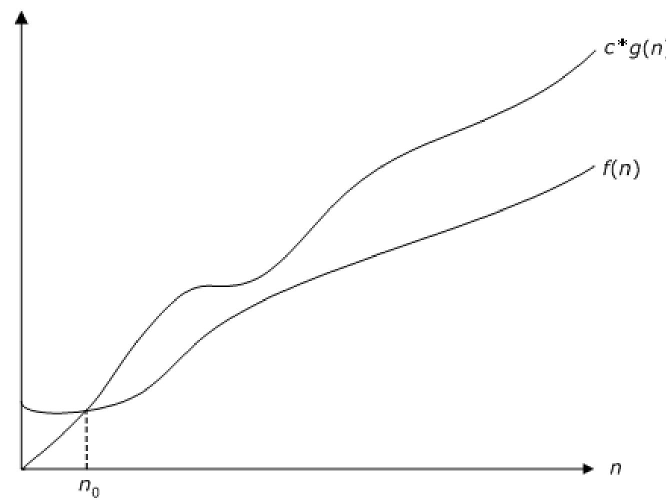
  $$0 \leq f(n) \leq cg(n)$$

  với mọi $n \geq n_0$

  Ký hiệu: $f(n) \in O(g(n))$

- Ví dụ: $2n^2 \in O(n^3)$

Hàm không phải giá trị

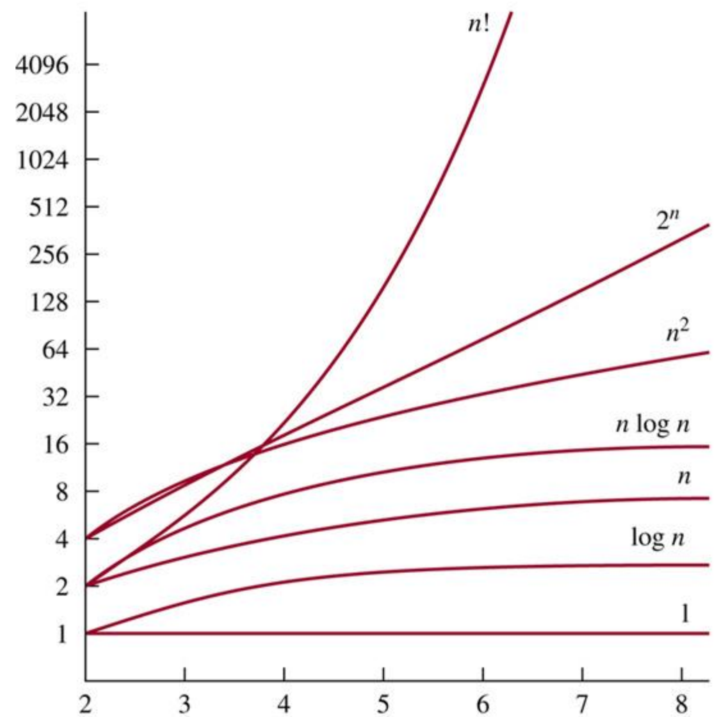


Ký Hiệu O- – Biểu Diễn Thời Gian Chạy

- Lấy cận trên chặt biểu diễn thời gian chạy của thuật toán
- $f(n)$ là cận trên chặt của $T(n)$ nếu
  - $T(n) \in O\big(f(n)\big)$, và
  - Nếu $T(n) \in O\big(g(n)\big)$ thì $f(n) \in O\big(g(n)\big)$
- Nói cách khác
  - Không thể tìm được một hàm $g(n)$ là cận trên của $T(n)$ mà tăng chậm hơn hàm $f(n)$

Cấp Độ Thời Gian Chạy

Ký hiệu ô lớn	Tên gọi
	hằng
	logarit
	tuyến tính
	nlogn
	bình phương
	lập phương
	mũ
	giai thừa



Phân Tích Tiệm Cận Thuật Toán

-
  - Xác định thời gian chạy sử dụng ký hiệu O-
    - Tìm số lần các phép toán sơ cấp thực hiện nhiều nhất là hàm của độ lớn dữ liệu đầu vào
    - Miêu tả hàm này theo ký hiệu O-
  - Ví dụ:
    - Thuật toán $arraySum(A,n)$ chạy nhiều nhất $(4n + 2)$ phép toán sơ cấp
    - Ta nói thuật toán $arraySum(A,n)$ chạy trong thời gian $O(n)$

Kỹ Thuật Đánh Giá Thời Gian Chay

- Thời gian chạy các lệnh
  - Gán
  - Lựa chọn
  - Lặp
- Không đệ quy so với đệ quy

Thời Gian Chạy Của Các Lệnh

- Lệnh gán

  X=<biểu thức>

  Thời gian chạy của lệnh gán bằng thời gian thực hiện biểu thức

- Lệnh lựa chọn

  if (điều kiện) → $T_0(n)$

  lệnh 1 → $T_1(n)$

  else

  lệnh 2 → $T_2(n)$

  Thời gian: $T_0(n) + \min(T_1(n), T_2(n))$

Thời Gian Chạy Của Các Lệnh

-
  - Lệnh lặp: for, while, do-while

$$\sum_{i=1}^{X(n)} (T_0(n) + T_i(n))$$

$X(n)$: số vòng lặp

$T_0(n)$: điều kiện lặp

$T_i(n)$: thời gian thực hiện vòng lặp thứ i

Phân Tích Hàm Đệ Quy

- Định nghĩa đệ quy có 2 phần
  - Phần cơ sở: định nghĩa một số phần tử đầu tiên trong chuỗi
  - Phần đệ quy
- VÍ dụ: thời gian tính hàm giai thừa
  - $T(1) \in O(1)$
  - $T(n) = T(n-1) + O(1)$ với $n > 1$

Bài Tập

```
1 for (i = 0; i < n; i++)
2     for (j = 0; j < n; j++)
3         a[i][j] = 0;
4 for (i = 0; i < n; i++)
5     a[i][j] = 1;
```

$T_3 = O(1)$
$T_2 = O(n)$
$T_{23} = O(n) \times O(1) = O(n)$
$T_1 = O(n)$
$T_{123} = O(n) \times O(n) = O(n^2)$
$T_5 = O(1)$
$T_4 = O(n)$
$T_{45} = O(n) \times O(1) = O(n)$
$T_{12345} = T_{123} + T_{45} = O(n^2) + O(n) = O(n^2 + n) = O(n^2)$

Bài Tập

```
1 for (i = 0; i < n; i++)
2     for (j = 0; j < n; j++)
3.        if (i == j)
4.            a[i][j] = 1;
5         else
6             a[i][j] = 0;
```

$$T_4 = O(1)$$
$$T_6 = O(1)$$
$$T_3 = O(1)$$
$$T_{3456} = O(1)$$
$$T_2 = O(n)$$
$$T_{23456} = O(n) \times O(1) = O(n)$$
$$T_1 = O(n)$$
$$T_{12345} = O(n) \times O(n) = O(n^2)$$

Bài Tập

```
1 for (i = 0; i < n; i++)
2     for (j = 0; j < n; j++)
3         a[i][j] = 0;
4 for (i = 0; i < n; i++)
5     a[i][j] = 1;
```

$$T_3 = O(1)$$
$$T_2 = O(n)$$
$$T_{23} = O(n) \times O(1) = O(n)$$
$$T_1 = O(n)$$
$$T_{123} = O(n) \times O(n) = O(n^2)$$
$$T_5 = O(1)$$
$$T_4 = O(n)$$
$$T_{45} = O(n) \times O(1) = O(n)$$
$$T_{12345} = T_{123} + T_{45} = O(n^2) + O(n) = O(n^2 + n) = O(n^2)$$

Bài Tập

```
sum = 0
for (i = 0; i < n; i++)
    for (j = i + 1; j <= n; j++)
        for (k = 1; k < 10; k++)
            sum = sum + i * j * k;
```

Bài Tập

```
sum = 0
for (i = 0; i < n; i++)
    for (j = i + 1; j <= n; j++)
        for (k = 1; k < m; k++) {
            x = 2 * y
            sum = sum + i * j * k;
        }
```

Bài Tập

```
sum = 0
thisSum = 0
for (i = 0; i < n; i++) {
    thisSum += a[i];
    if (thisSum > sum)
        sum = thisSum;
    else
        thisSum = sum;
}
```