

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESTUDO DOS PROCESSOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMA MEDIANTE A
CONSTRUÇÃO DE JOGOS COMPUTACIONAIS DE MATEMÁTICA NO ENSINO
FUNDAMENTAL**

FABIANA FIOREZI DE MARCO

CAMPINAS – SP

2004

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESTUDO DOS PROCESSOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMA MEDIANTE A
CONSTRUÇÃO DE JOGOS COMPUTACIONAIS DE MATEMÁTICA NO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Fabiana Fiorezi de Marco
Orientadora: Anna Regina Lanner de Moura
Co-orientadora: Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

Este exemplar corresponde à redação final da
Dissertação defendida por Fabiana Fiorezi de Marco e
aprovada pela Comissão Julgadora.
Data: 18 / 02/ 2004.

Assinatura: _____

Orientadora

COMISSÃO JULGADORA:

**CAMPINAS
2004**

**Catalogação na Publicação elaborada pela biblioteca
da Faculdade de Educação/UNICAMP**

Bibliotecário: Gildenir Carolino Santos - CRB-8ª/5447

M333e	<p>Marco, Fabiana Fiorezi de.</p> <p>Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de matemática no ensino fundamental / Fabiana Fiorezi de Marco. -- Campinas, SP: [s.n.], 2004.</p> <p>Orientador : Anna Regina Lanner de Moura.</p> <p>Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.</p> <p>1. Educação matemática. 2. Jogos. 3. Resolução de problemas. 4. Análise de problemas. 5. Síntese. I. Moura, Anna Regina Lanner de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.</p> <p>03-0241-BFE</p>
-------	--

À minha *Grande* família Antônio, Bárbara e Fabíola.

*A família é um porta-aviões de onde as
pessoas saem para vôos mais ousados.*

Roberto Shinyashiki

AGRADECIMENTOS

A Deus, fonte de Luz e Sabedoria, sempre presente nos momentos difíceis.

À querida professora Dr^a Anna Regina Lanner de Moura, educadora e orientadora competente, cautelosa e paciente, pela confiança dada a mim e por acompanhar, intensamente, este trabalho dando as contribuições essenciais para sua realização.

À querida professora Dr^a Rosana Giarretta Sguerra Miskulin, co-orientadora deste trabalho, pela orientação e confiança demonstradas e por ter-me propiciado o conhecer e aprender a utilizar a Tecnologia no ensino de Matemática.

Ao professor Dr. Sérgio Aparecido Lorenzato por acreditar em mim desde o curso de Especialização na Universidade de Franca, pelas contribuições e sugestões no exame de qualificação e pelas horas de “conselhos” em muitas conversas.

À professora Dr^a Regina Célia Grando por ter-me apresentado o “mundo dos jogos” no ensino de Matemática, pelas contribuições e sugestões no exame de qualificação e pelas inúmeras oportunidades proporcionadas.

Ao professor Dr. Dario Fiorentini pelas importantes e valiosas contribuições e sugestões no exame de qualificação, além das aulas ministradas sobre Metodologia de Pesquisa em Educação Matemática.

À amiga Maria do Carmo pelas inúmeras horas de discussão e pelas contribuições oferecidas no exame de qualificação.

Aos demais professores do CEMPEM, Dr^a Ângela Miorin, Dr. Antônio Miguel e Dr^a Dione Lucchesi de Carvalho pelas discussões teóricas realizadas em aulas.

Aos amigos educadores do grupo de orientandos, dos grupos de estudos e pesquisas e do PRAPEM pelas oportunidades de discutir as interrogações e convicções inerentes à construção do meu conhecimento, além das contribuições à elaboração desta pesquisa.

A Escola do Sítio e aos alunos por terem participado como protagonistas desta pesquisa, sempre empenhados, comprometidos e competentes.

Aos amigos do CEMI pelos incentivos.

À minha família pelas contribuições na digitação de partes da pesquisa, pelas traduções de textos realizadas, pelo amor, educação, ensinamentos e por todo incentivo, força e coragem proporcionados nos momentos difíceis e alegres. Vocês são meu porto seguro!!!

A todos os mestres espirituais, pela companhia e sabedoria proporcionadas nos momentos de dúvidas.

A imaginação é mais importante do que o conhecimento, pois o conhecimento tem limites, ao passo que a imaginação abarca o mundo todo.

Albert Einstein

RESUMO

Esta pesquisa analisa situações de resolução de problema de alunos de 6ª série (11-12 anos de idade), com o propósito de investigar *como os movimentos de pensamento matemático de resolução de problema se processam quando alunos do ensino fundamental jogam e criam jogos computacionais*. As atividades desenvolvidas foram de caráter de ensino e pesquisa, objetivando à aprendizagem do aluno e à qualidade de informar seus procedimentos e elaborações na resolução de problema delas decorrentes. As informações construídas foram organizadas em episódios e diálogos, tendo como referência de análise duas categorias: situação-dilemática mais análise e síntese, embasadas em Caraça (2000), Moisés (1999) e Kalmykova (1977). Trata-se de uma pesquisa de intervenção com análise interpretativa das manifestações dos alunos durante o processo de jogar e criar um jogo computacional. As análises realizadas evidenciam que, quando se propõe situações de criação de jogos perante as quais os alunos sentem necessidade para resolvê-las, esses manifestam momentos de hesitação e dúvidas que caracterizamos por situação-dilemática, mantendo-se nesta situação ou superando-a ao desenvolver procedimentos de análise e síntese das variáveis dos problemas surgidos pelo ato de criar o jogo. Das análises processadas, foi possível retirar elementos para discussões sobre o processo de interação entre sala de aula e Tecnologia e para o repensar a concepção de resolução de problema no contexto educacional.

ABSTRACT

This research analyzes the 6th grade students' problem resolution situations (11-12 years old), with the purpose of investigating how the movements of mathematical thought of problem resolution are processed when "ensino fundamental" students play and create computational games. The developed activities were teaching and research activities, aiming at the student's learning and the quality of informing their procedures and elaboration in the resolution of the problems which were created by them. The built information was organized in episodes and dialogues, having two categories as analysis reference: dilematic situation more analysis and synthesis, based in Caraça (2000), Moisés (1999) and Kalmykova (1977). It is an intervention research with interpretative analysis of the students' manifestations during the process of playing and creating a computational game. The accomplished analyses show that, when we propose situations in which they have to create games and also in which they feel the necessity to solve them, those students show moments of hesitation and doubts that we characterize as dilematic situation, keeping in this situation or overcoming it when developing synthesis and analysis procedures of the variables of the problems appeared by the act of creating the game. It was possible to get elements for discussions about the interaction process between class room and Technology and for rethinking about the conception of problem resolution in the educational context, from the processed analysis.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	01
CAPÍTULO I REFLEXÕES SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMA NO ENSINO DE MATEMÁTICA	09
1.1 Mas afinal, o que é problema?	12
1.2 Resolução de problema no contexto da Educação Matemática	16
1.3 Resolução de problema e pensamento matemático	21
1.4 Resolução de problema e situação-dilemática	24
CAPÍTULO II JOGO COMO ELEMENTO DE CULTURA	31
2.1 Aspectos históricos do jogo	31
2.2 Introdução filosófica do jogo na Educação	32
2.3 Entendendo o que é jogo na Educação Matemática	34
CAPÍTULO III JOGO NO ENSINO DE MATEMÁTICA	37
3.1 Jogo e seu papel metodológico	37
3.1.1 Criatividade e imaginação.....	39
3.1.2 Interação	40
3.1.3 O aspecto lúdico no trabalho com jogos no ensino de Matemática	41
3.2 Jogo no processo de ensino e aprendizagem de Matemática: uma perspectiva para a resolução de problema	42
3.3 Classificação dos jogos	46
CAPÍTULO IV TECNOLOGIA E JOGOS COMPUTACIONAIS	49
4.1 Jogos “educativos” computacionais	50
4.2 Composição do jogo computacional	55
4.3 Softwares utilizados no contexto educacional	56
CAPÍTULO V DO PROBLEMA À CONSTRUÇÃO DE SUA RESOLUÇÃO	59
5.1 Um estudo de caso	61
5.2 Caracterização da escola e os alunos participantes da pesquisa	62
5.3 Procedimentos da pesquisa de campo	63

5.4 Exploração de jogos matemáticos manipulativos e computacionais e criação e construção de jogos computacionais	63
5.5 A organização das atividades para a análise	65
CAPÍTULO VI ANÁLISE DA EXPLORAÇÃO DE JOGOS MATEMÁTICOS MANIPULATIVOS E COMPUTACIONAIS	67
6.1 Jogo Operação Netuno	68
6.1.1 Descrição do jogo	69
6.1.2 Momentos da aplicação do jogo	70
6.1.3 Episódio 1 - Análise de gráfico e conceito de velocidade média	71
6.1.4 Episódio 2 - Calculando o volume de um paralelepípedo retangular	74
6.1.5 Impressões das discussões dos alunos	77
6.1.6 Considerações sobre a exploração do jogo Operação Netuno	80
6.2 Jogo Matix	82
6.2.1 Descrição do jogo	82
6.2.2 Momentos da aplicação do jogo	84
6.2.3 Episódio 1 - Análise de peças a serem retiradas do tabuleiro e contagem de pontos	84
6.2.4 Impressões das discussões dos alunos	87
6.2.5 Considerações sobre a exploração do jogo Matix	89
6.3 Jogo da Velha 3D manipulativo	92
6.3.1 Descrição do jogo	92
6.3.2 Momentos da aplicação do jogo	94
6.3.3 Episódio 1 - Análise e previsão de jogadas	95
6.3.4 Impressões das discussões dos alunos	97
6.3.5 Considerações sobre a exploração do Jogo da Velha 3D manipulativo	98
6.4 Jogo da Velha 3D computacional	99
6.4.1 Descrição do jogo	99
6.4.2 Momentos da aplicação do jogo	100
6.4.3 Episódio 1 - Análise de jogadas próprias e do adversário	100
6.4.4 Impressões das discussões dos alunos	102
6.4.5 Considerações sobre a exploração do Jogo da Velha 3D computacional	103

6.5 Considerações sobre a exploração de jogos matemáticos no processo de ensino e aprendizagem	104
CAPÍTULO VII ANÁLISE DA CRIAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE JOGOS COMPUTACIONAIS	107
7.1 Episódio 1 - Decidindo qual jogo criar	109
7.2 Episódio 2 - Criando uma fase e um problema para o jogo	111
7.3 Episódio 3 - Elaborando um problema com incógnitas	115
7.4 Episódio 4 - Utilizando o pensamento de análise na criação de uma fase de jogo	122
7.5 Considerações sobre a criação e construção de jogos computacionais	124
CAPÍTULO VIII CONSIDERAÇÕES FINAIS	129
REFERÊNCIAS	135

INTRODUÇÃO

... é preciso apresentar à criança obstáculos a transpor, e obstáculos que ela queira transpor. Na falta deles, a educação perderá todo seu sabor, não será mais do que alimento insípido e indigesto.

Jean Chateau

Ao refletirmos sobre o estado atual da Educação no Brasil, deparamos, na maioria das vezes, com uma realidade sem aparentes atrativos para crianças, adolescentes e adultos: uma educação considerada por eles desagradável e desinteressante. Entretanto, é possível encontrarmos experiências e investigações que têm buscado redimensionar crenças e valores, com o propósito de transpor o estado atual da Educação.

Esta pesquisa se insere em um movimento de busca e investigação por novas alternativas e estratégias de ensino, objetiva minimizar a realidade apresentada e repensar a concepção de resolução de problemas. Nessa busca, deparamos, muitas vezes, com dúvidas, inseguranças e problemas a serem resolvidos ou obstáculos a serem transpostos, o que prova que a Educação se torna cada vez mais desafiante, instigante e investigativa.

O ensino de Matemática, por meio de resolução de problemas, tem sido foco de estudos e pesquisas desde a década de 50, de modo geral, com a finalidade de trazer contribuições para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

Nos últimos anos, a preocupação com um trabalho pedagógico por meio de jogos no ensino de Matemática também tem atraído a atenção de pesquisadores, pois, sendo o jogo uma atividade fundamental para o desenvolvimento da criança (LANNER DE MOURA, 1995), essa, por meio do lúdico, é capaz de elaborar processos de pensamento relacionados à resolução de problema¹. Porém nenhum jogo é educativo por si só; para que se tenha essa conotação é preciso ser, intencionalmente, planejado para ser usado em um contexto educativo.

¹ Utilizaremos o termo resolução de problema por entendermos que em cada situação o sujeito envolve-se integralmente, mas de maneira diferente, o que o leva a diferentes processos de pensamento, os quais serão discutidos no Capítulo I.

Preocupações em torno da questão da utilização da Tecnologia na Educação também emergem sob a forma de estudos e pesquisas. A utilização de computadores no ensino de Matemática pode auxiliar o sujeito em suas criações, ficando a cargo da máquina o trabalho de execução, repetição e treinamento, e o sujeito livre para o processo criativo (LIMA, 1998). Porém, ressaltamos que essa liberação não é espontânea, não acontece pelo simples fato de o aluno ser usuário do computador, mas como acontece com a utilização de jogos em geral, para que se tenha uma dimensão educativa é preciso que seu uso seja inserido em um contexto educacional, aliado a uma proposta pedagógica.

Ao combinarmos computador e jogos, propomos um meio alternativo para o processo educativo, pois associamos duas fontes lúdicas possíveis de serem utilizadas neste contexto.

Além disso, situamos nossa investigação no campo da resolução de problema e assumimos explorar a **questão**: *"Como os movimentos do pensamento matemático de resolução de problema se processam quando alunos do ensino fundamental jogam e criam jogos computacionais?"*. Isso acontecerá por meio de uma análise interpretativa das informações construídas dos processos de pensamento matemático, utilizados na resolução de problema pelos alunos envolvidos no processo de construção de um jogo na versão computacional.

Neste estudo, temos como **objetivos** investigar as manifestações de pensar matematicamente em processos de resolução de problema na construção de um jogo na versão computacional; interrelacionar essas manifestações em contextos de jogos manipulativos e computacionais; elucidar correlações entre aspectos subjetivos e cognitivos das mesmas.

Com o intuito de operacionalizar nossos objetivos ofereceremos situações de desafios aos alunos, sobre as quais necessitarão de refletir e elaborar processos de pensamento para resolver problema, utilizando elementos formadores do pensamento de diversas ordens como, por exemplo, afetivos e conceituais.

Para poder responder a questão de pesquisa e atingir os objetivos que propusemos, julgamos necessário inserir nosso estudo na realidade escolar de forma que fizesse parte do cotidiano em que o aluno se encontra envolvido. Nessas condições, avaliamos ser importante nossa intervenção como professora de Matemática na sala de aula pesquisada. Isso a fim de concretizar, na ação pedagógica, uma proposta de ensino que contemplasse contextos variados de aprendizagem, procurando tornar os alunos cada vez mais independentes e autônomos na busca de soluções de problemas. Optamos por realizar a pesquisa na sala de sexta série de uma escola

da rede particular de ensino, na cidade de Campinas-SP, propondo aos dezesseis alunos dessa classe, a construção de um jogo de computador durante as aulas de Matemática. Acreditamos que a inserção dos alunos em um ambiente de jogos, criados por eles próprios, situa-os em um contexto favorável para a elaboração de movimentos do pensamento matemático de resolução de problema, uma vez que o próprio jogo se caracteriza como ambiente propício a tal situação, desde que sua exploração seja intencionalmente preparada pelo professor.

Os motivos que nos levaram a essa escolha residem em nossas experiências anteriores atuando como professora de matemática na rede pública (estadual e municipal) e particular de ensino.

Durante os dez anos de atuação como professora de matemática para crianças e adolescentes, notamos que os alunos, habitualmente, apresentavam dificuldades em resolver problemas, insistindo em encontrar números e “fazer uma conta”, sem a preocupação de “pensar sobre” o problema encontrado e de analisar variáveis que estivessem envolvidas na situação.

Estudos sobre a resolução de problema iniciaram-se com Polya em 1945 e, nas décadas de 70 e 80, intensificaram-se com a atenção de pesquisadores como Echeverría, Pozo, Post, Kilpatrick, Krulik, Schoenfeld, entre outros. Para estes pesquisadores, o ensino de Matemática por meio da resolução de problemas objetivava fazer com que as crianças “usassem a cabeça”, considerando relevante a busca de respostas para os problemas que eram propostos, dando enfoque apenas ao aspecto cognitivo do aluno. Uma forma de atingir tal objetivo era fazer a criança exercitar-se ostensivamente na resolução de uma grande quantidade de problemas (FIORENTINI, 1994).

A preocupação dos estudantes em geral de buscar uma “conta” para solucionar problemas parece-nos ser decorrente deste enfoque de ensino. Percebemos, em nosso exercício de professora, que várias escolas utilizam a pedagogia do treinamento ao invés de valorizar o processo de saber pensar sobre conceitos matemáticos mediante a resolução de problema (LIMA, 1998).

Embora nosso estudo situe-se no âmbito da resolução de problema, seu foco não visa o produto final, mas sim, o processo que o sujeito percorre, isto é, o movimento de pensamento do aluno ao deparar-se com um problema: a criação e construção de jogos computacionais de Matemática.

Escolhemos a resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais como tema a partir de um estudo realizado em 1998, concretizado com a elaboração de uma monografia durante o curso de Especialização em Educação Matemática realizado na Universidade de Franca, que tratou da utilização de jogos manipulativos no ensino da Matemática. Durante sua elaboração, encontramos pesquisas como a de Moura (1992), Lanner de Moura (1995), Brenelli (1996) e Grando (1995), dentre outras. Assim, passamos a compreender o jogo como um gerador de situação-problema e desencadeador da aprendizagem do aluno (GRANDO, 1995), um instrumento pelo qual problemas podem ser propostos além de levar os alunos a refletir sobre o movimento de pensamento de resolver problema. Desse modo, além do aspecto cognitivo, os aspectos subjetivo e afetivo do aluno também são envolvidos no processo de resolução de problema.

Mediante experiências anteriores com a exploração de jogos manipulativos e computacionais no ensino fundamental, tivemos a oportunidade de observar alunos jogando e de verificar, por meio de intervenções pedagógicas, que os alunos elaboravam estratégias para resolver o problema: vencer o jogo.

Aliada a essa idéia apresentamos outra em que também acreditamos, segundo a qual, quando a escola propõe à criança situações de criação nas quais essa sente necessidade para resolvê-las, manifesta momentos de hesitação e dúvidas que caracterizamos por situação-dilemática, mantendo-se nesta situação ou superando-a ao desenvolver procedimentos de análise e síntese das variáveis dos problemas surgidos pelo ato de criar o jogo.

A partir dessas experiências e da participação na pesquisa “Ambientes Computacionais na Exploração e Construção de Conceitos Matemáticos no Contexto da Formação Reflexiva de Professores”², pudemos conhecer e explorar alguns ambientes computacionais³ e iniciar um projeto que aborda a resolução de problema como uma metodologia que envolve o aluno como ser integral.

Neste estudo, envolver o aluno significa investigar a resolução de problema sob a perspectiva de Caraça (2000), pois acreditamos que um problema envolve o sujeito desde seus

² Sob a coordenação da Profª Drª Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, desenvolvido no Laboratório de Pesquisa em Educação Matemática Mediada por Computador (LAPEMMEC), instalado nas dependências do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática (CEMPEM), da Faculdade de Educação da UNICAMP. <http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/principal.html>.

³ LOGO, e-TEAM, HyperStudio, Cabri Géomètre, Geometer's Sketchpad, Inspiration, dentre outros, que podem ser explorados com alunos de ensino fundamental, médio ou superior.

sentimentos, emoções e frustrações, ou seja, a totalidade de seu aspecto subjetivo é colocada em jogo e não só o cognitivo, existindo sim uma relação dialética entre ambos.

Pesquisas sobre resolução de problema que nos antecederam tiveram por base teorias cognitivistas. Seguramente, elas consistem em indicadores importantes sobre este tema ao trazerem contribuições sobre a construção das estruturas do pensamento relativas a esta metodologia.

Não pretendemos refutar as grandes contribuições de Polya em seu livro "A arte de resolver problemas" de 1978, mas ampliar suas considerações, baseando-nos em autores como Caraça (2000), Moisés (1999), Kalmykova (1977), dentre outros.

Utilizamos essas investigações para demarcar nossa questão de pesquisa no sentido de diferenciar-nos daquelas que deram enfoque à solução de problemas, isto é, o aspecto considerado para estudo foi o cognitivo, não considerando a situação-dilemática vivenciada pelo aluno envolvido na situação.

No processo de criar um jogo computacional, todo o poder de criação e imaginação do sujeito se faz presente e necessário visto que, pelo brincar, crianças, adolescentes e até mesmo adultos conseguem explorar sua capacidade de criação, como afirma Winnicott (1975), além de o sujeito ser envolvido no problema como um ser integral, isto é, com sua subjetividade.

Desta forma, esperamos que nosso estudo proporcione aos educandos ambientes favoráveis à imaginação e à criação de novos processos de pensamento de resolução de problema por meio do aprender pela investigação, pelo “fazer matemática”.

Para a área de Educação Matemática, acreditamos que este estudo possa proporcionar um processo de interação entre sala de aula e o trabalho com a Tecnologia, ao desenvolver processos de resolução de problema e delinear considerações de natureza metodológica, propiciando aos professores e pesquisadores da área, um repensar sobre a temática da resolução de problema por meio de jogos manipulativos ou computacionais no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, tornando os alunos autônomos na busca de soluções de problemas imediatamente não resolvidos por meio de algoritmos.

Com as considerações delineadas acima, passamos a apresentar a estrutura da pesquisa realizada.

O **Capítulo I** tece reflexões teóricas sobre problema e o processo de resolução de problema, o pensamento matemático envolvido neste processo e sua relação com o contexto

escolar no ensino de Matemática mediante a exploração e construção de jogos. Para tanto, fundamentamo-nos em estudos como os de Caraça (2000), Moisés (1999), Moura (1992), Mendonça (1993), Polya (1978), Kalmykova (1977), Lima (1998), Saviani (2000), dentre outros.

No **Capítulo II**, abordamos o jogo como elemento de cultura, pretendendo entender a trajetória histórica do jogo na sociedade por meio de uma breve retrospectiva sobre o tema, sem a intenção de abordar esta questão durante toda sua cronologia. Além disso, discorremos sobre o significado da palavra jogo para a sociedade, a educação e a Educação Matemática nas acepções de autores como Huizinga (2000), Moura (1992), Duflo (1998), Lanner de Moura (1995), Grandó (1995 e 2000), Caillois (1994), Chateau (1987), Gardner (1983) e Kamii e DeVries (1991).

No **Capítulo III**, abordamos a utilização e o papel metodológico do jogo no ensino em geral e no ensino de Matemática, procurando tornar este último mais motivador e desafiador, de forma que o prazer, a criatividade e a satisfação pessoal estejam presentes no processo de resolução de problema. Também não nos esquecemos da importância da construção e formalização dos conceitos inerentes à disciplina em questão. Para esta discussão, recorremos a autores como Corbalán (1994), Moura (1992), Grandó (1995 e 2000), D'Ambrósio (1990), Lanner de Moura (1995), Vygotsky (2000), Huizinga (2000), Winnicott (1975), dentre outros.

No **Capítulo IV**, apresentamos reflexões sobre a utilização da Tecnologia no contexto educacional mediante a literatura que aborda a integração de jogos computacionais no ensino de Matemática, como as pesquisas realizadas por Papert (1994), Miskulin (1999), Oliveira (2001), Battaiola (2001), entre outras.

No **Capítulo V**, tratamos da questão, dos objetivos, da metodologia da pesquisa e seu trajeto, bem como o processo utilizado para o registro das informações, a caracterização dos alunos da pesquisa e da escola, a organização das atividades para a análise e a caracterização das categorias de análise dos episódios.

O **Capítulo VI** apresenta uma análise dos jogos explorados anteriormente à proposta da construção do jogo computacional, com o objetivo de oferecer vivências aos alunos de situações nas quais pudessem buscar e identificar elementos que servissem de referência para a criação e construção dos próprios jogos. Para tanto, são descritos e analisados alguns diálogos relacionados a situações de exploração de jogos manipulativos e computacionais que envolvem processos de pensamento matemático de resolução de problema.

No **Capítulo VII**, aprofundamos a investigação do fenômeno do movimento de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais, observado, à luz da teoria utilizada nos capítulos I, II e III, por meio de descrição e análise de diálogos relacionados a situações de criação de jogos computacionais.

No **Capítulo VIII**, são traçadas considerações finais sobre a pesquisa realizada, objetivando contribuir para o ensino e pesquisas no campo de Resolução de Problema e Jogos em Educação Matemática, ao priorizar os processos de resolução de problema elaborados por “criadores” de jogos. Além disso, apresentamos sugestões para novas pesquisas.

Ressaltamos ainda que esta pesquisa se configura como uma importante contribuição à área de Educação Matemática, pois integra o contexto tecnológico com jogos e resolução de problema, criando uma situação de aprendizagem na qual os educandos podem vivenciar momentos de exploração e representação do conhecimento matemático.

CAPÍTULO I

REFLEXÕES SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

O objetivo deste capítulo é traçar reflexões teóricas sobre o processo de resolução de problema, o pensamento matemático envolvido neste processo e sua relação com o contexto escolar no ensino de Matemática mediante a exploração de jogos e a construção de jogos computacionais. Para isso, faremos uma revisão teórica sobre problema e resolução de problema no ensino de Matemática.

Sabemos que a Matemática se constitui como uma das poucas disciplinas estudadas em todos os níveis educacionais, em todo o mundo, apresentando uma linguagem própria, concisa e universal. A abordagem de resolução de problema faz parte da constituição desta linguagem universal e, sobretudo, do pensamento matemático. Pode se aliar ao ensino de Matemática por meio de jogos, como os de regra, que são elaborados de modo a possibilitar processos de pensamentos de resolução de problema.

É de senso comum que a maioria dos jogos existentes envolve o indivíduo⁴ em um mundo de fantasia e imaginação, configurando-se em uma necessidade que se constitui como problema: armar jogadas, analisá-las e sintetizá-las para ganhar. Tudo isso é realizado voluntariamente pelo sujeito que se envolve no processo de busca e criação de estratégias para ganhar o jogo, ou seja, envolve-se em um processo de problematização, o qual decorre de uma situação dada pela dúvida e incerteza diante das jogadas dos parceiros ou diante do problema gerado pela própria estrutura do jogo em ação. Esse movimento do sujeito que decorre de seu envolvimento pode ser chamado de resolução de problema.

Por estratégias entendemos o processo de movimento do pensamento que envolve a análise de variáveis encontradas em um problema ou jogo, estabelecendo relações entre elas de modo a traduzir-se em uma jogada.

⁴ Entendemos o termo indivíduo como o sujeito em relação com o objeto em atividade. Utilizaremos, a partir de agora, o termo sujeito, sempre.

Resolver problemas é da própria natureza humana. Podemos caracterizar o homem como o ‘animal que resolve problemas’; seus dias são preenchidos com aspirações não imediatamente alcançáveis. A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregamos a simples contemplação, ou devaneios, nossos pensamentos estão voltados para algum fim (POLYA, 1997, p.2).

Essa consideração de Polya nos sugere que, sendo próprio da natureza humana resolver problemas, todos os dias o homem depara-se com situações consideradas problema e nem sempre encontra uma solução imediata para elas. Concordamos com Caraça (2000), quando afirma que o homem, constantemente, depara-se com dilemas – diante dos problemas históricos que deram origem aos conceitos matemáticos como o caso da criação dos números racionais – e terá que elaborar processos que o leve a soluções satisfatórias.

Assim, faz-se necessário que os momentos compostos de inesperado e situação-dilemática sejam valorizados no contexto escolar, vindo a constituir o processo da resolução de problema, que deve ser alvo de preocupação do professor, uma vez que a maior parte do pensamento humano consciente é sobre problemas não imediatamente solucionáveis.

Por inesperado entendemos um momento nebuloso em que o sujeito depara-se com o problema e este passa a ser seu, ou seja, o sujeito envolve-se no problema com suas emoções, ansiedades, hesitações, alegrias, propiciando-lhe rever seus pensamentos e procurar analisá-los. Estamos fazendo uma transposição do termo inesperado, utilizado por Caraça (2000) para o contexto histórico, para a situação de ensino, especificamente para a situação de resolução de problema.

Diante deste contexto, faz-se importante que o ensino de Matemática no Ensino Fundamental aborde no estudo das estruturas dos numerais e das quatro operações básicas - algoritmos matemáticos - principalmente o estudo de processos de resolução de problema como um movimento do pensamento. Resolução de problema envolvendo as emoções do aluno e o seu pensar sobre os conteúdos matemáticos mediante situações desafiantes, lúdicas e interativas, como por exemplo, a criação e a construção de jogos computacionais.

Entendemos que, na resolução de problema, na perspectiva de dilema e problema que Caraça (2000) propõe e que discutiremos neste capítulo, o resolvido é envolvido em um momento de inquietações e desafios que despertam o seu interesse em querer resolvê-los, sentindo prazer e realização ao perceber o processo percorrido, como ao vencer um jogo (CORBALÁN, 1994).

O dilema ao qual Caraça (2000) refere-se esteve presente no processo histórico de criação de conceitos matemáticos, envolvendo os sujeitos históricos que participaram da resolução da situação. Nesta pesquisa, estamos adaptando este termo para a situação de ensino, de modo a envolver o aluno integralmente, em sua totalidade: a subjetividade do sujeito (consciente e inconsciente, sensações, percepções, afetividade) e intelecto. A referência ao autor nos permite expressar a integralidade do aluno ao resolver problemas e ao distinguir o momento dilemático do aspecto formal do problema. Supostamente, o autor possibilita ampliar a abordagem que Polya (1978) faz de resolução de problema, isto é, a ênfase dada ao aspecto cognitivo do pensamento, quando define as etapas de resolução como compreender o problema, elaborar um plano de ação, executar o plano, analisar a solução obtida para a combinação desses momentos com o anterior: o do inesperado, de não presença imediata das etapas. A combinação desse momento com o compreender o problema, sugerido por Polya, leva-nos a um novo olhar sobre os processos de pensamento dos alunos e, possivelmente, a novas metodologias de ensino.

Para entendermos o termo cognitivo do pensamento, buscamos Moreira (1985) que define “estrutura cognitiva” como “um complexo de esquemas de assimilação que, segundo Piaget, tendem a organizar-se segundo modelos matemáticos de grupo e rede” (p.54). Esse autor destaca também que “Piaget considera as ações humanas (e não as sensações) como base do comportamento humano” (p.54).

Quando sugerimos que o aspecto subjetivo do sujeito deve ser considerado no contexto educacional de Resolução de Problemas, defendemos a idéia de que o cognitivo não está desconectado das sensações, pelo contrário, tem nelas suas bases de formação. Ao interpretarmos a função cognitiva do ponto de vista da teoria de conhecimento de Kopnin (1978), entendemos que é uma forma do pensamento que se manifesta pela dedução e linguagem lógica – deste ponto vista não se nega Piaget – mas que tem suas bases nas formas sensitivas do pensamento, as que surgem da relação imediata do indivíduo, sujeito singular, com seu meio, como as sensações e percepções.

Acreditamos, como Piaget, que aquele que aprende só constrói seu conhecimento a partir da construção de significados próprios do objeto, mas entendemos que a construção desses significados envolve também as formas sensitivas do pensamento, as que estão mais ativas no impacto com o desconhecido, mesmo que este seja apenas um aspecto do já conhecido. Neste trabalho, inspirando-nos em Caraça (2000), caracterizamos os momentos de hesitação e dúvida

frente a aspectos desconhecidos de um problema ou de todo o problema, como momentos onde a sensação e a percepção estão também ativas no desenvolvimento da cognição do problema. Para Caração esses momentos são desencadeados pelo aparecimento, numa situação de conhecimento⁵, do inesperado.

Transpondo essa concepção para nosso estudo, podemos expressar que a relação entre jogo e resolução de problema se dá pela presença de situações que envolvem sensações, sentimentos, dúvidas, inquietações, criatividade, lúdico, imaginação, interação e, principalmente, a necessidade - tanto objetiva quanto subjetiva - de querer resolver o problema ou ganhar o jogo, por parte do aluno envolvido.

1.1 Mas afinal, o que é problema?

O homem só cria por necessidade, sem ela, ele permanece no passo da repetição.

Adolfo S. Vázques

Em sua vida cotidiana, o sujeito é solicitado, constantemente, a solucionar problemas simples ou complexos, utilizando-se de análise de variáveis, hipóteses elaboradas, sintetizando-as, testando-as e, se necessário, reformulando-as. Na maioria das vezes, a palavra problema é vista como sinônimo de questão, de investigação.

Para podermos efetuar considerações acerca da questão de resolução de problema, buscamos, na literatura nacional e internacional, definições sobre o termo “problema” e constatamos que este é usado com diferentes enfoques e por diferentes autores, desde o contexto filosófico até o contexto de ensino da Matemática. Entre eles, selecionamos Kalmykova (1977), Polya (1978), Saviani (2000), Sztajn (1997), Kantowski (1997), Mendonça (1993), Dante (1995), Echeverría e Pozo (1998), Echeverría (1998) e Moisés (1999), para a discussão que nos propomos a realizar em nosso trabalho.

Em uma perspectiva filosófica, referimo-nos a Saviani (2000), que afirma:

essência do problema é a necessidade. (...) Assim, uma questão, em si, não caracteriza o problema, nem mesmo aquela cuja resposta é desconhecida; mas uma questão cuja resposta se desconhece e se necessita conhecer, eis aí um problema. Algo que eu não sei não é problema; mas quando eu ignoro alguma coisa que eu preciso saber, eis-me, então, diante de um problema. Da mesma forma, um obstáculo que é necessário transpor, uma

⁵ Entendemos conhecimento como um meio humano de “assimilação da realidade” (KOPNIN, 1978).

dificuldade que precisa ser superada, uma dúvida que não deixa de ser dissipada são situações que nos configuram como verdadeiramente problemáticas (p.14).

Em suma: problema, apesar do desgaste determinado pelo uso excessivo do termo, possui um sentido profundamente vital e altamente dramático para a existência humana, pois indica uma situação de impasse. Trata-se de uma necessidade que se impõe objetivamente e é assumida subjetivamente (p.16) (grifo da pesquisadora).

Diante desta concepção de Saviani, entendemos que nem tudo o que o homem conhece ou, que não faz parte de sua cultura, constitui-se em problema para ele; quando nos deparamos com algo desconhecido, não procuramos conhecê-lo, mas precisamos conhecê-lo, aí sim temos um problema, pois este desconhecido já nos incomodou e foi ignorado. Nessa perspectiva, o problema não está elaborado cognitivamente, mas já atingiu nossas sensações, nossas emoções, em uma relação dilemática. Em outras palavras, a situação já exerceu um impacto sobre nossos sentimentos, nosso subjetivo.

Entendemos que Saviani (2000) caracteriza a necessidade em resolver um problema tendo como ponto de partida a experiência individual de cada ser humano, o que pode fazer oscilar “o conceito de problema em função da diversidade de indivíduos e da multiplicidade de circunstâncias pelas quais transita diariamente cada indivíduo” (p.14). Além disso, o autor afirma que a necessidade só pode existir se for sentida pelo homem como tal. Segundo suas palavras, “o conceito de problema implica tanto a conscientização de uma situação de necessidade (aspecto subjetivo) como uma situação conscientizadora da necessidade (aspecto objetivo)” (p.15).

Em um sentido mais geral, Mendonça (1993) define problema como uma situação de conflito que não apresenta solução imediata e clara, devendo o sujeito criar uma solução própria e original. Esse contexto parece-nos não levar em consideração questões de ordem afetiva, emocional, social ou cultural do sujeito.

Em um outro trabalho, Mendonça (1999) apresenta a idéia de incentivar os alunos a formularem problemas, perguntas e curiosidades, por meio dos quais o professor prepara um ambiente que oferece condições para os alunos problematizarem as situações.

Moisés (1999) amplia a abordagem de Mendonça, concorda com Saviani (2000) e ressalta que o problema deve estar impregnado por uma necessidade do ser humano em querer resolvê-lo, ou seja, é preciso que o sujeito se conscientize da sua necessidade de resolver o problema, caso contrário, a situação encontrada será apenas um pseudo-problema. Em outras palavras, Moisés considera a presença das questões afetivas e emocionais, sociais e culturais do sujeito.

Transpondo essas concepções filosóficas sobre problema para o contexto educacional, podemos inferir que a necessidade para o aluno hoje, é atribuir sentido próprio aos conceitos que ele irá aprender, é desejar saber. Para tanto, ele precisa estar envolvido na situação. A partir do envolvimento e da curiosidade, decorre a necessidade de investigar e criar representações para os conceitos e para a Matemática.

Sztajn (1997) define problema como “questões que alguém deseja resolver, mas que não possui um algoritmo imediato para encontrar a solução” e que “estes problemas servem para formar, enriquecer e reorganizar os conceitos matemáticos que possuímos” (p.109). Nesse mesmo sentido, Kantowski (1997) apresenta sua definição de problema como “uma situação que se enfrenta sem contar com um algoritmo que garanta uma solução. Para resolver um problema, é preciso reunir os conhecimentos que forem relevantes e organizá-los em nova disposição” (p.270).

Podemos inferir que as definições de Sztajn e Kantowski vão além do que os livros didáticos apontam e aproximam-se bastante em relação à questão de não bastar a existência de um algoritmo que solucione o problema encontrado, mas a necessidade do sujeito envolver-se e elaborar movimentos de pensamento que o levem a uma pergunta e o ajudem a identificar e relacionar as variáveis que compõem tal problema para que encontre uma melhor solução.

Kalmykova (1977) parece concordar com Kantowski, pois analisa as diferenças entre solução de problema e operações com algarismos do ponto de vista psicológico, afirmando que “como todo pensamento, tanto somar como resolver problemas implicam processos de análise e síntese, com diversos graus de dificuldades; a solução de problemas requer um nível consideravelmente superior de atividade analítico-sintético” (p.9).

Baseando-nos nessa autora, entendemos análise como parte de pensamentos lógicos formados em experiências anteriores, favorecendo a formação de novas relações de pensamentos e novas descobertas; um processo de pensamento matemático individual e/ou coletivo, no qual se deve procurar identificar as variáveis – dependentes ou independentes – fornecidas pelo contexto do problema, relacioná-las visando elaborar uma síntese e atingir a solução procurada, mesmo que esta seja provisória.

Os processos de dilema e análise são processos sincrônicos, ou seja, acontecem ao mesmo tempo, mas não são processos idênticos. No dilema, o sujeito faz suas análises, buscando regularidades e procurando organizar logicamente as variáveis do contexto que vão contribuindo

para a (re)elaboração do problema para si e para o grupo e, na interdependência das variáveis, caminha para a síntese, ou seja, para a solução do problema.

Quando a análise é feita de maneira desconexa, incompleta, isolada dos vários elementos envolvidos no problema, chega-se a soluções insatisfatórias e necessita-se de reiniciar todo o processo de resolução. Como já mencionado, os processos de pensamento matemático de análise e síntese interligam-se, reunindo as variáveis úteis à resolução do problema. Quando a análise é bem elaborada e desenvolvida, a síntese realiza-se rapidamente e pode-se ter o problema resolvido e terminado ou então, a resolução da situação acaba envolvendo o sujeito em novo inesperado e o processo de resolução de problema reinicia.

Para Kalmykova (1977), o momento de síntese é aquele em que o sujeito encontra a provável solução para o problema, é o momento de unificação das idéias e/ou dos fatos para se obter uma conclusão. Se o aluno não fizer uma boa análise da situação, não atentando para as reais variáveis do problema, depara-se com limitações e erros, tendo que retornar à análise para compreender melhor a situação.

A autora citada entende que a solução de problemas exige, além do conhecimento das estruturas dos numerais e das quatro operações, o conhecimento de um grande número de conceitos, que refletem as relações quantitativas entre os objetos. Essas relações não podem ser determinadas apenas pela análise das variáveis relativas ao problema – identificação das informações fornecidas pelo contexto do problema, relações entre essas informações e o valor procurado –, mas pela combinação da análise e da síntese das variáveis, existindo múltiplas relações entre elas e não apenas uma correspondência biunívoca entre numerais e operações aritméticas. É necessário observar ainda, que é um aluno o elaborador da solução do problema e o apresentador ao grupo. No entanto, isso não significa que o grupo não tenha oferecido contribuições significativas para a síntese elaborada.

A autora ainda afirma que, ao se trabalhar com problemas de natureza conhecida - aqueles nos quais o aluno utiliza procedimentos análogos aos empregados em problemas já trabalhados -, as relações de análise ficam ligadas a determinados sistemas de operações aritméticas favorecendo a solução desse problema facilmente, de modo automático, mecânico, reprodutivo. Não exige do aluno o “pensar sobre” a situação encontrada, não é necessária a utilização do pensamento analítico-sintético (KALMYKOVA, 1977), mas apenas do pensamento lógico matemático de síntese.

A solução de problemas novos exige que se utilize novas relações e análises mais concretas, podendo ter como referências pensamentos anteriormente elaborados. No entanto, no início, as variáveis tendem a parecer desconexas e exigem do sujeito o estabelecimento de relações e a análise das mesmas até a elaboração da síntese do problema. Na análise das variáveis, relações vão sendo estabelecidas e a problematização vai se concretizando até se chegar à síntese do problema, o que possibilita ao aluno retomar o problema com sua solução (KALMYKOVA, 1977).

Segundo Kopnin (1978), “a análise e a síntese têm caráter criativo e seu resultado é o avanço do nosso conhecimento” (p.236), o que caracteriza o momento analítico-sintético indispensável ao processo de pensamento e resolução de problema. Porém, se privilegiarmos apenas os pensamentos matemáticos de análise e síntese, estaremos considerando somente o envolvimento do aspecto cognitivo do aluno. Deste ponto de vista, são desconsiderados outros movimentos como emoções e sensações que caracterizam o momento de situação-dilemática frente ao problema, momento esse que determina que o problema se relacione a uma necessidade real do aluno.

1.2 Resolução de problema no contexto da Educação Matemática

Os problemas surgem diante da ciência no processo de desenvolvimento da sociedade e a partir das necessidades dessa.

Pável V. Kopnin

No contexto do ensino da Matemática, o trabalho com resolução de problema tem sido alvo de preocupação no meio dos educadores matemáticos, apesar de haver conquistado grandes espaços em Congressos Nacionais e Internacionais de Educação Matemática desde o trabalho iniciado por Polya em 1945, para o qual o objetivo de ensinar Matemática mediante problemas foi fazer com que as crianças “usassem a cabeça”.

Até a década de 50, acreditava-se que para a criança desenvolver sua capacidade de resolver problema, ela deveria exercitar-se ostensivamente na resolução de uma grande quantidade de problemas (FIORENTINI, 1994).

Fiorentini (1994), ao estudar algumas linhas temáticas da produção científico-acadêmica em Educação Matemática, relacionou algumas dissertações e teses que tinham como foco

principal a resolução de problema, elaboradas nas décadas de 60 e 70. Ressalta, porém, que Dewey, entre 1896 e 1904, já experienciava situações de resolução de problemas com crianças, mediante projetos que reproduziam situações sócio-econômicas de interesse da comunidade. Entre as pesquisas realizadas nas décadas de 60 e 70, Fiorentini (1994) cita Post e Kilpatrick (1968), Wilson (1968), Smith (1973), Greeno (1978), Paper e Schoenfeld (s/d).

Além disso, o autor destaca oito pesquisas realizadas no Brasil a partir de meados da década de 80 até o final do ano de 1990, traduzidas em dissertações e teses. Essas pesquisas são de Boldrin (1986), que estuda a influência da utilização de materiais manipulativos na resolução de problemas aritméticos de adição e subtração; de Figueiredo (1985), que investiga a influência de palavras-chave na resolução de problemas aritméticos; de Santos (1987), que fundamenta o modelo de ensino de resolução de problemas aritméticos na aprendizagem significativa de Ausubel; de César (1990), que se fundamenta nas teorias de Vergnaud e Greeno e de Aldana (1990), que desenvolveu um modelo computacional que contém uma base dinâmica e inteligente de conhecimentos e problemas.

Segundo Fiorentini (1994) essas cinco pesquisas discutem estratégias ou modelos/programas especiais de ensino de resolução de problemas e avaliam suas possíveis conseqüências na aprendizagem.

Ainda, entre os estudos desenvolvidos no Brasil, estão as pesquisas de Dante (1988)⁶, que disserta sobre a perspectiva da criatividade como alternativa para o desenvolvimento da resolução de problemas; Gazire (1988), que estuda a resolução de problemas e seu papel pedagógico; e Silva (1989), que defende a necessidade de pesquisas sobre a resolução de problemas na prática escolar.

Esses três estudos, segundo Fiorentini (1994) têm como foco central o ensino de resolução de problemas, procurando abordar os diferentes papéis pedagógicos atribuídos a ele.

A obra de Polya - *A arte de resolver problemas*, 1978 - é referência pioneira no sentido de explicitação de etapas para solucionar problemas, constituindo-se como o próprio autor pontua, em uma lista para o processo de solução de problema. Tais etapas e suas argüições apresentam, em primeiro lugar, compreensão do problema, identificando o que é solicitado neste, bem como suas variáveis, possibilitando-se esquematizar ou desenhar o problema, além de fazer estimativas

⁶ DANTE, L. R. Criatividade e resolução de problemas na pratica educativa matemática. Tese de Livre Docência. Rio Claro: UNESP. 1988.

para solucioná-lo. Em segundo lugar, a elaboração de um plano de ação para solucionar o problema, procurando estabelecer nexos entre as variáveis do problema e o que se pretende atingir. Nessa etapa, costuma-se, a partir da linguagem usual, chegar à linguagem matemática escrita na forma de sentença matemática e, buscar analogias em outros problemas já resolvidos como uma forma auxiliar de resolução. A terceira etapa é a da execução do plano elaborado, mediante análise de procedimentos adotados, complementando esquemas, efetuando (se necessário) cálculos, podendo, o sujeito, vislumbrar outras estratégias de resolução para o mesmo problema. Como quarta e última etapa, deve-se analisar a solução obtida a fim de rever a aprendizagem, detectando e corrigindo possíveis erros e verificando se o procedimento utilizado, possivelmente, será empregado em problemas análogos.

Anteriormente à década de 60, estudos sobre a resolução de problema consideravam relevante a busca de respostas para os problemas que eram propostos aos alunos. A partir das concepções de Polya (1978), podemos perceber mudanças ocorridas neste campo de pesquisa. Essas mudanças implicam uma reelaboração acerca das possibilidades teórico-metodológicas de resolução de problema por educadores matemáticos, pois ampliam e reestruturam suas interpretações, valorizam o processo utilizado pelos alunos ao resolverem um problema de forma criativa, ao utilizarem diferentes estratégias.

Para Mayer apud Echeverría (1998, p.51) as quatro etapas definidas por Polya podem ser reduzidas a duas: tradução e solução do problema, pois o que se exige é que o sujeito compreenda o problema e o traduza para expressões e símbolos matemáticos e então elabore estratégias para alcançar a solução final. Parece-nos que a preocupação gira em torno de se obter o produto final correto e não valoriza o processo de resolução de problema.

Não acreditamos que as etapas sugeridas por Polya (1978) devam ser reduzidas a duas como sugere Mayer, mas sim, ampliadas e abordadoras da situação-dilemática vivenciada pelo aluno envolvido no problema, valorizando, além do aspecto cognitivo, o aspecto subjetivo do aluno.

Moura (1992), ao analisar a obra de Polya (1978), traça um paralelo entre jogo e as etapas de resolução de problema descritas nessa obra, que facilita a percepção da interrelação entre estes dois grandes temas da Educação Matemática. Concordamos com Moura, quando este disserta que o jogo desafia o aluno a se auto-conhecer para superar o outro enquanto na resolução do problema temos a compreensão deste por parte do aluno; no jogo, o jogador cria estratégias para

ganhá-lo, enquanto na resolução do problema o aluno tem a necessidade de estabelecer um plano de solução; no jogo, o jogador “lança mão” das estratégias para atingir a vitória e na resolução de problema há a execução do plano de ação para a solução; no jogo, o aluno avalia sua vitória ou sua perda mediante avaliação das estratégias utilizadas em suas jogadas e na resolução de problema o aluno, embora não com frequência, faz o retrospecto da solução encontrada para verificar se acertou ou errou.

Ampliariamos ainda, a visão de Moura (1992) sobre a interrelação entre resolução de problema e jogo, inferindo que nos dois temas, o aluno para se envolver integralmente, precisa sentir necessidade – subjetiva e objetiva – de resolver o problema ou de ganhar o jogo.

Poderíamos inferir que uma diferença entre a resolução de problemas, como tem sido entendida no contexto escolar e o jogo, é que esse último denota sentimento de alegria e prazer ao aluno quando é proposto, fato que nem sempre ocorre com a resolução de problemas.

Dante (1995) aponta vários tipos de problemas, facilmente encontrados em livros didáticos e que podem ser explorados no contexto ensino-aprendizagem com a abordagem dada por Polya, bem como seus objetivos e/ou descrições, que apresentamos sob a forma de um quadro (Quadro 1).

TIPO	OBJETIVOS / DESCRIÇÃO
Exercícios de reconhecimento	Reconhecer, lembrar, identificar um conceito ou definição.
Exercícios de algoritmos	Treinar a habilidade do aluno na execução de algoritmos da adição, subtração, multiplicação ou divisão.
Problemas-padrão	Transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando os algoritmos para resolvê-los.
Problemas-processo ou Heurísticos	Exigem pensamento, reflexão, elaboração de estratégias, levantamento de hipóteses e conjecturas para a resolução da situação-problema.
Problemas de aplicação	Procurar matematizar situações reais. Exigem pesquisa e levantamento de dados. São os problemas ditos tradicionais.
Problemas de quebra-cabeça	Desafiar o aluno. Esses problemas constituem a chamada Matemática Recreativa.

Quadro 1 - Problemas encontrados em livros didáticos que podem ser explorados no contexto ensino-aprendizagem, com a abordagem dada por Polya

Problemas como os descritos no Quadro 1 são facilmente encontrados em livros didáticos de ensino fundamental, médio ou superior, assumindo a resolução de problema como uma lista de exercícios a ser dada logo após um conteúdo trabalhado. Tal método não apresenta significado para os alunos, nem desperta a curiosidade, a vontade e a necessidade para solucioná-lo, existindo mecanismos que levam de modo imediato à sua solução (ECHEVERRÍA, 1998). Segundo Kalmykova (1977), é a ocorrência do pensamento matemático de síntese. Nessa perspectiva, o aluno tem que ler e colocar em prática o que acabou de “aprender”, ou seja, “treinar” algoritmos e técnicas de solução, ficando o ensino de Matemática, durante muitos anos, centrado no processo de repetição das formas abstratas dos conceitos científicos, o que gerou pensamentos e conhecimentos fragmentados do conceito.

É possível porém, que uma mesma situação represente um problema para uma pessoa e um exercício para outra, pois esta pode não se interessar pela situação ou possuir mecanismos para resolvê-la os quais requeiram um investimento mínimo de recursos cognitivos (ECHEVERRÍA, 1998).

Para Echeverría e Pozo (1998), ensinar a solucionar problema requer treinar a sua resolução em cada uma das áreas, pois as estratégias de solução de problema são específicas e adaptadas às características de cada área de conhecimento e a cada tipo de problema. Diante desta concepção, para que o sujeito solucione um problema deverá cumprir uma seqüência de procedimentos executados de forma automatizada o que acaba exigindo pouco envolvimento pessoal, ou seja, o saber fazer é que acaba prevalecendo. Percebemos ainda que a concepção de Echeverría e Pozo (1998) sobre solução de problema aproxima-se da de Polya (1978).

Podemos inferir que esta concepção de resolução de problema contribui para a aplicação de um conceito dentro do conteúdo matemático, determinando a memorização de regras e a automatização de técnicas e algoritmos – o saber fazer operacional do conceito – em detrimento do saber pensar conceitual, levando a uma contra-aprendizagem matemática. Em outras palavras, basta que o aluno conheça as estruturas dos numerais e das quatro operações chamadas básicas para que encontre uma solução para o problema, nem sempre se exigindo do sujeito a tomada de uma decisão e não necessitando ter a compreensão do conceito.

Para Moisés (1999), a "aprendizagem correspondente ao saber-fazer impõe que todos os conceitos matemáticos sejam tratados como operadores, fazendo com que seus objetivos se realizem às custas de muita repetição e treinamento. Ocorre, contudo, que a eficiência dessa

abordagem se dá em detrimento dos aspectos conceituais, ou seja, dos elementos formadores do pensamento" (p.74).

Essa situação traduz a solução do problema e não a resolução, a qual se caracteriza de uma forma mais abrangente.

Neste trabalho, entendemos resolução de problema como uma situação complexa que envolve o aluno desde seu primeiro contato com a situação e vivenciando um momento de impacto, existindo necessidade e motivação internas para tentar solucionar o problema, mediante identificação, análise, interpretação, relação das variáveis encontradas e tomada de decisão, além de envolver a afetividade e grande empenho pessoal. Se não houver situações-dilemáticas, não haverá resolução de problema, mas solução de problemas, o que não abrange o movimento integral do aluno, suas sensações e sentimentos, mas um processo estritamente cognitivo. Assim, resolução de problema com vistas ao ensino, é entendida como uma situação viva para o aluno, ou seja, uma situação que este vivencia e necessita de resolver.

Em outras palavras, a resolução de problema é uma manifestação que precisa ser codificada; uma situação desafiadora que não apresenta uma solução imediata e única, constituindo o que Mason (1996) chama de problemas abertos; uma situação de hesitação e impasse que necessita de conhecimentos diversos - matemáticos ou não - e o estabelecimento, por parte do aluno, de relações entre eles, além de reflexões e investigações, constituindo-se em um movimento de criação de processos próprios de resolução, podendo nesse movimento, ampliar seus conhecimentos e criar novos conceitos. Resolução de problema envolve o movimento global do aluno frente a uma situação de desafio, de conflito.

No entanto, não são todas as necessidades sentidas pelo aluno que se caracterizam por problemas, mas sim aquelas que causam desafio e despertam interesse em querer resolvê-las e que, ao resolvê-las, sente-se prazer e realização, como ao vencer um jogo (CORBALÁN, 1994).

1.3 Resolução de problema e pensamento matemático

A Ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes. Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um

longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições.

Bento de J. Caraça

Diante desta afirmação de Caraça (2000), podemos considerar a Matemática como uma ciência em movimento constante e progressivo, na qual novas relações podem ser estabelecidas pelos sujeitos todos os dias, mediante o movimento do pensamento expresso em linguagem.

É necessário que sejam realizados, no contexto escolar, trabalhos de resolução de problema, propiciando aos alunos situações interessantes que desafiem sua curiosidade e possibilitem o saber pensar com predominância sobre o saber fazer. Situações que possuam elementos dinâmicos da vida, para que o sujeito possa vivenciar a auto-localização, a tensão criativa, a reordenação lógica, a construção e reconstrução de conceitos, por meio da resolução de problema. O papel do professor, nesse sentido, é o de mediador do trabalho dos alunos, levando-os a retomar a situação analisada e solucionada, deixando-os também desfrutar da satisfação da criação da resolução do problema.

Desse modo, buscamos em Lima (1998) e em Kopnin (1978) fundamentos para a concepção de pensamento humano que aqui concebemos.

Lima (1998) observa que, mediante o aumento da produção industrial, a partir da Revolução Industrial, evoluiu também a solicitação de elaborações e técnicas do saber fazer levando a uma crescente utilização do cérebro humano como máquina, reduzindo o pensamento ao seu aspecto mecânico, repetitivo e técnico. Com o avanço da tecnologia, o aspecto mecânico foi transferido para a máquina, ficando a cargo desta o trabalho repetitivo, deixando o homem livre para exercer o processo criativo do pensamento: o saber pensar sobre situações desafiadoras, buscando resolvê-las.

Nas palavras de Lima (1998), o “aspecto mecânico do pensamento só pode ser alcançado em sua plenitude se a mente conseguir se livrar do pensamento” (p.96). Esse autor considera que, sendo o homem, por sua natureza, um ser pensante, mesmo para não pensar o homem pensa; mesmo sendo levado a reproduzir no período da Revolução Industrial, o homem nunca conseguiu deixar de pensar.

Para Kopnin (1978), o pensamento é visto como uma faculdade puramente humana, um modo de conhecimento da realidade pelo homem e um meio de criar idéias, resultante da

interação entre homem (ser social) e objeto; “é o reflexo da realidade sob a forma de abstrações” (p.121).

Mediante a concepção de pensamento de Kopnin (1978), podemos dizer que o pensamento humano é subjetivo, é uma imagem subjetiva de mundo, pois envolve as experiências pessoais do sujeito mediante a realidade vivida.

Para Kopnin (1978), a subjetividade do pensamento consiste:

no fato de o pensamento sempre pertencer ao homem enquanto sujeito; [...] o seu resultado não é a criação do próprio objeto como tal, com todas as suas propriedades, mas apenas da imagem ideal do objeto. No pensamento sempre operamos com a imagem ideal do objeto e não com o próprio objeto. [...] o objeto ser representado com grau variado de plenitude, adequação e profundidade de penetração em sua essência (p.126-127).

No entanto, este autor também afirma que o pensamento é, ao mesmo tempo objetivo, pois “tem objetivo definido, reflete de modo ativamente criador os objetos e processos da realidade” (p.125) e “se desenvolve pela criação de uma imagem ideal que reflete o objeto com plenitude e precisão” (p.127).

Em relação às “máquinas pensantes” - assim identificados os computadores por Kopnin -, não é inerente a estas nem mesmo o pensamento em sua forma mais rudimentar, pois não criam imagens da realidade por meio de abstrações. Ainda assim, a máquina pode potencializar o pensamento humano, auxiliando o homem nos processos de pensar, interpretar, refletir e transformar a realidade, facilitando o trabalho mental de criação e elaboração de soluções de problemas e até mesmo o conhecimento do próprio processo de pensamento, cabendo ao homem interpretar os sinais emitidos pela máquina e relacioná-los a significados exteriores a ela, utilizando-se de abstrações.

É importante ressaltarmos que a máquina é uma estrutura artificial que deve facilitar o trabalho mental do homem e, nem pela forma, nem pela natureza da substância pela qual é constituída, lembra o cérebro do homem, sendo apenas funcionalmente semelhante (KOPNIN, 1978).

Muitas escolas, em relação ao aspecto mecânico, têm adotado o método do treinamento intensivo, que visa à formação de mão-de-obra para as tarefas repetitivas na produção. Esta pedagogia deveria ter seu fim com o advento dos computadores que a tornaria inútil e atrasada; porém, ainda não foi superada na prática de sala de aula (LIMA, 1998). Assim, o ensino da

Matemática, presente em muitas escolas, não deve ser reduzido a uma prática exata, que enfatize o aspecto mecânico, mas sim deve valorizar o pensar sobre conceitos matemáticos mediante os processos de resolução de problema que os alunos apresentam.

A relação homem-máquina é proposta neste trabalho, pois os alunos são instigados a criar jogos computacionais, mas a máquina não cria para eles, o que vem confirmar a concepção de Kopnin (1978) de que a máquina é apenas facilitadora do trabalho mental humano.

1.4 Resolução de problema e situação-dilemática

Com a inserção da Informática nos mais diversos campos do conhecimento - inclusive na Educação – e a crescente utilização de robôs nas situações de produção, tornam-se cada vez mais desnecessárias as ações mecânicas, exigindo-se dos sujeitos uma nova postura na maneira de gerar, conceber e trabalhar com situações de incertezas e problemas, requerendo deles, ainda, novas estratégias e processos cognitivos para resolver um problema. Assim, a Educação Matemática pode se liberar da pedagogia do treinamento e voltar-se para a formação do homem enquanto ser pensante e criador (MOISÉS, 1999). Baseando-nos em Lima (1998), entendemos pedagogia do treinamento como aquela na qual o sujeito soluciona situações de modo automático e mecânico, não havendo a necessidade do “pensar sobre”, mas sim do executar.

Diante de tais considerações, entendemos que uma atividade que envolve a construção de jogos computacionais e o ensino de matemática favorece o trabalho com resolução de problema, envolvendo o aluno como ser afetivo, pensante e criador. Para isso, é exigida a presença da criatividade, do lúdico, da imaginação, da interação, da tomada de decisão e, principalmente, da necessidade – tanto objetiva quanto subjetiva –, por parte do aluno envolvido, de querer resolver o problema.

A resolução de problema, nessa perspectiva, é vista como uma situação na qual o problema é desencadeador do processo de aprendizagem, uma vez que o aluno está inserido em um movimento de pensamento e elaboração de conhecimentos, visando resolver o problema enfrentado, por meio da utilização de conceitos matemáticos. Movimento de pensamento entendido como movimento do sujeito, como aluno vivo frente a uma situação conflituosa, desafiadora.

Ressalta-se ainda que, mediante essa abordagem, o aluno assume a postura de investigador e agente construtor de seu conhecimento, o que torna o processo de resolução de problema mais relevante do que o produto final, valorizando-se o movimento do pensamento. Na perspectiva abordada por Caraça (2000), movimentos de pensamento são desencadeados inserindo o sujeito na resolução de problema, psicológica e socialmente, de modo ativo, uma vez que os problemas do dia-a-dia não se apresentam de forma estruturada, mas como devendo ser construídos.

Nesse contexto, o sujeito não segue fases pré-definidas como Polya (1978) sugeriu, ou seja, compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e fazer um retrospecto ou verificação, mas necessita de avaliar constantemente suas estratégias, reformulando procedimentos, buscando possíveis soluções e depurando erros.

Dentre as várias concepções do desenvolvimento do conhecimento matemático, a de Caraça (2000) incorpora a dinâmica de criação e desenvolvimento histórico do conceito para a geração de uma nova idéia, privilegiando-se a compreensão dos fenômenos da realidade e o desenvolvimento do conceito como processo de aprendizagem.

No âmbito da abordagem da Educação Matemática Conceitual, há cinco pontos que se adequam ao processo de resolução de problema enfrentado pelos alunos participantes desta pesquisa durante a criação e construção de seus jogos computacionais. Esses momentos que ocorrem em um processo dinâmico, são denominados de desconhecimento, auto-localização, tensão criativa, reordenação lógica do conceito e construção / (re)criação do conceito. São momentos que não acontecem separadamente, mas sim em um movimento dialético.

A proposta da criação e construção de jogos computacionais, do ponto de vista da resolução de problema abordada nesta pesquisa, supõe o surgimento de situações-dilemáticas, em que a problematização surge “quando, das idéias antes postas de forma desorganizada, constrói-se um quadro de relações **dilemáticas**, isto é, idéias cujo conteúdo se dê segundo relações de correspondências simétricas, que dirão respeito a uma ação no sentido da conservação do estado problemático ou de sua superação” (MOISÉS, 1999, p.124).

O momento dilemático constitui um momento de fertilidade do pensamento, quando idéias emergem de uma forma desorganizada e até mesmo conflituosa, difusa e fragmentada, necessitando de elaboração, o que vai culminar na formulação de uma pergunta, ou seja, na problematização, que objetiva o entendimento da situação inesperada e sua superação.

Problematização que, segundo Moisés (1999), caracteriza-se como uma fase essencial no processo de aprendizagem, em que ocorre o surgimento de idéias e ações em diferentes direções, um momento em que o sujeito elabora e testa suas hipóteses no sentido de afirmá-las ou refutá-las; é quando ocorre o salto de qualidade no pensamento e a exposição da capacidade criativa do homem, inclusive a criação de conceitos.

Moisés (1999) acrescenta ainda que o dilema se caracteriza como o momento em que o sujeito compreende os elementos em contradição. É o momento de análise das variáveis do problema e do estabelecimento de relações entre elas.

O autor indica ainda que “a problematização não se caracteriza pela presença ou não da resposta, pela falta ou excesso de dados, mas fundamentalmente por ser a forma racional que permite revelar, do fenômeno, sua essência” (p.113), entendida como o movimento do pensamento na problematização e que, ao ser formulada a pergunta, o sujeito consegue compreender a situação antes inesperada e chegar a uma conclusão.

Ao buscarmos a definição de dilema, encontramos filósofos (ABBAGNANO, 1970, MORA, 1998; LALANDE, 1999) que se referem a este termo dentro da lógica tradicional e, de modo geral, o definem como uma situação de “oposição de duas teses, de tal modo que, se uma delas é verdadeira, a outra terá de ser considerada falsa, e vice-versa” (MORA, 1998, p.188) sendo uma delas falsa e outra verdadeira, tendo o sujeito que escolher uma apenas. Para Lalande (1999) dilema é um “sistema de duas oposições contraditórias, entre as quais se é colocado na obrigação de escolher” (p.260).

Para Caraça (2000) dilema é analisado do ponto de vista do pensamento dialético. Para este autor, a natureza de dilema e problema é conceitual, pois apresenta o movimento histórico do pensar humano a partir do momento em que o homem tem a necessidade de criar, por exemplo, o conjunto dos números racionais e outros conceitos matemáticos. O ponto de partida para tal construção pode ser um conhecimento já amadurecido cientificamente ou ainda um conceito não entendido pela humanidade, porém tal conceito, quando amadurecido, poderá auxiliar o homem e a humanidade a conhecerem a si próprios.

Para nosso estudo, estamos adaptando e transferindo aquilo que Caraça (2000) definiu para problemas históricos que serviram para a construção de conceitos matemáticos, para a situação de ensino, mais especificamente para a resolução de problema, considerando que dilema e problema são instâncias do pensamento humano.

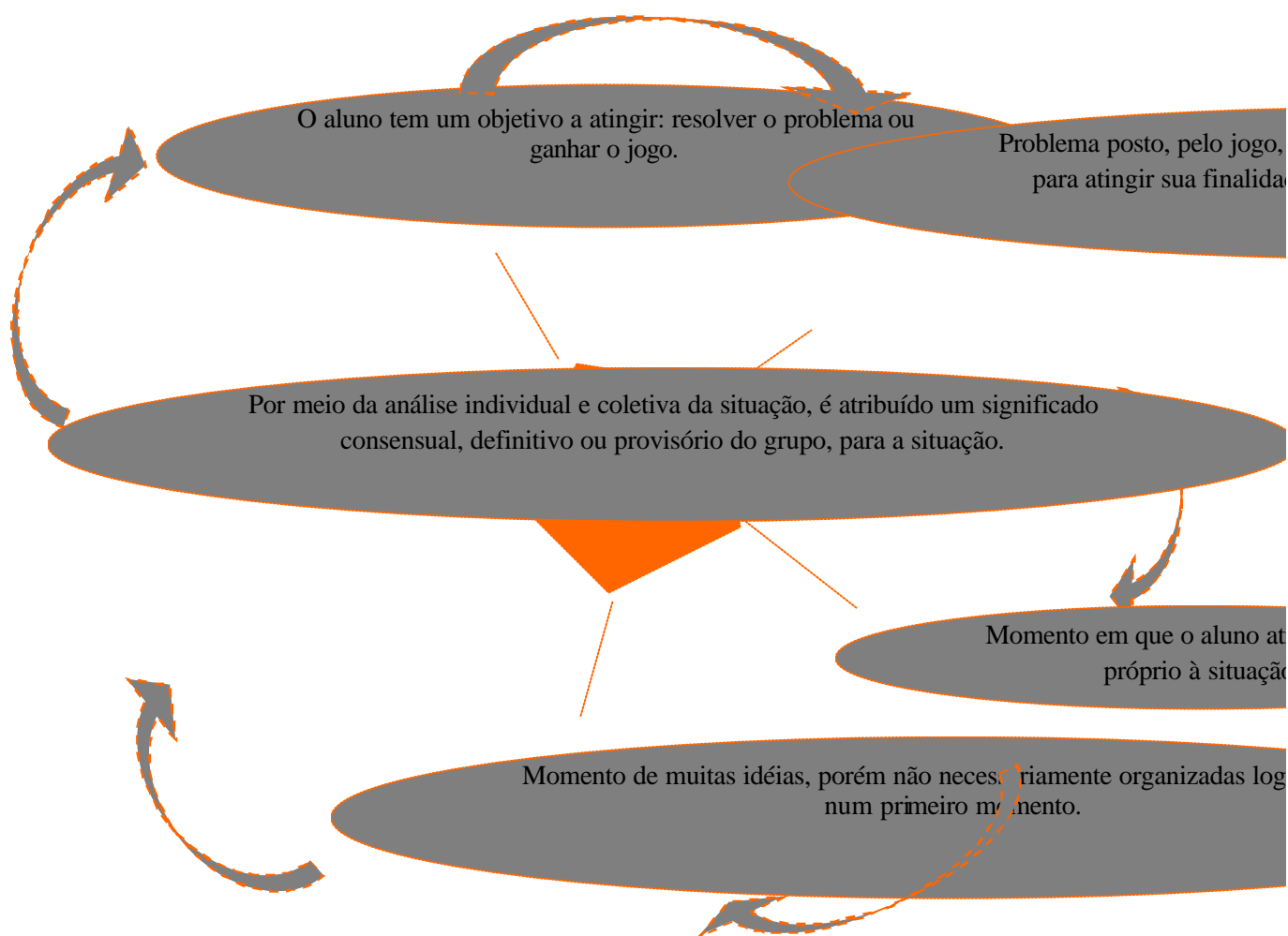
Em nosso estudo, há aplicações, análise e síntese de conceitos formais já estudados na escola. O ponto de partida é o conteúdo matemático formal aprendido até então. O ponto de chegada é um novo jogo e não um conceito matemático novo. Outro aspecto que diferencia nosso estudo é o fato de que a necessidade sentida pelos alunos é momentânea e não são necessidades como aquelas colocadas pelo movimento histórico da criação do conceito matemático.

As situações de desafios colocadas pelo computador fazem com que os estudantes se encontrem com seu mundo teórico e, esse mundo tende a se expressar pelo formalismo dos conceitos matemáticos. O desconhecimento, a auto-localização e a tensão criativa estão focados nas relações e nas discussões que são travadas entre os alunos, o computador e o aspecto formal dos conceitos já aprendidos formalmente.

Diante das várias abordagens sobre o conceito de dilema, nesta pesquisa, utilizaremos a expressão **situação-dilemática**, para a qual não daremos o mesmo enfoque que a lógica tradicional, mas sim a conotação de uma manifestação de hesitação e dúvida, momento espontâneo do aluno que tem suas bases nas formas sensitivas do pensamento e surge da sua relação imediata do sujeito com o meio quando esse precisa resolver o problema e se encontra diante da escolha de possibilidades de solução.

Para escolher a melhor possibilidade, o aluno atribui sentido próprio à situação, cria, produz e não só reproduz e, em uma relação analítica e dialógica com a situação e com colegas, chega a um significado consensual para a resolução do problema que pode ser uma síntese, provisória ou definitiva. Se a síntese realizada for a primeira, o aluno permanece na situação-dilemática, até que consiga encontrar a melhor síntese para a situação. Entendemos que o aluno enfrenta o problema de forma lógica, porém, em um primeiro momento, essa forma não está, necessariamente, organizada desse modo, nem mesmo verbalmente, mas de outro muito confuso e com fertilidade de idéias e com certo nível pessoal de compreensão da situação.

Mediante nossa concepção de situação-dilemática, elaboramos o seguinte esquema para que o leitor melhor a compreenda:



Esquema de definição de situação-dilemática

Como já citado anteriormente, consideramos que a abordagem teórica defendida por Caraça (2000) não descarta, mas **amplia** a visão de resolução de problemas sugerida por Polya (1978), em seu livro “*A arte de resolver problemas*”. Caraça propõe um momento anterior à compreensão do problema: o estabelecimento do **inesperado**, que se caracteriza como o momento nebuloso em que o sujeito se depara com o problema e este passa a ser seu, ou seja, o sujeito está no problema de forma integral: com suas emoções, ansiedades, sentimentos, hesitações, alegrias e com a possibilidade de rever seus pensamentos. O inesperado, segundo Caraça (2000), é o elemento essencial no movimento do progresso no conhecimento da realidade, pois é a partir dele que se sente a necessidade de elaborar processos de pensamento que o auxiliem a resolver o problema.

O estabelecimento do inesperado se dá no momento em que o aluno, ao jogar e se divertir, depara-se com uma situação, um problema apresentado ou ocorrido na partida ou, quando ao construir o seu próprio jogo computacional, depara-se com a necessidade de elaborar um problema para que o jogador sinta a necessidade de resolvê-lo para poder continuar suas jogadas. O inesperado traz para o aluno sensações de ansiedade, medo, hesitação, ou seja, a vivência dilemática em que se sente desafiado a resolver o problema para assim, vencer o jogo ou então aceitar o desafio de construir um jogo computacional.

A situação-dilemática é vivenciada no momento em que o aluno se depara com o medo, a angústia, a incerteza e até mesmo com a alegria de estabelecer qual jogo será criado, qual tema ou temas matemáticos abordar, que personagens utilizar, dentre outras ansiedades que possam surgir. O problema caracteriza-se no momento em que o aluno elabora um planejamento para o jogo a ser criado e passa a executá-lo frente ao software, encontrando, nesse processo, certezas e incertezas, alegrias e frustrações. Todo esse processo é envolvido em um movimento dialético, quando novos inesperados, novas situações-dilemáticas e novos problemas podem ocorrer no desenvolvimento da construção do jogo computacional e novas decisões, novas análises e sínteses deverão ser realizadas.

Com a ampliação para o momento do inesperado, entendemos que o problema passa a ter uma conotação de envolvimento subjetivo se o aluno se envolver com a situação-dilemática, manifestando suas percepções e afetividade ao deparar-se com ela; também de envolvimento objetivo à medida que se utilizando da linguagem verbal, suas sensações e percepções procura explicar o problema para si e para o grupo. Destacamos que, diante dessa perspectiva, a maioria dos momentos da vida do sujeito constitui um momento inesperado, pois configura o esgotamento de um conceito para sua posterior superação; uma situação-dilemática que tende a ser refletida e problematizada para ser solucionada.

Durante todo o movimento de encontro com o inesperado, constituição da situação-dilemática e sua problematização, há também um processo criativo, no qual o aluno encontra dificuldades que precisam ser vencidas para continuar a solucionar a situação. Nesse momento, o problema não se encontra algoritmizado, mas sim em um movimento de situação-dilemática a problema, necessitando que o aluno identifique variáveis envolvidas, havendo um processo constante de encontros e desencontros de idéias (movimento de análise), (re)elaboração do problema até o estabelecimento de sua solução (movimento de síntese). Em suma, é um

movimento de organizar idéias, reunir variáveis úteis, depois de identificadas e formular o que o aluno considera ser a solução, constituindo um trabalho construtivo e criativo.

Dessa forma, o aluno tem condições de reorganizar as idéias e rever os caminhos, as opções de desfecho a serem seguidas; o saber fazer e saber pensar estão envolvidos no processo de forma dialética. Também este momento é mediado pelo professor no decorrer das discussões entre grupos de trabalho, à medida que estes vão avançando na elaboração dos processos da resolução do problema para que possam refletir sobre os procedimentos que adotaram e projetar melhoria no sentido de otimizar estratégias.

Assim sendo, durante todo o processo de criação de uma resolução para o problema, conceitos matemáticos podem ser explorados pelos alunos, tanto conceitos novos como a (re)formulação do conceito de resolução de problema.

Diante do movimento de pensamento de resolução de problema por nós considerado, o qual não se apresenta em forma de etapas estanques, mas sim em um movimento dialético, acreditamos que o pensamento está em constante diálogo com o conhecimento lógico, criativo, imaginativo, social, cultural e afetivo. Essa concepção de aprendizagem apresenta-se em sentido oposto a uma pedagogia que incorpora os mecanismos da repetição das formas abstratas dos conceitos científicos, gerando pensamentos e conhecimentos fragmentados do conceito. Podemos inferir que a pedagogia, desconectada da compreensão, valoriza e contribui para a determinação do saber fazer operacional do conceito em detrimento do saber pensar conceitual, o que implica a contra-aprendizagem matemática.

Com a transformação tecnológica, essa abordagem pedagógica deve ser superada, pois a sua metodologia leva a um aprendizado mecânico do conceito. Porém, nem mesmo com a inserção do computador no ensino, essa tendência parece estar sendo superada na prática de sala.

Nos momentos de resolução de problema, é preciso que estejamos atentos aos movimentos de pensamento matemático elaborados pelos alunos, atentando para a situação-dilemática em que todos podem estar envolvidos e não só para as etapas de solução do problema.

CAPÍTULO II

JOGO COMO ELEMENTO DE CULTURA

2.1 Aspectos históricos do jogo

Para entendermos a trajetória histórica do jogo na sociedade, faremos uma breve retrospectiva sobre o tema, sem a intenção de estarmos abordando esta questão durante toda sua cronologia, na busca de seu elemento epistemológico.

Em se tratando de Antigüidade, Almeida (1987) menciona que Platão considerava que o “aprender brincando” era mais importante e deveria tomar o lugar da violência e da repressão, além de ressaltar que a Matemática deveria ser estudada de modo atrativo, como por exemplo, com a utilização de jogos.

Este mesmo autor pontua ainda que egípcios, romanos e maias utilizavam os jogos como um instrumento para preparar o jovem para tarefas sérias e adultas. Em outras palavras, a utilização do jogo tinha como objetivo levar os mais jovens a aprender valores, conhecimentos, normas e padrões culturais com a experiência dos adultos. Percebemos que, na Antigüidade, os jogos ocupavam uma posição de transmissão de conhecimentos culturais na sociedade, com objetivos educacionais, sendo estimulados por muitos povos.

Para outro grupo de pessoas, inclusive para a Igreja, o jogo era visto como algo imoral, profano, delituoso, não se admitindo sua prática e julgando-se, com severidade, principalmente os jogos que envolviam dinheiro, pois aí já se configuraria o comércio (DUFLO, 1999). Acreditavam que os jogadores causavam danos a si próprios, a suas famílias e às pessoas com quem se relacionavam, com conseqüências repreensíveis socialmente como, por exemplo, empobrecer e desonrar suas famílias, blasfemar, arruinarem-se. Assim, dada a repreensão da Igreja, o interesse pelos jogos foi perdendo importância, dando lugar a uma educação rígida e disciplinadora imposta pelo Império Romano (DUFLO, 1999). Em outras palavras, havia a abordagem da dimensão político-econômica e religiosa em jogo.

Com a fundação da Companhia de Jesus, por Ignácio de Loyola em 1540, compreendeu-se o valor dos jogos para o ensino e se procurou introduzi-los oficialmente por meio da *Ratio Studiorum*⁸, tendo sido os jesuítas os primeiros a recolocarem os jogos na prática educativa. Assim, ainda no século XVI, surgiram os jogos educativos que visavam à aquisição de conhecimentos por meio de ações didáticas (ALVES, 2001). No entanto, os jogos continuavam a ser considerados uma atividade secundária e sem significado para muitas pessoas, o que fez com que muitos estudiosos não procurassem estudá-los cientificamente.

2.2 Introdução filosófica do jogo na Educação

a melhor maneira de se ensinar Matemática é mergulhar as crianças num ambiente onde o desafio matemático esteja naturalmente presente.

Ubiratan D'Ambrósio

Mediante o estudo da literatura (ALMEIDA, 1987; DUFLO, 1999; ALVES, 2001; FREIRE, 2002), percebemos que o jogo, há muito tempo, era considerado uma atividade infantil, de pouco valor e que não merecia atenção, principalmente a dos estudiosos, apesar de estar presente em momentos de acumulação de riquezas, como no caso de jogadores de cassinos ou apostadores de rua, ou também, em momentos de ócio e de lazer de muitos homens, que buscavam a distração em relação à vida cotidiana, ou seja, o jogo era visto como divertimento e o homem não poderia preocupar-se durante toda sua vida com a possibilidade de se divertir (DUFLO, 1999).

Aos poucos, foi detectado que era “preciso tentar compreender como aquilo que nos parece evidência imediata é, na realidade, uma idéia produzida historicamente, o resultado de uma gênese, de uma herança” (DUFLO, 1999, p.12). Isso ocorreu nos séculos XVII e XVIII, quando o “percurso filosófico levou a considerar a questão antropológica e a tornar necessária a intervenção do tema do jogo” (DUFLO, 1999, p.17).

Com o intuito de fazer com que o jogo adquirisse expressão na Filosofia, era preciso que esse atraísse a atenção dos pensadores, pois, enquanto visto como atividade fútil, capaz de levar

⁸ A *Ratio atque institutio studiorum Societatis Jesu* é um documento que reelaborou as considerações pedagógicas contidas nas *Constituições da Companhia de Jesus*, representando “as bases de um programa formativo de caráter católico que se estende a todos os colégios jesuítas do mundo” (CAMBI, 1999, p.261).

um homem e sua família à ruína, o jogo não poderia ser objeto de uma consideração, de uma análise atenta. Para reverter esse quadro, “era necessário que a criança se tornasse interessante e, com ela, suas atividades, ou que o jogo adquirisse um outro estatuto que não o relegasse mais à categoria de uma atividade menor, mas lhe desse um espaço no coração do ser humano” (DUFLO, 1999, p.53).

No entanto, podemos nos perguntar: em que a noção de jogo interessa à Filosofia e seu estudo?

A esta questão, Duflo (1999) pontua que a Filosofia é “uma das disciplinas que tem por vocação ajudar-nos a compreender a nós mesmos e ao que nos cerca” (p.11) e, o jogo é algo que nos cerca e que todos nós brincamos disso ou daquilo quando crianças, parecendo-nos, então, cabível o interesse da Filosofia sobre o tema. Nessa perspectiva, o referido autor considera que, a partir do momento em que a educação passa a ser vista como uma preparação do homem para a humanidade, o lugar do jogo é reconsiderado, sendo uma educação bem sucedida aquela “que leva gradualmente do **lusus** (divertimento), que convém às crianças pequenas ao **ludus literarios** (do latim escola), passando pelo **ludus** (do grego, jogo)” (p.54).

Sartre citado por Freire (2002), alegou que, quando o sujeito joga, volta-se para seu mundo interior. Entendemos, então, que ao jogar o sujeito está utilizando sua subjetividade, atribuindo sentido aos seus atos, às suas escolhas e à sua criação.

Nesse sentido, Freire defende que:

é quando joga que o ser humano mais é fértil em produção de imagens. [...] No caso da criança então, ela é absorvida em quase todo o seu tempo pelo faz-de-conta, que não é outra coisa senão a construção de um mundo interior, esse mundo que, uma vez comunicando-se com a realidade, produz a cultura que vamos habitar (p.87).

A partir destas considerações do autor, entendemos que a ludicidade na aprendizagem escolar é um componente que deve ser preservado e que a escola poderia criar espaços de jogos favorecendo a imaginação da criança.

Para as pessoas ligadas à Igreja, o jogo apresentava um interesse limitado, enquanto que o matemático – como Leibniz e Pascal – descobriu ser a atividade lúdica, principalmente a partir dos séculos XVI e XVII, um contexto favorável a análises que seriam de grande fecundidade para a história da Matemática, sendo os jogos de azar os mais atraentes, “a ponto de o **acaso** ser

considerado por todos como o único verdadeiro critério determinante para distinguir os diversos tipos de jogos”(DUFLO, 1999, p.23).

Os matemáticos, durante muito tempo, interessaram-se apenas por jogos que consideravam o acaso, como os jogos de dados e, é devido a esse interesse dos matemáticos que nasceu o ramo das **probabilidades** em Matemática. No entanto, para Kant, citado em Duflo (1999), não se pode fundar uma pedagogia sobre aprendizagem baseada no jogo, dizendo que “o que faltará sempre a uma educação que só tem o prazer da criança em vista é a assimilação da estrutura coercitiva do real” (p.56).

Para a criança, toda atividade é jogo e, nela, a criança cria, adivinha, faz antecipações e até mesmo chega a fazer abstrações, o que irá auxiliá-la na aprendizagem da Matemática (CHATEAU, 1987).

Ainda em relação a este aspecto, há uma passagem de uma carta de Leibniz (1697) a Jean Bernoulli que diz: “Os homens são, em geral, mais engenhosos nos divertimentos do que nos negócios sérios e obtêm mais sucesso nas ações que lhes propiciam prazer” (DUFLO, 1999, p.25).

2.3 Entendendo o que é jogo na Educação Matemática

A variedade de fenômenos considerados como jogo mostra a complexidade da tarefa de defini-lo.

Tizuko M. Kishimoto

A palavra jogo, do latim *joco*, significa, etimologicamente, gracejo e zombaria, sendo empregada no lugar de *ludus*, que representa brinquedo, jogo, divertimento e passatempo (GRANDO, 1995).

Grando (1995) citando Huizinga, afirma que:

a palavra e a noção de jogo foram sendo construídas nas diversas civilizações, não definidas por um pensamento lógico ou científico, mas na ‘linguagem criadora’, isto é, em inúmeras línguas diferenciadas. Neste sentido, não se poderia esperar que cada uma das diferentes línguas encontrasse uma mesma palavra e idéia para exprimir a mesma noção de jogo (p.31).

Fica clara a noção de que, para o conceito de jogo, não há uma única compreensão, mas sim uma aproximação. Para este autor, o jogo é uma atividade voluntária e desinteressada, que

cria ordem e é ordem e, se não cumprida, “estraga” o próprio jogo. Atividade exercida dentro de certos limites de tempo e espaço, dotada de um fim em si mesma, acompanhada de um sentimento de tensão e alegria.

Caillois (1994) define jogo como “atividade livre, determinada, incerta, improdutiva e regulamentada” (p.37), pois o jogador não é obrigado a participar, o tempo e o espaço são delimitados anteriormente, não é previsto quem deverá ser o vencedor, ao fim do jogo não se tem riquezas e sim alegrias sendo reguladas pelas regras do jogo e, essas últimas, aceitas livremente.

Chateau (1987) reconhece no jogo um componente de esforço e auto-desafio que é sua verdadeira motivação, sendo que o aspecto principal do mesmo é o seu poder criador. Trata-se, portanto, de uma atividade dinâmica e de prazer, desencadeada por um movimento próprio, desafiando e motivando os jogadores à ação, permitindo, possivelmente, uma ponte para algum conhecimento. O jogo está em quem joga e não em quem assiste ao jogo, ou seja, o jogo está na ação e é ação.

Para os gregos, a palavra jogo estava associada ao jogo de crianças, sendo necessária a criação de termos como competição e passatempo para indicar o jogo dos adultos (GRANDO, 1995).

Independentemente das várias concepções existentes, a palavra jogo, muitas vezes, denota sentimento de alegria e prazer e que se trata de uma atividade que, possivelmente permite uma ponte para algum conhecimento. É uma atividade autônoma característica da infância, na medida em que expressa a maneira como a criança vê o mundo (meio físico e cultural) e busca compreendê-lo.

Kamii e DeVries (1991) defendem que os jogos em grupo na Educação têm o importante papel de propiciar um contexto estimulador da atividade mental da criança. Assim, segundo as palavras das próprias autoras, “os jogos em grupo devem ser usados na sala de aula não pelo mero fato de se ensinar as crianças a jogá-los, mas para promover sua habilidade de coordenar pontos de vista” (p.35).

No contexto da Educação Matemática, encontramos pesquisas que se referem ao jogo como um gerador de situação-problema e desencadeador da aprendizagem do aluno (GRANDO, 1995). Nessa perspectiva, podemos citar a pesquisa de Moura (1992), que aborda o jogo como um problema em movimento, pois solicita do jogador a elaboração de procedimentos pessoais eficazes na resolução de uma situação-problema de jogo e que define jogo pedagógico “como

aquele adotado intencionalmente de modo a permitir tanto o desenvolvimento de um conceito matemático novo como a aplicação de outro já dominado pela criança” (p.53) (grifo da pesquisadora). Este autor esclarece que o jogo pedagógico é desencadeador para o desenvolvimento de um conceito novo.

Outras pesquisas importantes no contexto da Educação Matemática são as de Lanner de Moura (1995), que enfoca o aspecto social da criança e sua dinâmica de interatividade de significados entre os jogadores; Brenelli (1996), que pontua que o jogo pode permitir a construção e reconstrução de certas noções lógicas e aritméticas; Grando (1995 e 2000), que analisa as possibilidades metodológicas do jogo na construção de procedimentos matemáticos e relações numérica e algébrica por alunos do Ensino Fundamental; e Marco (1998), que explora as possibilidades metodológicas do jogo na sistematização do conceito de equivalência de fração, entre outros.

Em nossa pesquisa, entendemos o jogo uma situação lúdica⁹, na qual é possível o professor observar o movimento de pensamento do aluno em situações de resolução de problema. Nesse processo, o aluno passa da situação-dilemática à compreensão do contexto por meio do processo de análise, formalizando uma questão que o leve à resolução do problema, ou seja, a síntese. Esse movimento de passagem da situação-dilemática à compreensão e formalização do problema faz com que o aluno procure organizar o seu processo de pensamento matemático. Assim, passamos a discutir, no capítulo seguinte, a utilização do jogo no ensino da Matemática.

⁹ Definiremos situação lúdica no Capítulo III.

CAPÍTULO III

JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A matemática tem sido, tradicionalmente, a tortura dos escolares do mundo todo, e a sociedade tem tolerado essa tortura para seus filhos como um sofrimento inevitável para adquirir um conhecimento necessário; mas o ensino não deve ser uma tortura, e não seríamos bons professores se não procurássemos, de qualquer jeito, transformar este sofrimento em gosto, o qual não quer dizer ausência de esforço, mas, pelo contrário, multidão de estímulos e de esforços desejados e eficazes.¹⁰

Puig Adam apud Fernando Corbalán

Neste capítulo, faremos considerações sobre possíveis relações entre jogo e resolução de problema, uma vez que este trabalho pretende discutir a exploração de jogos manipulativos e computacionais e a construção de jogos computacionais no ensino de Matemática como um contexto favorável ao desenvolvimento do pensamento matemático de resolução de problema.

3.1 Jogo e seu papel pedagógico

O jogo é um bom laboratório para repetir ensaios e buscar novos caminhos.

Gairin apud Fernando Corbalán

No contexto de ensino e aprendizagem, o objetivo do professor no trabalho com jogos deve valorizar seu papel pedagógico, ou seja, o desencadeamento de um trabalho de exploração e/ou aplicação de conceitos matemáticos. Além disso, a elaboração de estratégias de resolução de problema pelos alunos, com a mediação do professor, deve ser considerada. É necessário que o professor questione o aluno sobre suas jogadas e estratégias para que o jogar se torne um ambiente de aprendizagem e (re)criação conceitual e não apenas de reprodução mecânica do conceito, como ocorre na resolução de uma lista de exercícios denominados problemas.

¹⁰ Traduzido da língua espanhola pela da pesquisadora.

Uma vez que o professor planeja a exploração do jogo, este deixa de ser desinteressado para o aluno, porque visa à elaboração de processos de análise de possibilidades e tomada de decisão: habilidades necessárias para o trabalho com resolução de problema, tanto no âmbito escolar como no contexto social no qual todos estamos inseridos.

Nessa perspectiva, o sujeito, além de ser envolvido em um contexto lúdico, deve colocar seu pensamento em movimento, enfrentando uma situação-dilemática que o leve a elaborar estratégias para resolver o problema, ou seja, ganhar o jogo. Dessa forma, para Moura (1992), jogo e resolução de problema são abordados como produtores de conhecimento e possibilitadores da aquisição de conhecimentos matemáticos. Para essa elaboração, o aluno é “forçado” a criar processos pessoais para que possa jogar e resolver os problemas que inesperadamente irão surgir, elaborando assim novos pensamentos e conhecimentos, deixando de seguir sempre a mesma “receita”.

Desse modo, o jogo, na Educação Matemática, “passa a ter o caráter de material de ensino quando considerado promotor de aprendizagem. A criança, colocada diante de situações lúdicas, apreende a estrutura lógica da brincadeira e, deste modo, apreende também a estrutura matemática presente” (MOURA, 1996, p.80).

Além disso, ao se propor a análise do jogo pelo sujeito, este é levado a refletir sobre as estratégias (intuitivas ou lógicas) que utilizou durante as jogadas e a avaliá-las; fato que terá consequências na habilidade de resolução de problema. Tal reflexão ocorre sem que o sujeito tenha consciência, pois analisar os processos de pensamento seguidos é exigência do próprio jogo, o que o leva a detectar as jogadas erradas realizadas, compreender as variáveis envolvidas na ação e buscar alternativas para solucioná-las a tempo de ganhar a partida e produzir conhecimento.

Nessa perspectiva, a análise do erro e do acerto pelo aluno se dá de maneira dinâmica e efetiva, proporcionando a reflexão e a (re)criação de conceitos matemáticos que estão sendo discutidos; o professor tem condições de analisar e compreender o desenvolvimento do raciocínio do aluno e de dinamizar a relação ensino e aprendizagem, por meio de questionamentos sobre as jogadas realizadas pelos jogadores.

Com estas considerações delineadas, infere-se que, ao propor um jogo a seus alunos, o professor deve estabelecer e deixar muito claro seus objetivos para o jogo escolhido, bem como verificar a adequação da metodologia que deseja utilizar à faixa etária com que trabalha, e que

este jogo represente uma atividade desafiadora aos alunos para que o processo de aprendizagem seja desencadeado. Em outras palavras, o professor deve tê-lo jogado anteriormente para que conheça o jogo selecionado, o que permitirá realizar intervenções pedagógicas adequadas no momento da aplicação em sala de aula.

Além disso, o professor deve estar consciente de que o inesperado (CARAÇA, 2000) e situações previsíveis poderão ocorrer em classe com seus alunos, estando atento para poder aproveitá-las da melhor maneira possível, explorando novas possibilidades do jogo com seus alunos, antes não imaginadas, contribuindo para a construção da autonomia, criticidade, criatividade, responsabilidade e cooperação entre os participantes.

3.1.1 Criatividade e imaginação

Considerando o processo de criação e construção de jogos computacionais por alunos, muitos aspectos devem ser levados em consideração e, dentre eles, uma das características fundamentais é a criatividade que pode ser observada nos momentos de idealização (planejamento) e execução do projeto, elaboração das regras e avaliação do jogo construído. Não queremos invalidar, com isso, a criatividade também existente durante o processo de criação de estratégias durante a utilização de jogos matemáticos.

Criatividade não apenas vista no sentido exato da palavra como a criação de uma obra de arte, por exemplo, mas no sentido de um ser humano inovador, ligado à realidade social e cultural, capaz de envolver-se em situações cotidianas, tendo condições de propor soluções para novos problemas, de analisar, criticar, reformular o conhecimento já existente e de realizar ações eficazes para resolvê-los.

Nessa perspectiva, D'Ambrósio (1990) aborda o termo criatividade numa visão holística do conceito, ou seja, o “conceito de criatividade indiscutivelmente projeta o homem no Criador” (p.40).

Nesse mesmo sentido, Torrance apud Grando (1995) ao analisar pesquisas sobre forças que inibem o poder criativo na sociedade, assinala que “nas escolas em que a atmosfera é de austeridade e ausência de brinquedo, é mínima a evidência do uso de habilidades de pensamento criativo no aprendizado” (p.73).

Mais uma vez, constatamos a necessidade de se proporcionar aos alunos ambientes de aprendizagens nos quais possam representar uma idéia, expor seus conhecimentos e reorganizá-los e/ou reformulá-los diante das dificuldades que se fazem presentes, elaborando ou (re)formulando conceitos.

Lanner de Moura (1995) defende que, quando a criança cria um símbolo ou uma palavra e com esta representa um pensamento ou uma ação, a imaginação, além da afetividade e do emocional, também se faz presente. E, ao discorrer sobre imaginação, a autora tece a seguinte consideração: “A imaginação é a base de toda a atividade criadora, aquela que possibilita a criação artística, científica e técnica. Neste sentido, tudo o que nos rodeia e que não é natureza é fruto da imaginação humana” (p.22). Também afirma que “a imaginação tem um papel importante no desenvolvimento da criança, de forma a ampliar sua capacidade humana de projetar suas experiências, de poder conceber o relato e experiências dos outros” (p.23).

Vygotsky (1998) define imaginação como “um processo psicológico novo para a criança; representa uma forma especificamente humana de atividade consciente, não está presente na consciência de crianças muito pequenas e está totalmente ausente em animais” (p.122).

Mediante estas considerações, podemos inferir que, no jogo, a criança tem liberdade para criar, imaginar e até mesmo fazer abstrações, o que será relevante para sua aprendizagem. Assim, faz-se necessário que as escolas proporcionem situações que dêem importância ao processo imaginativo da criança favorecendo a constituição do pensamento abstrato.

3.1.2 Interação

Um outro aspecto que é próprio da natureza do jogo é o seu caráter social que possibilita à criança expor suas idéias e analisar pontos de vista dos outros colegas, refletir sobre as jogadas realizadas pelo grupo e as do adversário e tomar decisões sobre qual melhor jogada deve realizar, isto é, propicia e estimula as atividades mentais e a capacidade de cooperação e interação do aluno, que, se for o caso, pode deixar de ser egocêntrico e entender que a opinião do outro pode ser melhor que a própria ou que juntos podem encontrar soluções mais interessantes. Esse fato contribui para que o aluno compreenda que, em seu futuro profissional, a interação e troca de idéias serão relevantes para poder bem desempenhar seu papel na sociedade.

Nesse sentido, segundo as próprias palavras de Winnicott (1975), “o jogo é apenas uma preparação para o trabalho” (p.132), um contexto no qual o sujeito pode dividir alegrias de vitórias e frustrações das derrotas, havendo ainda, a possibilidade de construção de valores sociais e morais.

Mediante as reflexões desenvolvidas, constatamos que o jogo é um instrumento poderoso no trabalho com crianças e adolescentes no contexto escolar, como um desencadeador ou aplicador de conceitos, uma experiência criativa intensa, um elemento enriquecedor do universo de conhecimento do aluno, assim como no âmbito terapêutico, em que é instrumento de análise dos processos de crescimento/desenvolvimento da criança e do adolescente, atuando também na análise de seus bloqueios (WINNICOTT, 1975).

3.1.3 O aspecto lúdico no trabalho com jogos no ensino de Matemática

... a música é essencialmente um jogo, um contato válido dentro de certos limites definidos, que não tem nenhuma finalidade útil que não seja dar prazer, relaxamento, e uma elevação do espírito.

Johan Huizinga

Conforme as palavras de Huizinga, a música pode ser considerada um jogo, pois se assenta na aceitação voluntária e na aplicação de regras convencionais como ritmo, tonalidade, melodia, harmonia, seguindo a civilização na qual é criada.

Ao jogar, a criança representa elementos presentes em sua cultura, como ser um príncipe, papai, cavaleiro, bruxo, médico..... Esta representação lúdica é vivida intensamente e lhe dá prazer ou desprazer. Apesar do intenso envolvimento, a criança não perde a noção da realidade em que vive. Neste processo, a imaginação se faz presente (HUIZINGA, 2000).

Para Caillois (1994), atividade lúdica é entendida como “o prazer que se sente com a resolução de uma dificuldade tão propriamente criada e tão arbitrariamente definida, que o fato de a solucionar tem apenas a vantagem da satisfação íntima de o ter conseguido” (p.50). Seguramente, esta definição de Caillois aproxima-se de nossa concepção de resolução de problema, expressa no Capítulo I.

Segundo Grando (2000), a inserção do jogo no contexto de ensino de Matemática, representa

uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites, na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar (p.32).

No entanto, ressaltamos que o trabalho com jogos deve ser desencadeador, mediador ou aplicador-fixador (MOURA, 1992) do trabalho de desenvolvimento de conceitos, levando o sujeito a pensar sobre os conteúdos ou conceitos matemáticos por meio dos jogos e da resolução de problema, pois, no jogo em si, não está envolvida a idéia de desenvolvimento conceitual. Isso ocorre porque o conceito não tem somente operacionalidade, mas também operacionalidade de linguagem que é própria da linguagem formal matemática. Essa é uma linguagem especializada frente à linguagem natural da criança. Muitas vezes, o jogo não abrange a construção do conceito em sua completude. Seguramente, ele auxilia sim na operacionalidade do conceito, servindo como auxiliar didático para se chegar à formalização daquele.

Diante desta perspectiva, definimos situação lúdica como a atividade na qual o sujeito perpassa por momentos de tensão criativa e alegria, que o levam a um sucesso praticamente imediato, proporcionando satisfação e prazer dotados de um fim em si mesmo. Esta definição pode ser sistematizada por:

$$\text{Lúdico} = \text{tensão criativa} + \text{sucesso imediato} + \text{prazer}$$

3.2 Jogos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática: uma perspectiva para a resolução de problema

Os jogos proporcionam situações nas quais a atividade de investigação se parece muito a das pessoas que tratam de resolver um problema de matemática.

Bouvier apud Fernando Corbalán

Atualmente, percebe-se que, no país e no exterior, diversas instituições de ensino, por meio de pesquisas, procuram elaborar metodologias de ensino de Matemática diversificadas e que procurem levar o sujeito a pensar, questionar e se arriscar a propor soluções para problemas da vida.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN's, 1998), do Ministério de Educação e Cultura (MEC), em relação à inserção de jogos no ensino de Matemática, pontuam que estes

constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução de problemas e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações [...] (p. 46).

Apesar de os PCN's orientarem para a utilização de jogos no ensino de Matemática, não orientam em relação a como deve ser encaminhado o trabalho pedagógico após "o jogo pelo jogo". Fica a sensação de que o jogo por si mesmo estará trabalhando análises, desencadeamentos ou formalizações de conceitos matemáticos.

Os jogos têm suas vantagens no ensino da Matemática desde que o professor tenha objetivos claros do que pretende atingir com a atividade proposta. Não concordamos com o fato de que o jogo, propiciando simulação de problemas, exija soluções imediatas, como defendem os PCN's. Entendemos que as situações vivenciadas durante a partida levam o jogador a planejar as próximas jogadas para que tenha um melhor aproveitamento. Ressaltamos que isso só ocorrerá se houver intervenções pedagógicas por parte do professor.

Em relação à intervenção pedagógica com jogos nas aulas de Matemática, Grando (2000) propõe sete momentos distintos: familiarização com o material do jogo, reconhecimento das regras, jogar para garantir regras, intervenção pedagógica verbal, registro do jogo, intervenção escrita e jogar com competência.

No momento de familiarização com o material do jogo, os alunos entram em contato com o material, construindo-o ou experimentando-o mediante simulações de possíveis jogadas. É comum o estabelecimento de analogias com os jogos já conhecidos por eles. O reconhecimento das regras do jogo pelos alunos pode ocorrer mediante a explicação do professor, a leitura pelos alunos ou pela identificação a partir de várias jogadas entre o professor e um dos alunos, que aprendeu anteriormente o jogo. Os outros alunos tentam perceber as regularidades nas jogadas e identificar as regras.

O jogar para garantir regras é o momento do "jogo pelo jogo", momento do jogo espontâneo e de exploração de noções matemáticas contidas no jogo. Concomitantemente a este momento, o professor pode intervir verbalmente nas jogadas por meio de questionamentos e observações, a fim de provocar os alunos para analisar suas jogadas. Trata-se de atentar para os procedimentos de resolução de problema de jogo dos alunos, relacionando-os à formalização matemática.

O registro do jogo pode acontecer dependendo de sua natureza e dos objetivos que se têm com o registro. O registro dos pontos ou dos procedimentos realizados ou dos cálculos utilizados pode ser considerado uma forma de sistematização e formalização por meio de uma linguagem própria: a linguagem matemática. É importante que o professor crie intervenções que gerem a necessidade do registro escrito do jogo, havendo um sentido para este registro e não mera exigência.

No momento de intervenção escrita, Grando (2000) propõe que o professor e/ou os alunos elaborem situações-problema sobre o jogo para que os próprios alunos resolvam. A resolução dos problemas de jogo propicia uma análise mais específica sobre o mesmo, na qual os problemas abordam diferentes aspectos que podem não ter ocorrido durante as partidas. O registro do jogo também se faz presente nesse momento.

Como último momento do trabalho pedagógico com jogos, Grando (2000) propõe o jogar com competência, o retorno à situação real de jogo. É importante que o aluno retorne à ação do jogo para que execute estratégias definidas e analisadas durante a resolução dos problemas.

Durante todo este processo, percebemos uma atmosfera de criatividade, ludicidade e interação entre os jogadores.

Uma boa forma de estudar a Matemática, por muitos considerada uma disciplina sisuda e abstrata, fato que se dá pelo modo como foi apresentada ao longo dos séculos, é por meio da exploração de conceitos de maneira lúdica, de forma que o prazer, a criatividade e a satisfação pessoal estejam presentes no processo de resolução de problema.

Pode-se garantir esta satisfação mediante a utilização de jogos no ensino de Matemática, não no sentido do prazer do novo, de consumir jogos, mas pelo prazer de ser ativo, pensante, questionador e reflexivo no processo de aprender. Como Corbalán (1994) citando Alsina, menciona:

Ensinar e aprender Matemática pode e deve ser uma experiência feliz. Curiosamente quase nunca se cita a felicidade dentro dos objetivos educativos, mas é bastante evidente que só poderemos falar de um trabalho docente bem feito quando todos alcançarmos um grau de felicidade satisfatório (p.14) (Traduzido da língua espanhola pela da pesquisadora).

Frente a tal afirmação, infere-se que o ensino de Matemática pode ser realizado dentro de um ambiente divertido e sério, no qual a criação passa a ser um componente de esforço e auto-desafio, possibilitando a construção e reelaboração do conhecimento.

Nessa perspectiva, o jogo representa uma situação-dilemática que se traduz sob a forma de um problema, uma vez que o sujeito é desafiado a elaborar estratégias, testá-las e confirmá-las ou reformulá-las. Nesse movimento, o jogador percorre o caminho da problematização, visando vencer o jogo, resolvendo o problema.

Assim, entendemos que aliar jogos – manipulativos ou computacionais – ao processo de resolução de problema no ensino da Matemática proporciona um ambiente de aprendizagem em que há a exploração do conceito mediante a estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciado pelo aluno. Este pode questionar e ousar propor soluções aos problemas encontrados em um clima de investigação, onde a construção de estratégias e de conhecimentos matemáticos, de forma lúdica, estejam em evidência.

Moura (1992) afirma que tanto o jogo quanto o problema podem ser vistos, no processo educacional, como introdutores ou desencadeadores de conceitos, ou como verificadores/aplicadores de conceitos já desenvolvidos e formalizados, além de estabelecer uma relação entre jogo e problema ao postular que

o jogo tem fortes componentes da resolução de problemas na medida em que jogar envolve uma atitude psicológica do sujeito que, ao se predispor para isso, coloca em movimento estruturas do pensamento que lhe permitem participar do jogo. [...] O jogo, no sentido psicológico, desestrutura o sujeito que parte em busca de estratégias que o levem a participar dele. Podemos definir jogo como um problema em movimento. Problema que envolve a atitude pessoal de querer jogar tal qual o resolvidor de problema que só os tem quando estes lhes exigem busca de instrumentos novos de pensamento (p.53).

Concordamos com o autor, no sentido de que, no contexto educacional de Matemática, o jogo é desencadeador de desafios, desestruturando o sujeito e possibilitando a este desenvolver a postura de analisar situações e criar estratégias próprias de resolução de problema ao exigir a busca de movimentos novos de pensamento. Além disso, o jogo propicia o desenvolvimento de habilidades como análise de possibilidades, tomada de decisão, trabalho em grupo, saber ganhar e saber perder.

Consideramos que a essência do jogar centra-se em elaborar movimentos de pensamento nos momentos de resolução de problema no decorrer das jogadas ou da construção de jogos manipulativos ou computacionais. Esses momentos, segundo Caraça (2000), são desencadeamento do inesperado, do dilema e do problema.

Ao se propor a realização de jogos diversos, em sala de aula de Matemática, possibilita-se que o aluno conheça distintos processos de resolução de problema, chegando a constatar que a utilização de determinado processo em detrimento de outro depende da situação e do momento vivido. Assim, a intervenção pedagógica intencional que deve ser feita é necessária para que haja a construção e formalização de conceitos explorados no contexto educacional. Além disso, os jogos são recursos com os quais a criança pode produzir e compreender textos, significados e situações escolares e cotidianas, além de criar estratégias para resolver a situação-problema enfrentada para atingir seu objetivo (ganhar o jogo).

Na prática pedagógica com jogos, a construção e aquisição de conhecimentos por parte dos alunos acontece de forma mais lenta, pois estes necessitam de tempo para se familiarizar, aprofundar e analisar o jogo. Dos professores, exige maior dedicação na preparação de materiais, atentando para as diferentes fases do jogo e suas possibilidades, sendo ele o mediador da construção do conhecimento pelos alunos, proporcionando a estes ambientes de aprendizagem nos quais possam criar, ousar, comprovar.

No jogo, elementos da resolução de problema envolvidos na situação-dilemática se fazem presentes, colocando os jogadores frente a situações de impacto nas quais sentem a necessidade e o desejo pessoal de vencer o jogo ou, do resolvidor de problemas, a necessidade de solucioná-lo, sendo desafiado a elaborar novos processos de pensamento em cada jogada.

3.3 Classificação dos jogos

Traçando reflexões sobre a classificação dos jogos, Corbalán (1994) classifica-os, no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, em dois aspectos fundamentais: os **jogos de conhecimento**, que apresentam relação com conceitos matemáticos, tornando a Matemática mais atraente e descontraída, e que podem ser divididos em três categorias: jogos numéricos, jogos geométricos e jogos probabilísticos; e os **jogos de estratégias**, que exigem procedimentos para procurar ganhar o jogo sempre e estão diretamente relacionados à resolução de problemas e modos de pensamento matemático. Além disso, o autor afirma que os jogos podem ser reclassificados em **pré-instrucionais, co-instrucionais e pós-instrucionais**, segundo a utilização dos mesmos pelo professor.

O autor define esta re-classificação dos jogos, respectivamente, como: jogos considerados disparadores de conceitos, utilizados anteriormente ao trabalho de desenvolvimento e formalização de conceitos; jogos explorados à medida que um conceito novo vai sendo discutido, favorecendo sua compreensão; e jogos utilizados para aplicar, reforçar, relembrar ou aprofundar conceitos já trabalhados.

Constatamos certa proximidade de concepções entre Corbalán (1994) e Moura (1992). Este último identifica a utilização de jogos no ensino de Matemática em dois momentos distintos: como **desencadeadores da aprendizagem**, pois os conceitos matemáticos envolvidos na situação de jogo surgem na forma de problemas levando o aluno a refletir sobre a situação posta e a buscar caminhos para sua solução, e como **aplicador-fixador** de conceitos, ou seja, momento em que o jogo é utilizado para fixar conceitos já trabalhados, sendo um verificador da aprendizagem, mas não como um instrumento que desenvolve conceitos matemáticos até sua completa formalização.

Na pesquisa nacional, podemos citar o trabalho de Moura (1992), que utilizou o jogo como disparador para o trabalho com conceito de número; de Lanner de Moura (1995), para desencadear o trabalho com medida; de Grando (2000), para as relações numéricas e algébricas do número; de Marco (1998), para desencadear o trabalho com números inteiros e frações equivalentes.

Em nossa pesquisa, podemos considerar que os jogos utilizados podem ser classificados, segundo Corbalán (1994), como jogos de conhecimento, jogos pré-instrucionais e pós-instrucionais.

Poderíamos considerar ainda que, em nossa pesquisa, o jogo não foi utilizado como desencadeador de conceitos e sim como um revelador do conhecimento matemático formal e do pensamento teórico que os alunos construíram até então.

Finalizamos este capítulo com o entendimento de que a utilização de jogos no ensino de Matemática, quando intencionalmente definidos, pode promover um contexto estimulador e desafiante para o movimento de formação do pensamento do ser humano, de sua capacidade de cooperação e um auxiliar didático na construção de conceitos matemáticos. Entendemos que o jogo é um facilitador da aprendizagem, pois mobiliza a dimensão lúdica para a resolução de problema, disponibilizando o aluno a aprender, mesmo que a formalização do conceito seja *a posteriori* ao jogo.

Além disso, o jogo pode estimular a concentração, possibilitando o desenvolvimento de habilidades pessoais como exploração, investigação de um contexto, análise, comparação, interpretação, previsão, síntese e tomada de decisão - elementos essenciais para o resolvido de problemas.

CAPÍTULO IV

TECNOLOGIA E JOGOS COMPUTACIONAIS

Mediante reflexões processadas pela leitura da literatura sobre educação e sociedade, notamos rápidas e constantes mudanças acontecendo, evidenciando a necessidade de indivíduos dispostos a aprender e adaptar-se a novos processos, capazes de formular e resolver, habilmente, problemas existentes nas mais variadas situações diárias de trabalho. Em outras palavras, a sociedade necessita de “indivíduos que pensem de uma forma flexível, crítica, eficaz e criativa”. (LOPES, 1996, p.7).

Pesquisadores como Papert (1994), Valente (1998), Miskulin (1999), Oliveira et al. (2001), dentre outros, já mostraram a importância da tecnologia no contexto educacional, indicando que a Educação tem função social e socializadora, isto é, deve proporcionar aos indivíduos acesso aos saberes e formas culturais inerentes ao contexto social a que pertencem, promovendo desenvolvimento e aprendizagem.

Diante dessa situação, a introdução de computadores no contexto educacional torna-se importante por possibilitar despertar e desenvolver nos alunos uma nova visão de acesso à informação para a construção de seu conhecimento, utilizando ambientes computacionais nos quais possam fazer antecipações, simulações, conjecturas, experimentações e criar soluções para necessidades encontradas.

Nessa perspectiva, como é possível utilizar o computador nas escolas para se ter um ensino condizente com a sociedade atual? Estando os alunos acostumados a brincar com videogames e outros recursos eletrônicos, por que não utilizar os jogos computacionais como recursos pedagógicos nos quais possam criar e recriar processos de resolução de problema?

A imersão em ambientes virtuais, como jogos computacionais, permite ao aluno escolher seus próprios caminhos e interagir com outros espaços, o que nem sempre é possibilitado na escola. A utilização das novas tecnologias, em especial de computadores na Educação, pode favorecer a verificação de hipóteses e conjecturas levantadas pelos alunos de maneira mais dinâmica.

Na obra *Logo: Computadores e Educação* (1985), Papert discute a necessidade de ultrapassar a discussão sobre o que é Matemática e adentrar em uma nova perspectiva do processo de ensino e aprendizagem. Enfatiza ainda que, em programas de computador, os alunos envolvem-se e dedicam-se mais em descobrir como resolver problemas do que simplesmente resolver um problema convencional. Assim, perguntam ao professor ou aos colegas, procuram em livros, criam procedimentos, estabelecem analogias com situações já vivenciadas e recorrem à tentativa e erro.

Seguramente, esta melhor relação com a Matemática pode ocorrer mediante a utilização de jogos manipulativos e computacionais, refletindo sobre seu aspecto pedagógico. Uma forma de valorizar esse aspecto é fazer com que, após uma jogada que não deu certo, o aluno reflita sobre o processo utilizado e tome consciência deste, buscando novos processos e investigando os conceitos envolvidos.

4.1 Jogos “educativos” computacionais

Os jogos educativos computacionais são programas desenvolvidos para lazer e diversão, mas também podem ser utilizados com finalidade educacional por trazerem implícitos aspectos pedagógicos que ajudarão o aluno a construir ou (re)elaborar conhecimentos, além de ser um convite ao desafio, à fantasia e à curiosidade. No entanto, só terão função pedagógica se o professor traçar objetivos para melhor explorá-los em aula.

Para Papert (1994), o computador é a máquina das crianças; assim, a combinação de computador e jogo surge como proposta de um meio alternativo para o processo educativo, pois aí se associam duas fontes lúdicas onde teremos, como ponto de fusão, os jogos educativos computacionais.

Em julho de 2001, o Príncipe Charles da Inglaterra, fez algumas críticas aos jogos computacionais, alegando a necessidade de se investir em livros para que as crianças saíssem da frente do computador. Assim, o governo britânico encomendou uma pesquisa que foi financiada pelo Economic and Social Research Council (Conselho de Pesquisas Sociais e Econômicas - ESRC) e divulgada pelo jornal *The Sunday Times*, do mesmo ano.

Tal pesquisa foi realizada com crianças e adolescentes que passam em média dezoito horas por semana jogando. Foram aplicados questionários e testes psicológicos e concluiu-se que

os jogos computacionais vêm dando aos jovens britânicos um nível de coordenação e poder de concentração equivalentes àqueles observados em atletas de alto nível.

Uma outra pesquisa, coordenada por um psicólogo especialista em jogos computacionais, Mark Griffiths, concluiu que crianças que jogam moderadamente tendem a fazer mais amigos, praticar esporte e ler mais. Entretanto, nessa pesquisa ficou constatado que crianças que usam o computador excessivamente tendem a desenvolver problemas de personalidade, deixando de fazer amigos, exceto aqueles que conhecem pela Internet, o que não garante sua socialização¹¹.

Podemos encontrar no mercado nacional e internacional uma gama de softwares apresentados como educativos destinados às crianças do ensino infantil e fundamental. No entanto, se realizarmos uma análise crítica, esse número de softwares reduzirá significativamente¹² (OLIVEIRA, 2001). Em sua maior parte, são jogos que levam pais a “acreditarem numa relação positiva entre o uso do computador e o sucesso escolar de seus filhos” e que “investem nesse tipo de produto que na maior parte dos casos, em nada, ou em quase nada, favorece o desenvolvimento cognitivo das crianças” (OLIVEIRA, 2001, p.88).

Nesse sentido, concordamos com Grando (2000) quando se refere ao fato de que um jogo por si só, não tem objetivos educacionais, cabendo ao professor traçar objetivos e planejar ações de intervenções que propiciem a exploração de um jogo ou de um software de modo que conceitos matemáticos possam ser discutidos.

No Brasil, a pesquisa no campo de jogos computacionais, bem como sua produção ainda encontra-se em fase inicial. Battaiola (2001) aponta algumas iniciativas acadêmicas e empresariais neste sentido, como a do Departamento de Informática da Universidade Federal de Pernambuco, onde está em desenvolvimento o jogo denominado Guararapes, que retrata a Batalha de Guararapes ocorrida perto de Recife. Na Universidade Federal de São Carlos, no Departamento de Computação, está em andamento um projeto interdisciplinar em Educação a Distância que utilizará jogos computacionais para sintetizar um ambiente lúdico de aprendizagem. Além dessas iniciativas, outras derivam do âmbito empresarial que, continuamente, lança seus produtos no mercado de consumo; porém estes jogos pouco ou nada têm de educativo, pelo fato de não serem desenvolvidos para esta finalidade (BATTAIOLA, 2001).

¹¹ As informações sobre estas duas pesquisas foram capturadas em 01/12/2001, no site <http://br.games.yahoo.com/news/magnet.html?s=brgames/news/magnet/games-ajustam-socialmente.html>.

¹² Estima-se que apenas 20% dos softwares produzidos são educativos (Battaiola, 2001).

A maioria dos jogos existentes no mercado, atualmente, apesar de terem alto custo para sua aquisição e serem chamados “educativos”, não apresentam tal preocupação, incentivando, muitas vezes, a violência.

Em outubro de 2002, foi realizado o 1º Workshop Brasileiro de Jogos e Entretenimento Digital (WJogos 2002), em Fortaleza, apoiado pela Sociedade Brasileira de Computação¹³, fazendo parte do 15th Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing (SIBGRAP¹⁴).

O evento teve como objetivos centrais posicionar a área como um campo de pesquisa no Brasil e constituir um canal de comunicação entre os autores na área. Neste evento pioneiro, as atividades ocuparam apenas um dia, com palestras, artigos, mesas redondas e a apresentação de posters selecionados¹⁵. Os trabalhos foram agrupados em oito grandes áreas: Artes e Design; Computação Gráfica em Jogos; Conexão e Multijogadores; Desenvolvimento, Produção e Mercado; Jogos e Educação; Inteligência Artificial em Jogos; Multimídia e Áudio; TV e Cinema Interativo. Esta iniciativa representa certa preocupação dos programadores de softwares em relação aos jogos computacionais educacionais.

Para a discussão sobre jogos computacionais, buscamos em Battaiola (2001) a classificação de tais jogos. O autor os categoriza em oito grandes grupos:

1. Estratégias: os jogos de estratégias são projetados com o objetivo de levar o usuário a tomar decisões de grande relevância para a situação de jogo. A este grupo pertencem os considerados jogos de planejamento de cidades (SimCity¹⁶, SimCity3000¹⁷ e Colonization¹⁸), jogos de guerra (WarCraft¹⁹) e outros que tenham como objetivo análise crítica e desafio intelectual. Tais jogos possuem bases de dados extensas, possuindo uma lógica operacional complexa. No entanto, não é preciso haver interação em tempo real, ou seja, a qualquer momento o indivíduo pode jogar e salvar seus novos dados/construções.

2. Simuladores: esses têm como objetivo inserir o indivíduo no ambiente proposto. Possuem âmbito tático, abrangendo os simuladores de carro e avião. Ao contrário dos jogos de

¹³ <http://www.sbc.org.br>

¹⁴ <http://sbc.org.br/sibgrapi>

¹⁵ Neste Workshop participamos com o pôster **Jogos computacionais: uma alternativa para as aulas de Matemática**, no qual discutimos a utilização de jogos computacionais no ensino da Matemática.

¹⁶ <http://simcity.ea.com>

¹⁷ <http://www.simcity-3000.de>

¹⁸ <http://www.icb.ufmg.br/~lbcd/prodabi3/integrantes/mestre>

¹⁹ <http://pwp.netcabo.pt/influenza/warcraft.htm> e http://www.ebonet.net/canais/jogos/ver.cfm?m_id=9919

estratégias, há aqui a necessidade de interação em tempo real. A prática de simulações impõe ao experimentador a necessidade de explicitar e justificar suas escolhas, assim como verificar todas suas relações de causa e efeito, ou seja, suas possíveis consequências. O jogo Outlive²⁰ além de ser um jogo de estratégia é também um simulador, no qual o jogador deve gerenciar sua base e construir tropas para atacar seus adversários. Outros exemplos de jogos de simulação são o Myst²¹ e os da série Sim: SimCity, SimEarth, SimLife, SimFarm.

3. Aventura: nesse grupo, o objetivo é solucionar desafios implícitos no jogo para que sejam ultrapassadas as fases existentes e se chegue ao final. Tais jogos combinam raciocínio e reflexo, enfocando resolução de problemas. Jogos que integram este grupo são os de detetive e os derivados de filmes de ação, como por exemplo, Where in the World is Carmen Sandiego? e Where in the USA is Carmen Sandiego?. Outros exemplos são A montanha do tesouro, A nova aritmética da Emília e SuperGênios – NumerAmigos²².

4. Infantil: o objetivo central deste grupo de jogos é divertir as crianças. A prioridade centra-se no aspecto visual e na facilidade de interação. A trama do jogo segue como uma história em série. Exemplos para este grupo são Gustavinho e Jump Start Baby²³.

5. Passatempo: como o próprio nome indica, estes são jogos cujo objetivo é o entretenimento pessoal atingindo a maior pontuação possível. Como exemplo, podemos citar os jogos de carta Paciência e FreeCell²⁴.

6. RPG²⁵: A sigla RPG - Role Play Game - significa "Jogo de Representação" e surgiu nos EUA em 1974, espalhando-se pelo mundo muito rapidamente. De uma sessão de RPG participam o mestre e os jogadores; a função do mestre é apresentar ao grupo de jogadores uma história, uma aventura, que contenha enigmas, charadas, situações que exigirão escolhas por parte dos jogadores. Esses, por sua vez, controlam personagens que viverão a aventura, discutindo entre si as escolhas que farão e as soluções que darão aos enigmas que surgirem. No RPG, o jogador não é um mero espectador, mas um participante ativo que, como um ator, representa um papel e, como um roteirista, escolhe caminhos e toma decisões nem sempre previstas pelo mestre, contribuindo para a recriação da aventura. A base do RPG é a criatividade. Ao preparar uma

²⁰ <http://www.continuum.com.br>

²¹ <http://www.myst.com.br>

²² Estes três jogos são comercializados pela DIVERTIRE: www.divertire.com.br.

²³ http://www.epinions.com/content_15549828740

²⁴ Ambos pertencentes ao pacote comercializado pela Microsoft Office.

²⁵ As informações sobre RPG foram retiradas do site: http://www.alfmarc.psc.br/Edu_oque.htm

aventura, o mestre pode basear-se em aventuras já prontas ou criar novas, usando sua imaginação e pesquisas em livros de ficção, filmes, peças de teatro. O jogador elabora seu personagem através de regras adequadas ao tipo de aventura a ser vivida e dirige suas ações durante o jogo. O RPG não é competitivo, ou seja, a diversão não está em vencer ou derrotar os outros jogadores, mas em utilizar a inteligência e a imaginação para, em cooperação com os demais participantes, buscar alternativas que permitam encontrar as melhores respostas para as situações propostas pela aventura. É um exercício de diálogo, de decisão em grupo, de consenso.

7. Esporte: esses programas apresentam simulações de várias categorias esportivas: futebol, vôlei, basquete, tênis, boxe... O jogador tem como função comandar times inteiros; para tanto, tais programas têm interfaces 3D.

8. Educação/Treinamento: este grupo diferencia-se dos demais pelo seu caráter pedagógico e pode focar características de qualquer outro jogo descrito anteriormente. Um jogo de simulação pode envolver a construção de uma cidade, como os da série SimCity, por exemplo, e tornar-se um jogo propício à exploração de conceitos matemáticos como área, perímetro, estimativa..., e/ou geográficos como planície, planalto, usinas hidrelétricas e termelétricas, entre outros.

O software The Games Factory²⁶, utilizado nesta pesquisa, foi programado e projetado por François Lionet & Yves Lamoureux em 1996 e pode ser classificado como um software de autoria.

Softwares de autoria permitem a montagem de cenários e programas específicos pelo usuário, tanto programas destinados à utilização independente da rede quanto aqueles que prescindem da Internet como ambiente de trabalho. Nestes ambientes, o usuário pode atribuir características e significados próprios ao programa. Estes softwares podem incorporar recursos como texto, som e imagem e sua eficiência está diretamente relacionada à interatividade que oferece (PAULA, 2000).

Os softwares de autoria mais comuns são o Toolbook da Asymetrix²⁷, os da Macromedia²⁸ como o Director²⁹ e o Authorware³⁰. No Brasil aparecem alguns desenvolvimentos

²⁶ <http://superdownloads.ubbi.com.br/download/i18254.html?dl.meauth>

²⁷ <http://www.asymetrix.com/en/toolbook/index.asp>

²⁸ <http://www.macromedia.com>

²⁹ <http://www.macromedia.com/software/director>

³⁰ <http://www.macromedia.com/software/authorware>

como o Visual Class³¹ e o Everest³², menos sofisticados, mas muito mais baratos. Um outro exemplo de software de autoria que podemos citar é o PowerPoint³³ (PAULA, 2000) e o Hyperstudio³⁴.

Um dos motivos pelos quais escolhemos o software The Games Factory para ser utilizado nesta pesquisa, decorreu do fato dele não requerer do usuário experiência em programação como Java, C++ ou outra linguagem. Um outro motivo foi a existência deste software como parte integrante do repertório de softwares da escola onde a pesquisa foi realizada. Esse software não é de domínio público, mas é um ambiente propício à criação de jogos de fácil utilização por qualquer usuário.

O software The Games Factory apresenta animação gráfica e som, funções multimídia, bibliotecas de gráficos contendo personagens e telas de fundo já prontas para a composição dos jogos. Há também a possibilidade de o usuário criar seus próprios personagens animados, telas de fundo e até mesmo gravar os efeitos sonoros, criando um jogo totalmente único.

4.2 Composição do jogo computacional

Segundo Battaiola (2001), um jogo computacional deve ter enredo, motor e interface interativa. Entende-se por enredo o tema e os objetivos do jogo que o jogador deverá alcançar. Ao definir o tema e os objetivos, o criador do jogo deverá lançar mão de sua criatividade e de pesquisas sobre o assunto que deseja trabalhar. Por motor, entendem-se os mecanismos que controlam as situações a serem apresentadas no jogo mediante a ação executada pelo jogador. Assim sendo, está presente neste item a escolha da plataforma computacional sobre a qual o jogo será construído, o The Games Factory – Fábrica de Jogos.

A interface interativa envolve aspectos técnicos, criativos e cognitivos. Seu objetivo é atrair e manter o interesse e persistência do jogador oferecendo-lhe prazer e satisfação bem como o grau de realismo do jogo e seu grau de interatividade – um dos principais atrativos dos jogos computacionais –, valoriza a apresentação do jogo, possibilita a construção, representação e apropriação de novos conhecimentos, conceitos e/ou habilidades de resolução de problemas.

³¹ <http://www.visualclass.com.br>

³² <http://www.complex.com.br>

³³ <http://office.microsoft.com>

³⁴ <http://www.hyperstudio.com>

Acreditamos que a interface interativa do jogo computacional pode ser relacionada com a situação-dilemática, quando esta última traz implícita a existência da necessidade que o aluno sente de resolver o problema ou vencer o jogo, juntamente com a manifestação da hesitação e da dúvida frente à escolha de possibilidades de solução.

4.3 Softwares utilizados no contexto educacional

Os diversos tipos de softwares utilizados no contexto educacional podem ser classificados nas seguintes categorias: Repetição e Prática, Sistemas Tutoriais, Simulação, Softwares de Resolução de Problemas, Software de Ferramenta (aplicativos), Programação e Sistemas Integrados de Ensino (MISKULIN, 1999). Abaixo especificamos cada um deles:

1. Repetição e Prática: esses softwares enfatizam a apresentação de exercícios que são gerados ou repetidos, exigindo do aluno o saber fazer. O assunto a ser estudado é dividido em blocos de conceitos ou de habilidades específicas. Como exemplos deste tipo de softwares, podemos citar Math Blaster³⁵ e Operação Netuno³⁶.

2. Sistemas Tutoriais: esse tipo de software se caracteriza por transmitir informações como se fossem tutores ou professores para o aluno. A informação está organizada previamente e o computador assume o papel de uma máquina de ensinar. Como exemplo dessa categoria temos um ambiente desenvolvido pela Universidade de São Paulo (USP), em São Carlos, o Tegram (MISKULIN, 1999).

3. Simulação: Para que um fenômeno possa ser simulado no computador, é preciso que exista a representação ou modelo desse fenômeno ou de um objeto. Miskulin (1999) recorre a Maddux et al (1996) para esclarecer que as simulações computacionais possuem longa história, pois já no século XVII eram usadas para simular batalhas entre forças contrárias em jogos de guerra.

Entre os softwares de simulação existentes, Miskulin (1999) cita os da série Sim: SimCity, SimEarth, SimLife, SimFarm, muito utilizados em escolas americanas a partir de 1975. Softwares como Where in the world is Carmen Sandiego?, Where in the USA is Carmen

³⁵ Davidson & Associates, Inc. Fabricado por Sonopress Rimo Indústria e Comércio Fonográfica Ltda.

³⁶ Fabricado por The Learning Company, publicado pela BRASOFT (www.brasoft.com.br) e comercializado pela DIVERTIRE (www.divertire.com.br).

Sandiego?, Carmen Sandiego Math Detective, Oregon Trail, MayaQuest, entre outros, também são utilizados em escolas americanas.

Os simuladores representam um convite à imaginação, exigindo dos sujeitos uma coordenação de diferentes pontos de vista, estabelecimento de relações e elaboração de procedimentos de resolução de problemas de jogo. Esses ambientes propiciam ao usuário a utilização de várias estratégias para alcançar o objetivo almejado e resolver o problema investigado.

4. Softwares de Resolução de Problemas: Nesses softwares, segundo Miskulin (1999), o aluno pode manipular variáveis e obter retorno para esta interação. Além disso, este tipo de software, envolve “uma variedade de situações-problema a serem desenvolvidas e incluem experiências relacionadas com discriminação visual e espacial” (MISKULIN, 1999, p.45).

Alguns exemplos desse tipo de software são Geometer's Sketchpad³⁷, Cabri Géomètre³⁸ (que pode ser encontrado nas escolas estaduais), Geometricks³⁹, Authograph⁴⁰, Geometrix⁴¹, dentre outros.

5. Software de Ferramenta (aplicativos): esses softwares, embora não tenham sido desenvolvidos para o contexto educacional, podem propiciar interessantes utilizações em diferentes áreas do conhecimento. Entre eles, citamos os processadores de texto, planilhas eletrônicas, banco de dados, dentre outros. Temos como exemplos desses softwares, o Microsoft Word, Microsoft Excel e o Kid Pix⁴².

6. Linguagem de Programação: Este tipo de software permite que o aluno crie seu protótipo de programa sem precisar possuir conhecimentos avançados em programação. O programa representa a idéia do aprendiz e existe uma correspondência direta entre cada comando e o comportamento do computador. Como exemplo, podemos citar a linguagem computacional Logo⁴³.

7. Sistemas Integrados de Ensino: nesses ambientes, o aluno trabalha segundo seu próprio ritmo. Segundo Miskulin (1999), “esses programas possibilitam um sistema de

³⁷ <http://www.keypress.com/sketchpad>

³⁸ <http://www.cabri.net/cabri/index-e.html>

³⁹ <http://ns.rc.unesp.br/igce/matematica/tricks> ou <http://www.igce.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html>

⁴⁰ <http://www.autograph-math.com>

⁴¹ BREDÁ, A. M. et. al. *Geometrix* - Uma ferramenta de apoio ao ensino de geometria. In: **Anais...** 1.º Simpósio Ibérico de Informática Educativa, 1999.

⁴² <http://www.kidpix.com>

⁴³ <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/pub.php?classe=software>

gerenciamento que descreve resultados tanto individual, como de toda classe” (p.55). Esses softwares incluem pré-teste, pós-teste e uma atividade de reforço, se necessário.

Acreditamos que para escolher o tipo de software a ser utilizado em sala de aula, o educador deve, primeiramente, ter em mente os objetivos que deseja alcançar, explorar o software para melhor conhecê-lo e planejar as atividades que serão propostas aos alunos, pois por mais rico e interessante que seja o software, por si só, não será propício à construção de conhecimentos.

CAPÍTULO V

DO PROBLEMA À CONSTRUÇÃO DE SUA RESOLUÇÃO...

A sutileza do ensino da resolução de problemas matemáticos, reside no equilíbrio do desafio e do sucesso, sem que nenhum deles se sobreponha.

John Mason

O ensino de Matemática, por meio de resolução de problemas, tem sido foco de estudos de natureza epistemológica e psicológica desde a década de 50 do século XX. Tem por finalidade, de modo geral, proporcionar contribuições para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Esses estudos destacam a resolução de problema como estratégia que desafia, propõe autonomia de reflexão, estabelecimento de conexões e estruturação de pensamento dedutivo, ou seja, há uma preocupação comum a esses estudos que se traduz na idéia de possibilitar que as crianças “usem a cabeça” e que entendemos estar subentendido a essa preocupação uma ênfase ao aspecto cognitivo do aluno no processo de resolução de problemas.

Frente a essas considerações, pensamos, além de considerar os aspectos cognitivos, também aqueles que envolvem outras faculdades do aluno no processo de resolução de problemas que dizem respeito ao aspecto emocional como sensações e percepções que podem estar presentes em situações de dilema ao se deparar com o ainda não conhecido. Assim, mediante à **questão de pesquisa que formulamos:** *"Como os movimentos do pensamento matemático de resolução de problema se processam quando alunos do ensino fundamental jogam e criam jogos computacionais?"* pretendemos investigar os movimentos do pensamento do aluno também no momento dilemático da resolução de forma a aprofundar o seu envolvimento com a resolução de problema ao construir jogos computacionais no contexto de sala de aula. Para desenvolver esse enfoque, buscamos a perspectiva de resolução de problema apresentada por Caraça (2000), Moisés (1999) e Kalmykova (1977), porque dá destaque a outros movimentos do pensamento em que o sujeito é envolvido, ou seja, a caracterização do inesperado, da situação-dilemática e da análise e síntese do problema.

Para este estudo, traçamos como **objetivos** investigar as manifestações de pensar matematicamente em processos de resolução de problema na construção de um jogo na versão computacional; interrelacionar essas manifestações em contextos de jogos manipulativos e computacionais; elucidar correlações entre aspectos subjetivos e cognitivos das mesmas.

Nosso propósito em observar como os movimentos de pensamento matemático de resolução de problema se processam quando alunos do ensino fundamental jogam e criam jogos computacionais, aproxima-nos do planejamento de atividades que buscam devolver, ao ensino de Matemática, situações em que os alunos utilizam suas emoções, sensações, hesitações, dúvidas e criatividade, isto é, situações que envolvam os alunos não só do ponto de vista psicológico.

Para atingir os objetivos propostos, foi necessário que planejássemos atividades a serem aplicadas. Assim, aproximamo-nos do que Moura (2002) chama de *atividade orientadora de ensino* e a define como

aquela que se estrutura de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema. É atividade orientadora porque define elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor. Este estabelece os objetivos, define as ações e elege os instrumentos auxiliares de ensino, porém não detém todo o processo, justamente porque aceita que os sujeitos em interação partilhem significados que se modificam diante do objeto de conhecimento em discussão (p.155).

A proposta de construção de jogos computacionais pode ser concebida como atividade orientadora de ensino, pois embora tivéssemos uma intencionalidade quanto à clareza dos objetivos a serem alcançados e estabelecêssemos a dinâmica de ensino possibilitando a interação dos sujeitos, por meio de diálogos, levando-os a um objetivo comum, ainda assim, poderíamos não dominar todo o processo de resolução do problema proposto: construir um jogo de computador.

A elaboração e resolução do problema não dependem apenas da dinâmica orientadora da atividade. Dependem, sobretudo, do envolvimento e da interação dos vários conhecimentos⁴¹ e das diferentes maneiras como o aluno se relaciona com esses conhecimentos que passam a fazer parte do processo de construção do jogo computacional, desde o momento de sua proposição por

⁴¹ Aqui delimitamos a expressão “Conhecimentos” à toda elaboração que o aluno faz ao construir o jogo na mediação com o computador, pois os alunos terão que relacionar o conhecimento escolar que possuem com o software a ser utilizado para a construção dos jogos.

parte da professora-pesquisadora até o encontro com o inesperado e entrada em situação-dilemática por parte dos alunos envolvidos.

Consideramos ainda, nossa proposta como uma atividade de pesquisa porque professora-pesquisadora e alunos podem, a partir de seus conhecimentos individuais e coletivos, analisar os movimentos de pensamento que se apresentam, permitir 'filosofar', ampliar, construir e, até mesmo, modificar seus modos de agir e pensar durante suas elaborações no processo de resolução de problema (MOURA, 2002; LANNER DE MOURA & SOUSA, 2003) mediante a construção de jogos computacionais.

Ao se considerar o jogo uma possibilidade metodológica de ensino favorável à interação social dos alunos e à imaginação, como o processo de criação e construção de um jogo computacional, o educador matemático, em especial, deve se ater a alguns aspectos relevantes, os quais foram encontrados em Grandó (1995) e adaptados para este estudo. Dentre eles, destaca-se a idéia principal que justifica o dinamismo que é estabelecido pelo jogo, a plataforma computacional mais indicada para a faixa etária escolhida – plataforma esta que não exige do sujeito saber linguagem de programação alguma –, a determinação de personagens – formas ou ícones que compõem o jogo –, a elaboração das ações que cada personagem desempenhará no jogo, a elaboração de regras bem como seu registro de forma acessível a outros jogadores.

5.1. Um estudo de caso

Dentro das abordagens qualitativas de pesquisa, optamos por realizar um estudo de caso em uma sala de aula com dezesseis alunos (11-12 anos) de uma sexta série do ensino fundamental de uma escola particular, da cidade de Campinas, São Paulo. Essa opção se deve ao fato da pesquisa se caracterizar como uma pesquisa de intervenção, por estar inserida no ambiente de sala de aula e dada a natureza das relações existentes nela enquanto espaço social de relações humanas e em função da identidade do papel de professora-pesquisadora na atividade desenvolvida com os alunos. Segundo Moura (2000), a sala de aula é “lugar privilegiado para a observação dos alunos nos seus processos de aquisição de conhecimentos e onde as interações tanto podem servir para resolver problemas dados como para gerarem novos pela troca simbólica em jogo” (pp.14-15).

5.2. Caracterização da escola e os alunos participantes da pesquisa

A escola escolhida possuía em 2002 uma classe de cada série, abrangendo da educação infantil ao ensino fundamental.

O critério principal para a escolha dessa escola foi o conhecimento da proposta alternativa que oferece uma vez que, entre os trabalhos desenvolvidos, há um projeto pedagógico com jogos manipulativos desde a educação infantil até a última série do Ensino Fundamental. Um segundo critério importante diz respeito à existência, na escola, de uma sala ampla com onze computadores, necessários ao desenvolvimento de nossa pesquisa, e a oportunidade para que realizássemos, aí, as atividades referentes à pesquisa. Um terceiro critério foi a oportunidade de nossa pesquisa estar vinculada ao projeto pedagógico da escola, não se configurando como uma atividade extraordinária ou isolada, mas sendo desenvolvida durante as aulas de Matemática no decorrer do ano de 2002.

Nessa escola, a maioria das atividades de sala de aula acontece em grupos orientados pelo professor. Esse fator foi favorável à pesquisa, uma vez que as atividades desenvolvidas pelos alunos, durante o registro do material empírico, foram realizadas nos computadores e em grupos de quatro, que se agruparam como preferiram. O fato de organizar os alunos em grupos de quatro implica na possibilidade de maior discussão, interação e negociação entre eles sobre quais decisões tomar no processo de resolução de problema. Além disso, os grupos determinaram que todos os integrantes teriam chances de “comandar” o computador mediante as decisões tomadas pelo próprio grupo.

Os quatro grupos foram sempre orientados pela professora-pesquisadora, durante o trabalho com jogos manipulativos e computacionais e durante os momentos de criação e construção dos jogos computacionais, por meio de intervenções pedagógicas verbais que podem ser percebidas nos episódios analisados. Nesse processo, os alunos, em grupos, puderam desenvolver a capacidade de fazer projeções, prever situações, realizá-las e avaliar a atuação individual e do grupo, podendo redefini-las para novas situações.

Com o objetivo de preservar a identidade dos participantes da pesquisa para a apresentação dos grupos consideramos, na descrição da análise dos episódios, as iniciais do primeiro nome de cada participante. Os grupos ficaram assim constituídos:

Grupo 1 – Al, Flo, LuAb e LuOl.

Grupo 2 – Ca, Ce, Lu e Sil.

Grupo 3 – GuiVil, Mar, Or, Vic.

Grupo 4 – El, Fe, GuiVit e Ma.

5.3. Procedimentos da pesquisa de campo

A dinâmica de sala de aula teve o seguinte desenvolvimento:

- Intervenções pedagógicas com jogos manipulativos e computacionais;
- Registro de aspectos interessantes e desinteressantes dos jogos pelos alunos;
- Montagem de um painel com apontamentos dos jogos explorados, com o objetivo de que fosse analisado com a classe, para que pudessem extrair dele elementos que servissem de referência para a criação e construção dos jogos computacionais;
- Conhecimento do ambiente computacional The Games Factory;
- Planejamento e construção dos próprios jogos;
- Organização e a análise do material registrado pela professora-pesquisadora.

5.4. Exploração de jogos matemáticos manipulativos e computacionais e criação e construção de jogos computacionais

A fase de exploração dos jogos teve a duração de 11 aulas ocorridas durante o primeiro semestre de 2002. A segunda fase da pesquisa, a criação e construção dos jogos computacionais, teve a duração de 10 aulas, ocorridas no segundo semestre letivo de 2002. Essas aulas foram realizadas uma vez por semana, às terças-feiras, com a duração de duas horas/aula cada uma.

Durante a primeira fase da pesquisa, os alunos participantes exploraram sete jogos matemáticos, dentre eles manipulativos e computacionais. Como manipulativos, utilizamos os jogos Matix, Logix e Jogo da Velha 3D e como computacionais, os jogos Operação Netuno, Jogo

da Velha 3D, Formel⁴² e Birdgame⁴³. Selecionamos para análise neste trabalho, quatro deles – Operação Netuno, Matix, Jogo da Velha 3D manipulativo e Jogo da Velha 3D computacional⁴⁴ –, por se identificarem com os objetivos da presente pesquisa. Tal método consistiu em oferecer vivências aos alunos de situações nas quais pudessem buscar e identificar elementos que servissem de referência para a posterior criação e construção dos próprios jogos computacionais.

Não foi nossa preocupação adequar os jogos a conteúdos matemáticos, pois supúnhamos que o saber matemático que os participantes da pesquisa possuíam era suficiente para a exploração dos jogos.

Para que esta investigação fosse possível, foi solicitado que os alunos verbalizassem, sempre que possível, seus raciocínios durante os jogos. Filmamos e gravamos em áudio as discussões realizadas pelos grupos durante as aulas de exploração dos jogos manipulativos e computacionais e criação e construção dos jogos computacionais, totalizando 50 fitas cassete que foram transcritas e analisadas pela professora-pesquisadora responsável pela intervenção realizada. Desse total de fitas, 31 delas correspondem à criação e construção dos jogos computacionais pelos grupos. A leitura em vídeo complementava a leitura do texto transcrito para auxiliar a interpretação deste pela observação dos gestos e expressões corporais dos alunos.

Dos jogos manipulativos e computacionais explorados, foram transcritos um total de 34 episódios, dos quais selecionamos 5 para análise, sendo três manipulativos e 2 computacionais, por evidenciarem os movimentos de pensamento de resolução de problema dos alunos no ato de jogar.

Do total de fitas transcritas da fase de criação e construção do jogo computacional, obtivemos um total de 40 episódios, dos quais escolhemos 4 para análise, pois nestes ficam evidentes conflitos enfrentados pelos grupos e os movimentos de pensamento de resolução de problema.

⁴² O jogo Formel foi ganhador do Prêmio Jovem Cientista no ano de 2001, com a pesquisa intitulada “Uso de Jogos Computacionais Educativos Via Internet na Educação Matemática - Projeto FORMEL”. Vale ressaltar que este jogo foi criado por Jean Gonçalves Píton, aluno do último ano do curso de Licenciatura em Matemática da UNICAMP, no ano de 2001, participante da pesquisa “Ambientes Computacionais na Exploração e Construção de Conceitos Matemáticos no Contexto da Formação Reflexiva de Professores”, realizada no Laboratório de Pesquisa em Educação Matemática Mediada por Computador (LAPEMMEC), instalado nas dependências do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática (CEMPEM), da Faculdade de Educação da UNICAMP. Este projeto é coordenado pela Profa. Dra. Rosana G. S. Miskulin. <http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/principal.html>.

⁴³ O jogo Birdgame foi criado por Joni Amorim, também aluno do último ano do curso de Licenciatura em Matemática da UNICAMP, no ano de 2001 e participante da pesquisa realizada no LAPEMMEC.

⁴⁴ A descrição detalhada destes jogos será realizada no Capítulo VI, que trata da análise do movimento de resolução de problema dos alunos envolvidos na pesquisa durante a exploração de jogos matemáticos.

5.5. A organização das atividades para a análise

A fim de organizar o material para análise, reunimos as atividades em episódios extraídos do registro, em áudio e vídeo, das discussões nos grupos, realizadas durante o desenvolvimento das atividades nas aulas. Esses episódios estão apresentados nos capítulos sexto e sétimo, que tratam respectivamente da exploração dos jogos matemáticos manipulativos e computacionais e da criação e construção de jogos computacionais pelos alunos participantes da pesquisa.

A denominação de **episódio**, em nosso estudo, assemelha-se à conotação adotada por Caraca (2000) ao termo *isolado*. Para este autor, na “impossibilidade de abraçar, num único golpe, a totalidade do Universo, o observador *recorta, destaca*, dessa totalidade, um conjunto de seres e factos, abstraindo de todos os outros que com eles estão relacionados” (CARAÇA, 2000, p.105).

Transpondo essa idéia para este estudo, à medida que a impossibilidade de abranger a totalidade das relações em sala de aula é encontrada, o pesquisador destaca elaborações, do conjunto formado com todas as outras com as quais estão relacionadas, tomando um isolado. Para tanto, é preciso que o pesquisador tenha o bom-senso de tomar para seu isolado de estudo as relações que, de fato, compreendam todos os fatores que influenciem no fenômeno sob investigação. Essas relações, neste estudo, representam “o conjunto de ações que desencadeia o processo de busca da resposta do problema em questão” (MOURA, 1992, p.77).

Interpretando essas considerações segundo as características deste trabalho, entendemos **episódios** como os momentos isolados em que ficam evidentes situações de conflito enfrentadas pelos participantes da pesquisa que, mediante processos de pensamento matemático de resolução de problema, envolvem os aspectos subjetivo e objetivo do aluno, buscam soluções para a situação podendo (re)elaborar conceitos já conhecidos.

Face ao estudo teórico realizado, os procedimentos adotados para a pesquisa de campo e as informações obtidas, elaboramos um diagrama que norteou as análises realizadas do material selecionado da exploração dos jogos matemáticos e construção dos jogos computacionais, as quais foram organizadas em episódios e diálogos. Estes últimos se encontram dispostos na coluna direita dos episódios analisados nas páginas que seguem.



Diagrama norteador das análises dos episódios

Destacamos que a relação entre os elementos do diagrama, no processo de resolução de problema, não se dá de forma estática, mas sim de maneira dinâmica e interligada.

CAPÍTULO VI

ANÁLISE DA EXPLORAÇÃO DE JOGOS MATEMÁTICOS MANIPULATIVOS E COMPUTACIONAIS

Seria desejável que se tivesse um curso inteiro de jogos, tratados matematicamente.

Leibniz

A exploração de jogos manipulativos e computacionais caracteriza-se como importante para os alunos, pois por meio dela, podem se envolver em movimentos de criação de soluções para os problemas que surgem nos jogos, percorrendo situações-dilemáticas e, muitas vezes, resolvendo o problema. Segundo as próprias palavras de Vygotsky (1982) "quanto mais rica for a experiência humana, tanto maior será o material de que dispõe essa imaginação" (p.17) e acrescentamos que tanto maior será sua capacidade de criar, além de haver a "necessidade de ampliar a experiência da criança se queremos proporcionar-lhe base suficientemente sólida para sua atividade criadora"⁴⁵ (p.18).

Assim, a exploração de jogos, neste estudo, tem como finalidade oferecer vivências de situações aos alunos nas quais esses possam levantar elementos para a posterior criação e construção dos próprios jogos computacionais.

Diante dessas considerações, este capítulo objetiva analisar episódios relacionados a situações de exploração de jogos manipulativos e computacionais. Por esse motivo, levou-nos ao desafio de elencar subsídios que nos auxiliem a responder a questão central de nosso trabalho, ou seja, como os movimentos de pensamento matemático de resolução de problema se processam quando alunos do ensino fundamental jogam e criam jogos computacionais.

Dentre os jogos utilizados durante a pesquisa, selecionamos os jogos Operação Netuno, Matix e Jogo da Velha 3D manipulativo e computacional para serem analisados, procurando compreender o envolvimento dos alunos na resolução dos problemas que surgem ao explorar os

⁴⁵ Traduzido da língua espanhola pela da pesquisadora.

jogos, ou seja, como os alunos elaboram processos de pensamento matemático para vencer as partidas. Para que a construção dessa compreensão fosse possível, tomamos por fundamento, como já definimos no capítulo 1, a teoria do conhecimento defendida por Caraça (2000), que contribui para a **caracterização do inesperado, o estabelecimento da necessidade, a caracterização da situação-dilemática e a caracterização do pensamento de análise e síntese.**

Para evidenciar a caracterização dos momentos mencionados, buscamos todas as formas de comunicação dos alunos, ou seja, ações, falas, gestos, manifestações de emoções, registros escritos e envolvimento dos mesmos nas atividades propostas.

Apresentamos a análise das atividades de ensino em episódios relativos à exploração dos jogos segundo as características definidas acima, na ordem cronológica de sua aplicação em sala de aula. Para a apresentação, destacamos o objetivo do jogo a que se refere o episódio, uma breve descrição do mesmo, momentos de sua aplicação em sala, descrição das situações enfrentadas pelos alunos e descrição da situação interativa visando à elaboração de soluções para os momentos vivenciados.

Cada atividade de jogo foi organizada em episódios para dar melhor destaque aos movimentos de pensamento de resolução de problema dos alunos, caracterizando a situação-dilemática, para podermos desvendar as potencialidades didático-pedagógicas da resolução de problema mediante a utilização de jogos computacionais e manipulativos. Neste capítulo, os episódios estão assim organizados:

6.1 Jogo Operação Netuno

6.2 Jogo Matix

6.3 Jogo da Velha 3D manipulativo

6.4 Jogo da Velha 3D computacional

Como já mencionamos no capítulo V, organizamos o texto em uma configuração de modo que os diálogos estão indicados à direita do texto da análise correspondente.

6.1 Jogo Operação Netuno

A exploração e análise deste jogo teve como objetivo verificar a relação estabelecida pelos alunos participantes deste estudo na identificação de elementos necessários à resolução de

problema ao utilizarem um jogo computacional para posterior criação e construção do próprio jogo computacional.

6.1.1 Descrição do jogo

O jogo “Operação Netuno” (figura 1) é um jogo computacional, indicado para crianças a partir de 11 anos de idade e tem como enfoque educativo o desenvolvimento de habilidades matemáticas como interpretar gráficos, diagramas, mapas, tabelas, elaborar estratégias, levantar hipóteses e analisar a situação de jogo. Além disso, caracteriza-se também por trabalhar com números naturais, frações, números decimais, porcentagens, estatística e seqüências numéricas. Dispõe de um ambiente em que podem ser explorados conceitos de medida de comprimento, tempo, temperatura, distância, velocidade, ângulo, área, perímetro e volume, incorporados a problemas envolvidos no contexto de um submarino com grandes recursos tecnológicos, indicando que a matemática é utilizada em várias e diferentes situações do mundo fora da sala de aula.

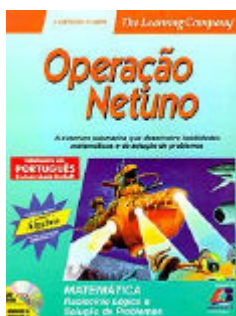


Fig. 1 - Embalagem do jogo Operação Netuno

O jogo se inicia quando cientistas e astronautas, encarregados de instalar uma base além dos limites do sistema solar, mandam para a Terra os primeiros resultados de suas experiências em uma cápsula espacial chamada Galáxia que explode. Assim, dispersa informações valiosas, contidas em cofres com códigos secretos, pelo fundo do oceano Pacífico.

Dessa forma, é colocada em prática a missão ultra-secreta de busca e resgate dos restos da cápsula espacial e de seus cofres. Essa missão de resgate é denominada Operação Netuno e é feita em um submarino. É missão do jogador manobrar o submarino Netuno, calcular sua posição em relação ao navio de superfície, controlar seu suprimento de água e comida, determinar quando

ocorrerá a próxima erupção vulcânica, entre outros desafios matemáticos que o jogador deverá superar, tendo como auxiliares o computador e a calculadora de bordo do submarino.

Este software apresenta problemas que permitem duas chances de resolução: caso o usuário erre na primeira tentativa, o próprio programa oferece uma orientação sobre a situação-problema e uma segunda oportunidade para resolvê-lo. Errando novamente, o software fornece a resposta correta para que o aluno não se sinta desestimulado a continuar sua jornada. Nesse caso, o aluno perde parte do seu estoque de oxigênio (figura 2), mas continua sua exploração pelo fundo do oceano Pacífico.



Fig. 2 - Marcador de oxigênio do submarino

6.1.2 Momentos da aplicação do jogo

Antes de desenvolvermos a atividade de explorar um jogo computacional, discutimos com os alunos a proposta da atividade. Tivemos não somente a adesão total da classe, mas também manifestações de entusiasmo pelo trabalho. Embora tendo previsto essa adesão, queríamos que os alunos participassem da organização dos horários para a exploração do jogo e que registrassem suas elaborações a respeito do mesmo. A classe reagiu positivamente à nossa proposta, mostrando empenho e dedicação durante os momentos de exploração do jogo.

Organizamos a classe em quatro grupos com quatro componentes em cada grupo. Foram realizadas, com este jogo, três sessões de intervenção com a duração de duas horas-aula cada uma, nos dias 16, 23 e 30 de abril de 2002.

Para este jogo, orientamos os grupos sobre como jogar e informamos que, no decorrer do mesmo, apareceriam situações referentes à condição de exploração do fundo do Oceano Pacífico

com o submarino Netuno e que deveriam resolvê-las para que pudessem continuar a exploração do Oceano.

6.1.3 Episódio 1⁴⁶ - Análise de gráfico e conceito de velocidade média

Na atividade relativa a este episódio, o grupo 3 (GuiVil, Ma, Or e Vic) teve como objetivo realizar a leitura do gráfico que envolve as variáveis energia e velocidade média.

Diante desse problema de consumo de energia do submarino, o grupo manifestou já, a primeira instância do pensamento de resolução: o processo de análise e síntese.

A aluna Or, em sua primeira fala, procurou interpretar o problema frente ao gráfico e arredondar o número de horas, mas não explicitou qual a relação existente com a energia gasta. A aluna teve a intuição do gasto de energia por hora, mas não conseguiu se expressar, ficando presa à grandeza hora.

Os alunos buscaram estabelecer um diálogo por meio de uma análise interacional e GuiVil relacionou os dois eixos do gráfico, mas pareceu-nos que os colegas de grupo não consideraram sua intervenção.

Mesmo com a intervenção da professora-pesquisadora, Or identificou hora no eixo x como uma variável isolada, embora estivesse escrito abaixo do eixo KJ/h, ou seja, o eixo representa uma razão entre energia e hora e não um valor isolado de hora. A aluna continuou lendo horas no eixo x do gráfico e sintetizou que nele estavam marcados intervalos de duas em duas horas, não conseguindo ainda, relacionar as grandezas velocidade e energia

Informe o consumo de energia do submarino (em KJ)⁴⁷, para as próximas 17,2 horas se o submarino continuar na velocidade atual de 10 Km/h (figura 3).



Fig. 3 – Gráfico sobre consumo de energia e velocidade média

Or: 17 quilômetros por hora seria mais um [apontando para a tela ao lado do 16 no eixo x do gráfico] que ele continuaria reto... não... mais meio [a aluna se referia a mais meio espaço a ser percorrido pelo submarino no eixo horizontal do gráfico, ou seja, no eixo relacionado à energia].

GuiVil: Isso aqui é energia [apontando para o eixo horizontal relacionado à energia] e aqui é a velocidade horas [apontando para o eixo vertical relacionado à velocidade].

Or: Ah tá! E esse quadrado é uma hora? [referindo-se ao espaço existente entre o 0 e o 2 no eixo x do gráfico].

⁴⁶ Ocorrido no dia 23/04/2002.

⁴⁷ A transformação da energia elétrica em energia térmica (calor) é denominada **efeito Joule** e ocorre devido à colisão entre elétrons e outras partículas. **Joule (J)** é o trabalho realizado por uma força constante de 1 newton, que desloca seu ponto de aplicação de 1 metro na sua direção. **Kilojoule (Kj)** é um múltiplo do joule e que equivale à 1000 joules (RAMALHO JR, F. et al. **Os fundamentos da física** São Paulo: Moderna, 1995).

gasta. Mar concordou com a síntese da colega e GuiVil mais uma vez demonstrou, em sua fala, que conseguia relacionar os dois eixos do gráfico.

Mediante o questionamento da professora-pesquisadora sobre o que o grupo entendia ao olhar para o espaço no gráfico, iniciou-se um movimento de reconhecimento, identificação e compreensão das variáveis. Assim, a situação se tornou compreensível e transformada em um problema, pois as idéias, antes desorganizadas, passaram por um processo analítico de organização, mas conservaram o estado problemático.

Percebemos que a primeira situação de indecisão frente à escolha da melhor possibilidade foi diluída na interação estabelecida no grupo e, o momento que mais permaneceu foi o de análise das variáveis do problema que ainda não estavam identificadas pelos alunos que fizeram suas análises, buscando regularidades que contribuíssem para a (re)elaboração do problema para si e para o grupo, tentando relacioná-las, sentindo a necessidade de resolver o problema proposto. O processo de análise do problema envolveu o reconhecimento dos termos usados, o reconhecimento da relação entre as variáveis estabelecidas pelo gráfico e, por último, o cálculo operacional que relacionou as variáveis no problema proposto.

Pudemos perceber também, um momento de interpretações pessoais e um envolvimento intenso por parte dos alunos diante da não identificação imediata das variáveis do problema, isto é, a não localização do grupo no problema. Houve um processo constante de avanços e retrocessos, em relação à discussão e análise do gráfico, para que sua compreensão fosse total até a redefinição do problema.

As alunas Or e Mar procuraram explicar o significado de cada elemento do problema a partir da leitura do gráfico. Mesmo

Pesq: *É uma hora que entendemos olhando para esse espaço no gráfico?*

Or: *Não, duas... nesse espaço.*

Mar: *É ... duas.*

Or: *De duas em duas horas o gráfico vai marcando. Então...*

Or e Mar contam juntas: *dois, quatro, seis, oito, dez, doze, quatorze, dezesseis...*

Pesq: *Onde está marcando dezesseis horas, Or?*

Or: *Aqui!* [apontando para o eixo x do gráfico na tela do computador]. *Preciso saber o tanto de horas que ele andou!*

Mar: *Não... é a energia por hora que está marcando aí e não as horas.*

Or: *Ele vai andar aqui. Aqui ele já andou duas [horas]... então ele precisa andar [mais] 15,2...*

GuiVil: *Posso localizar a informação sobre energia no gráfico aqui, oh!* [apontando para o eixo x no gráfico na tela do computador].

quando enunciaram interpretações incoerentes como insistir na leitura de horas no eixo x, uma leitura errônea de Or, GuiVil chamou a atenção das colegas para a relação entre os dois eixos. Por meio da discussão, o grupo conseguiu chegar à síntese correta do problema.

Pode ser que a insistência de Or ao afirmar que precisava saber quanto gastava por hora, ou seja, ao buscar estabelecer um gasto para a unidade de tempo e de Mar, tenha possibilitado a elaboração da síntese que é, em última instância, a resolução do problema.

A interação estabelecida com o diálogo auxiliou o processo de resolução do problema, fazendo com que os processos de análise encontrados pelo grupo fossem reorganizados e reformulados até sua completa resolução.

Concluindo, neste episódio, o momento de análise predominou na situação de resolução e a síntese foi elaborada por um único membro do grupo, tendo a concordância dos demais.

A situação-dilemática, nesse episódio, foi gerada pelo impacto sentido pelos alunos com o desconhecido que aqui podemos definir como o não saber fazer a leitura do gráfico, mas isso não fez com que se desestruturassem, mas que iniciassem um movimento de atribuição de sentidos próprios ao gráfico. Os alunos estiveram o tempo todo fazendo conjecturas e afirmações sobre a leitura do gráfico e não chegaram rapidamente a uma síntese. Dizemos, então, que eles permaneceram em uma situação-dilemática. Os elementos de análise, embora não corretos, foram tidos como caminho para a solução do problema. O erro precisou ser considerado, pela professora e pelos próprios alunos, como um possível caminho para a resolução do problema.

Constatamos, mais uma vez, a utilização errônea de termos matemáticos na fala de Or quando se referiu ao espaço a

Pesq: Onde está a informação sobre velocidade de 10 Km/h.

Todos: Aqui [indicando o eixo vertical y].

Mar: Se eu quero 17 horas...Um pouquinho mais que aqui... [indicação pela seta na figura 4].



Fig. 4 – Indicação de Mar em relação à localização no gráfico

Or: Então faz 2 vezes 17,2.

GuiVil: É.

Pesq: Por quê?

Or: Porque ... você faz 2 vezes 17.... Em 5 quilômetros por hora, o submarino anda este espaço [aponta para o gráfico]. O gráfico tá mostrando que em 10 quilômetros por hora, ele gasta 2 Kj por hora. Então se são 17,2 horas... a gente faz 17,2 horas vezes dois!

ser percorrido pelo submarino como *esse quadrado*, talvez porque fosse o aspecto que se apresentasse em um primeiro momento de olhar o gráfico. No entanto, a professora-pesquisadora chamou a atenção ao questionar a interpretação daquele *espaço* ao qual ela havia se referido. A aluna pôde rever a linguagem utilizada e reelaborar tal termo.

O grupo pôde também revisar seus conhecimentos sobre multiplicação de número decimal por número inteiro, ficando evidente que não encontrava dificuldades para a resolução do algoritmo desta multiplicação.

6.1.4 Episódio 2⁴⁸ - Calculando o volume de um paralelepípedo retangular

Neste episódio, também envolvendo o grupo 3 (GuiVil, Ma, Or, Vic), pudemos perceber o que ocorre comumente em aulas de Matemática, ou seja, os alunos utilizam termos inadequados ao se referirem aos sólidos geométricos. Nesse caso, o aluno denominou de *cubo* um *paralelepípedo retangular*.

Em relação à referência feita por GuiVil, na verdade, o aluno referia-se ao conteúdo todo do compartimento, o qual era representado pela figura de um bloco retangular e suas dimensões. O processo de síntese, para ele, já se realizava.

A fala de GuiVil exemplificava os dois momentos de elaboração cognitiva do problema: a análise e a síntese. Lembrando Kalmykova (1977), a análise pode ser identificada quando o aluno procurou interpretar as variáveis fornecidas pelo contexto do problema e relacionou-as, enunciando o que fazer para solucionar o problema. O momento da síntese foi evidenciado quando o aluno sugeriu que a “caixinha” fosse utilizada como unidade de medida, parecendo ter encontrado a

Mensagem da superfície: Pedido de atualização das reservas de alimentos. Os alimentos estão embalados em caixas de 1 metro cúbico. Informe o número de caixas necessárias para encher o compartimento do depósito (figura 5).

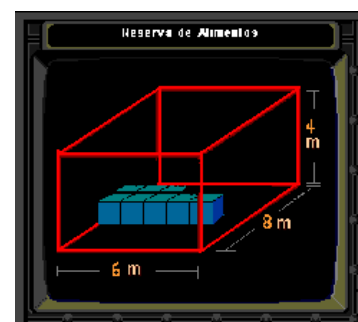


Fig. 5 – Compartimento de reserva de alimentos

Pesq: Vocês terão que trabalhar com qual conceito matemático?

GuiVil: Volume, porque você tem que encher o cubo inteiro. Tem que ver a profundidade, a altura e a largura. Então, a gente tem que medir a caixa.... Já tenho as medidas. Tenho que descobrir

⁴⁸ Ocorrido em 30/04/2002.

provável solução para o problema, procurando organizar as idéias e encaminhar a ação no sentido de superar o problema. Seguramente, esse momento não se caracterizou como situação-dilemática para o grupo, que enfrentou o problema já em fase de análise.

Uma vez configurado o problema, foi elaborada a relação mais complexa entre as variáveis: medir o compartimento, medir as caixinhas e comparar essas medidas. Em outras palavras, foi feito o processo de síntese do problema, pois o grupo apenas precisou ler o problema e colocar em prática o que já havia aprendido.

O conhecimento sobre o cálculo de volume que GuiVil demonstrou, prova que a análise e a síntese foram momentos quase concomitantes em seu raciocínio.

A partir da idéia inicial de GuiVil, Or pôde fazer a síntese do problema efetuando mentalmente o cálculo para encontrar o volume do paralelepípedo retangular. Ou seja, Or apropriou-se da idéia de GuiVil e avançou na síntese do problema.

Solicitamos aos alunos que não utilizassem algoritmos escritos para a resolução do problema, pois havia a possibilidade de utilização da calculadora de bordo oferecida pelo submarino Netuno. No entanto, o grupo preferiu realizar o cálculo mentalmente acarretando um erro que poderia ter sido evitado com o uso da calculadora. O objetivo pedagógico desta atividade foi identificar variáveis e estabelecer relações entre elas e não o desenvolver algoritmos ou cálculos mentais.

Na análise deste episódio, percebemos que os alunos já haviam trabalhado com o conceito de volume de paralelepípedo retangular quando identificam a necessidade de se “encher o cubo inteiro” – expressão com que GuiVil se referiu ao paralelepípedo –, uma vez que o problema oferecia o valor das três dimensões do

quantas caixinhas vou precisar para encher o compartimento. E cada caixa mede 1 metro cúbico.

Or: *Primeiro: aqui precisa de 4 (apontando para a altura do compartimento mostrado no vídeo do computador – fig. 4). Se cada caixa tem 1 metro e no total tem 4 metros, então preciso de 4 caixas para altura. Aqui 8 caixas (apontando para a medida do comprimento do compartimento – fig. 4) e aqui 6 (largura do compartimento). Então $4 \times 6 \times 8$, 24×8 148.... 208 caixas. Ah! 208 menos 8 porque já tem 8 no compartimento. Então são 200 caixas.*

O programa dá uma mensagem de erro.

Pesq: *O que será que vocês fizeram de errado?*

Mar: *Ah! Nós multiplicamos errado $4 \times 6 \times 8$, na verdade eram 192 e não 208.*

compartimento. A identificação das variáveis, o estabelecimento da relação entre elas – uso do cálculo e da fórmula do volume: pensamento analítico – deu-se mediante a interação ocorrida por meio do diálogo entre os integrantes desse grupo, desencadeando um processo de auto-localização no problema, analisando o erro cometido e buscando corrigi-lo. Nesse diálogo, a idéia inicial de GuiVil se completou com a fala de Or, encaminhando-os para o movimento de resolução do problema, mediante o movimento de análise e síntese. Assim, os alunos identificaram as variáveis do problema e estabeleceram relações entre elas. Ocorreu a síntese do problema quando um dos alunos, por encontrar a provável solução para o problema, tendo recebido contribuições do grupo, elaborou processos para resolvê-lo.

Ao devolvermos aos alunos suas falas do episódio transcrito para que refletissem sobre os procedimentos adotados e projetassem melhorias no sentido de otimizar estratégias, constataram elementos importantes para este trabalho. Os elementos destacados pelos grupos foram o diálogo, a observação dos dados e do desenho que os problemas apresentaram e o trabalho em grupo. Em relação ao diálogo, os alunos consideraram que todas as falas dos componentes do grupo foram importantes para o processo de análise e síntese do problema.

Todos estes elementos foram fundamentais para a reflexão individual e coletiva e a identificação das variáveis oferecidas pelo problema, como dimensões do compartimento e a existência de cubos no interior do compartimento, para sua solução. Podemos confirmar esta constatação do grupo, por meio do registro escrito entregue à professora-pesquisadora, do qual extraímos o trecho apresentado abaixo:

Os dados do desenho, as figuras, o trabalho em grupo e as diferentes opiniões foram muito importantes para a resolução do problema (Grupo 3).

No entanto, o grupo encontrou dificuldade diante da necessidade de resolver o problema sem a utilização do algoritmo escrito para efetuar a multiplicação necessária, situação onde o erro ocorreu, como percebemos na fala de Mar ao analisar o processo elaborado pelo grupo e constatar o erro no cálculo mental.

Diante de tais reflexões, constatamos que não houve a presença do momento do inesperado e da situação-dilemática, nesse episódio para este grupo, pois a figura possibilitou a identificação das variáveis necessárias à resolução, evitando que os alunos ficassem sem ação perante o problema. No entanto, o grupo errou ao multiplicar mentalmente as três dimensões do compartimento, o que pôde ser percebido, com a verificação do tipo de erro cometido e sua correção, no momento em que o programa apresentou a mensagem de erro. Esse fato possibilitou a reordenação lógica do cálculo efetuado do volume do compartimento, ou seja, a reorganização das idéias e revisão do cálculo realizado pelo grupo, envolvendo saber pensar e o saber fazer.

6.1.5 Impressões das discussões dos alunos

Ao terminar a exploração deste jogo, solicitamos aos grupos que elencassem aspectos positivos e negativos do jogo, registrando as sínteses das discussões em papel⁴⁹ e entregando-as à professora-pesquisadora. Esse material, juntamente com dos outros jogos, foi colocado em um painel, como já explicitamos no capítulo V.

Das sínteses registradas, uma observação levantada pelo Grupo 2 (Ca, Ce, Lu e Síl) foi a de que as aulas fora da sala, com este jogo, foram mais descontraídas, constituindo-se em uma outra maneira de aprender matemática, na qual o trabalho em grupo, a interação entre os alunos é essencial, havendo a possibilidade de um contribuir para a compreensão do outro em relação aos

⁴⁹ As sínteses registradas pelos grupos fazem parte do acervo de informações da pesquisadora.

problemas apresentados pelo jogo, por meio de sugestões diversas ocorridas nos grupos nos movimentos de pensamento que elaboravam mediante a análise das variáveis do problema.

Nos registros das sínteses das discussões realizadas nos grupos, pudemos destacar, também, a observação, feita por Or do grupo 3 (GuiVil, Mar, Or e Víc), que afirmou ser este o jogo que fazia pensar e, que embora não necessitassem de utilizar a criatividade, aguçava a curiosidade – latente nos alunos – sobre o que viria mais à frente, ou seja, como seriam os próximos problemas e as próximas fases do jogo.

Os integrantes dos grupos experimentaram dificuldade em realizar cálculos mentais, como podemos constatar pelos erros cometidos quando fizeram uso desse “modo” de calcular. Fato este que também indicou, ainda que os alunos tinham a possibilidade de utilizar a calculadora do programa, a não substituição plena do lápis e papel, talvez em decorrência da cultura escolar estar habituada ao cálculo escrito. Ao mesmo tempo, tal dificuldade implica que os grupos deixam de se beneficiar da contribuição que o cálculo mental, por suas características, pode oferecer para o desenvolvimento da aritmética e para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Nesse sentido, concordamos com a posição de Taton, quando afirma:

Penso que o cálculo escrito segue sendo preferível para a resolução de problemas complexos, o cálculo mental, que obriga o aluno a enfrentar claramente o objetivo a alcançar, combate o hábito tão freqüente de calcular mecanicamente, sem buscar julgar a possibilidade e a significação dos resultados obtidos [...] ou ao menos verificar sua ordem de grandeza (TATON apud UDINA ABELLÓ, 1992, p.59).

Desse modo, fica evidente a necessidade de trabalhos em sala de aula que possibilitem desenvolver habilidades como a do cálculo mental com alunos do ensino fundamental, o que leva a uma maior compreensão de estratégias de resolução de problemas e controle do cálculo escrito.

Dentre os depoimentos dos alunos, registrados em áudio no momento posterior à discussão nos grupos sobre o jogo “Operação Netuno”, percebemos que os problemas que surgiam no decorrer do jogo vinham atrapalhar o divertimento dos jogadores e tais situações não eram vistas como uma forma pela qual eles pudessem rever seus conhecimentos ou estarem elaborando novos. Podemos evidenciar este fato pela análise do depoimento de LuAb, quando afirmou “tenho que parar de me divertir para resolver o problema”. Mesmo que negativas, LuAb demonstrou suas emoções, levando-nos a inferir que, para esse aluno, naquele momento, ocorreu o bloqueio momentâneo da atividade lúdica, que poderia levá-lo a desistir do jogo ou recuperá-la. Esse pode ser um exemplo de que, neste jogo, há uma simples transposição dos problemas

convencionais dos livros didáticos para a tela do computador. Isso pode ser atribuído às características computacionais do jogo em questão.

Além disso, o referido aluno não considera que, por meio do jogo, pode (re)formular ou melhor compreender os conceitos que já dominava, ou, ainda, perceber que o jogo pode ser instrumento desencadeador de novas aprendizagens matemáticas. Seguramente, o trabalho com jogos requer que o professor tenha feito um planejamento detalhado e intencional da exploração do mesmo.

Podemos confirmar esta análise por meio de trechos extraídos dos depoimentos dos alunos registrados em áudio, após a discussão nos grupos, que transcrevemos e agora apresentamos:

Eu achei ruim no jogo é que toda hora que você consegue passar de uma daquelas fases, tem outra praticamente igual, tem os mesmos tipos de problemas, os mesmos caminhos. Devia mudar! (Lu).

Os problemas continuam iguais, nem tão difíceis, nem tão fáceis. Agora conforme a gente vai indo pra frente, os desafios para dirigir o submarino é maior, mas não os problemas. (Or).

Mediante estes depoimentos, percebemos que o jogo para o aluno tem o caráter lúdico ou que o desafio faz parte do lúdico. No jogo Operação Netuno, parece-nos que os problemas existentes estão aquém das outras partes de jogo.

Em situação de jogo, é preciso evidenciar que é o professor o responsável por traçar os objetivos a serem alcançados por meio do trabalho de exploração dos jogos aplicados e mais, pela mediação na sistematização dos conceitos nele envolvidos. O jogo pelo jogo oferece pouca contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. No entanto, se o professor explorar o jogo anteriormente, saberá, ao levá-lo para a sala de aula, melhor intervir nas discussões que, provavelmente, ocorrerão entre os alunos no momento de sua aplicação. Lembramos, no entanto, que Freire (2002) defende a utilização do jogo pelo jogo para propiciar à criança o desenvolvimento de sua imaginação, fato este que não pretendemos que seja descartado, mas que não constitui o foco dessa pesquisa.

6.1.6 Considerações sobre a exploração do jogo Operação Netuno

Após a realização do jogo, entregamos aos grupos os episódios transcritos para que pudessem refletir sobre os processos que adotaram ao resolver um dos problemas dos jogos no sentido de projetar melhorias para otimizar estratégias de resolução de problema. Nesse retorno, os grupos puderam perceber que para resolver um problema, é preciso que haja uma reflexão sobre a questão, iniciando um movimento de reconhecimento das variáveis oferecidas pelo problema, relacionando-as para, posteriormente, poder construir a solução do mesmo.

Da análise destes episódios, inferimos que a utilização deste jogo computacional no ensino de Matemática pôde possibilitar aos educandos um ambiente de aprendizagem que favoreceu atitudes positivas perante os erros cometidos. Como exemplo, podemos citar o momento em que os alunos perceberam que perdiam oxigênio por responderem de forma inadequada a algumas situações. Desse modo, passaram a se preocupar com a elaboração de estratégias mais adequadas à resolução dos problemas. Esse processo aconteceu de maneira natural, no decorrer da própria atividade, tendo, algumas vezes, a intervenção da professora-pesquisadora.

Além disso, o jogo “Operação Netuno” tem características que, segundo Moura (1992), se manifestam em dois momentos diferentes: o de **desencadeador da aprendizagem** e o de **aplicador de conceitos**.

O primeiro pode ser identificado mediante discussões entre a professora-pesquisadora e os diversos grupos formados pelos alunos à medida que estes foram se deparando com a situação e encontrando dificuldades em compreender o problema proposto pelo jogo, como por exemplo, as primeiras noções de velocidade média e ângulos – que os alunos não possuíam e que foi trabalhado posteriormente em sala de aula. O segundo momento, o **aplicador de conceitos** matemáticos, pode ser identificado pela aplicação dos conceitos de área, volume, porcentagem, frações, análise de gráficos - por já terem sido explorados com estes alunos em sala de aula, possibilitando aos alunos reverem seus conhecimentos.

Ressaltamos, mais uma vez, que o jogo leva a um movimento do pensamento: o pensar sobre os conceitos matemáticos em resolução de problema.

Da análise processada nos episódios, podemos inferir que os momentos de caracterização da situação-dilemática e do problema ocorrem à medida que os alunos envolvem-se com o

problema, o que pudemos detectar por meio do registro de suas expressões, gestos e palavras em áudio e vídeo. A própria análise da situação pelos alunos desencadeou novas situações-dilemáticas, com novas hesitações e dúvidas mais fortemente evidenciadas.

O momento de análise constitui-se um momento rico de elaboração de pensamento matemático de resolução de problema, pois evidenciou a necessidade que o grupo ou o aluno apresentava de criar a resolução e não só reproduzir uma solução já utilizada.

Seguramente, o processo de resolução de problema que defendemos se apresenta como uma situação complexa, que envolve o aluno desde seu primeiro contato com o problema. Em outras palavras, o aluno se depara com a situação e vive um momento de impacto, devendo existir uma motivação subjetiva⁵⁰ para tentar solucionar o problema, mediante identificação, análise, interpretação, relação das variáveis encontradas e tomada de decisão, além de envolver a afetividade e grande empenho pessoal (MOISÉS, 1999).

No primeiro episódio apresentado, pudemos destacar a resolução de problema com vistas ao ensino, pois o grupo foi envolvido integralmente em uma sutil situação-dilemática ao se deparar com a leitura do gráfico, o que até então era desconhecido para o grupo. Esse desconhecimento favoreceu o início de um movimento de atribuição de sentidos próprios ao gráfico. No entanto, o grupo permaneceu o tempo todo em uma situação de análise da situação. Essa análise realizada e a interação entre seus membros foram importantes para elaboração da síntese do problema por um de seus componentes. A síntese foi recebida de forma natural, pois o tempo necessário sentido pelos seus integrantes foi respeitado para a resolução do problema.

Desse ponto de vista, resolução de problema é entendida como uma situação viva para o aluno, ou seja, uma situação que este vivencia e procura solucionar.

No segundo episódio, podemos inferir que houve a solução do problema pelo grupo, pois este, de imediato utilizou-se do conhecimento que possuía sobre o cálculo de volume, demonstrando que a análise e a síntese podem ser momentos quase concomitantes no processo de resolução de problema.

Gostaríamos também de destacar que o jogo computacional requer ainda mais a formalização dos conceitos a serem utilizados, pois exige certa rapidez do usuário na resolução das situações para que a dinamicidade da interação com a máquina não se perca.

⁵⁰ No sentido de individual, pessoal, particular.

6.2 Jogo Matix

A exploração deste jogo teve como objetivo familiarizar os alunos com outro jogo matemático, porém manipulativo, para posterior criação e construção do próprio jogo computacional e, propiciar aos participantes da pesquisa, vivência de situações nas quais a antecipação, a análise de possibilidades, a previsão e elaboração de jogadas e a análise das melhores peças a serem retiradas do tabuleiro sejam elementos importantes para a determinação do ganhador. Fato semelhante ocorre na resolução de problema, onde o resolvido deve ser desafiado e sentir a necessidade de solucionar os problemas, elaborando novos processos de pensamento em cada jogada, valorizando o saber pensar em detrimento do saber fazer (LIMA, 1998).

6.2.1 Descrição do jogo

Matix (figura 6) é um jogo de regras, criado na Alemanha. Como dimensão cognitiva, esse jogo propicia o trabalho com estratégias de antecipação de jogadas e reflexão sobre as mesmas. Em uma dimensão matemática, permite a exploração do cálculo mental, operacionalidade dos números positivos e negativos, especificamente a adição e a subtração, análise combinatória e análise de possibilidades. Não foi nossa intenção trabalhar o conceito de números inteiros, uma vez que este só se constrói enquanto campo numérico e não só na sua operacionalização.

Matix pode ser jogado por duas ou mais pessoas, possibilitando a estas planejar “armadilhas” para seu adversário, prevendo suas próximas jogadas e impedindo-os de ganhar o jogo, além de obrigar planejar as próprias jogadas.



Fig. 6 - Jogo Matix e suas peças

É indicado para crianças a partir de 11 anos de idade. No entanto, além de utilizá-lo com o grupo de alunos participantes desta pesquisa, já o utilizamos com crianças de 3ª e 4ª séries, com idades entre 9 e 10 anos e pudemos constatar a realização das operações adição e subtração de números inteiros intuitivamente, isto é, sem o uso de algoritmos de contagem e de cálculo, mas com a aplicação de uma propriedade importante dos números inteiros: a soma de dois números opostos é nula. Essa observação pode ser verificada com expressões de alunos como, por exemplo, “menos quatro com quatro dá zero, não precisa contar”. Na exploração deste jogo, com esta faixa etária, pudemos desencadear o processo de compreensão da operacionalidade dos números inteiros – adição e subtração – e sua representação.

Esse jogo se compõe por um tabuleiro quadriculado (8 x 8), com 64 peças numeradas com valores de zero a cinco (cinco peças de cada); com valor seis (seis peças); com valores de sete a dez (três peças de cada); uma peça de valor quinze; valores de menos um a menos cinco (três peças de cada); duas peças com valor menos dez e uma estrela.

O jogo tem por objetivo retirar as peças uma a uma do tabuleiro e, somando-se as peças de valor positivo e subtraindo as de valor negativo adquiridas, conseguir o maior número de pontos, devendo o jogador, para conseguir isso, seguir as seguintes regras:

1. Os jogadores jogam alternadamente.
2. As peças são colocadas aleatoriamente no tabuleiro, com os números para cima (figura 7).

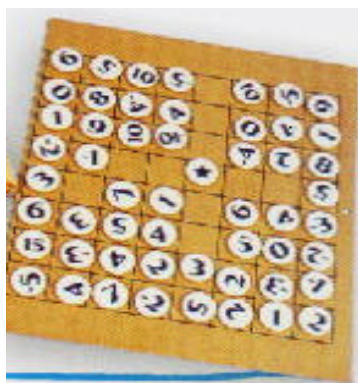


Fig. 7 - Peças dispostas aleatoriamente no tabuleiro

3. O primeiro jogador escolhe se quer jogar no sentido vertical ou horizontal do tabuleiro e retira qualquer peça do jogo. Cada peça retirada é substituída pela estrela.
4. O próximo jogador retira, no sentido diferente do adversário, a partir da estrela.

5. O jogo termina quando acabarem todas as peças do tabuleiro ou quando o jogador não tiver mais nenhuma para retirar em sua linha ou coluna onde a estrela se encontra.

6.2.2 Momentos da aplicação do jogo

Sendo o Matix o segundo jogo aplicado para este estudo, os alunos participantes já tinham o conhecimento de que vários jogos seriam utilizados. Para este jogo, os grupos permaneceram os mesmos, como mencionado no capítulo V e jogaram em duplas – dois contra dois – de modo que as duplas deveriam concordar com a jogada a ser realizada. Com este jogo, foi realizada uma só sessão de intervenção no dia 07/05/2002, pois, apesar de os alunos envolverem-se muito, trata-se de um jogo que pode ser realizado com pouco tempo de duração; isso significa que duas horas-aula foram suficientes para desenvolvê-lo para atender ao objetivo da pesquisa.

6.2.3 Episódio 1 - Análise de peças a serem retiradas do tabuleiro e contagem de pontos

Para que o leitor possa acompanhar com maior compreensão a discussão processada, apresentamos as peças distribuídas pelo tabuleiro no início da partida (figura 8).

-1	*	5	0	6	8	-2	0
10	2	0	-5	5	1	7	4
8	-10	-2	3	-1	15	1	2
1	5	2	7	-4	-10	4	3
3	6	4	-4	-3	0	10	-3
6	-4	10	1	8	-5	-10	5
0	4	-1	2	1	3	-3	-5
2	7	6	4	3	5	6	-2

Fig. 8 – Distribuição das peças pelo tabuleiro no início da partida

O episódio selecionado refere-se à primeira jogada do grupo 1 (Al, Flo, LuAb e LuOl), com o jogo Matix. Assim, Flo e Al, formando uma dupla, jogaram na horizontal e LuOl e LuAb, a

segunda dupla, jogaram na vertical.

Após algumas peças retiradas, percebemos que os jogadores hesitavam entre duas ou mais peças possíveis de serem retiradas. Ao necessitarem decidir qual a peça que deveria ser retirada do tabuleiro para não favorecer a jogada seguinte do adversário, enfrentaram uma situação-dilemática concomitante ao processo de análise.

Neste processo de pensamento, os alunos analisaram as peças que poderiam ser por eles retiradas, fizeram previsões e anteciparam jogadas, procurando elaborar estratégias mediante análise de possibilidades para escolher a melhor peça a ser retirada do tabuleiro. Assim, encontraram-se em um momento de perscrutar qual o alcance do pensamento, verbalizando emoções e esgotando as possíveis jogadas do adversário.

Pudemos concluir que, no decorrer da discussão, aspectos subjetivos e cognitivos e o compartilhamento desses estiveram presentes no episódio. Processos de análise de variáveis do problema (escolha da melhor peça a ser retirada do tabuleiro) a todo o momento constituíram o cenário. As duplas investigaram, de forma independente, as possibilidades de soluções para problemas não resolvidos com algoritmos, isto é, para problemas nos quais necessitavam identificar a melhor variável (peça) que deveria ser retirada no momento de sua jogada, analisando todas as possibilidades, relacionando-as e elaborando a síntese (decisão sobre qual peça seria retirada do tabuleiro) para solucionar o problema.

Este fato pôde ser identificado por meio da argumentação entre as duplas. Quando iniciaram um pensamento, abandonaram-no para, em seguida, o retomarem, vivenciando situações-dilemáticas subjacentes ao processo de análise na resolução desse

Flo: *Vamos pegar o 1?* [esta peça encontra-se na sétima linha do tabuleiro, contando-se de cima para baixo – figura 9].

		5				- 2	0
		0					4
		2		- 4			3
		4		- 3			- 3
		10		8		- 10	5
			*	1		- 3	- 5
		6	4	3		6	

Fig. 9 – Peças distribuídas pelo tabuleiro após algumas rodadas

Al: *E se ele pegar o - 3...* [na quarta linha do tabuleiro] *a gente pega o 2 e ele pega o 10.*

Flo: *Ué, a gente pega o 3* [na última coluna do tabuleiro, ao invés de pegar o 2 da mesma linha].

Al: *Daí ele pega o 5.*

Flo: *A gente pega o 10. Ahh! Não dá, na minha cabeça não entra tanta engenhoca não!*

Al: *E se a gente pegar o - 5?* [Sétima linha e última coluna do tabuleiro]

Flo: *Ah! Mas qualquer um que a gente pegar ele pega o 10, Al. Eu acho que o melhor é pegar o menos 3...* [na quarta linha do tabuleiro, mas se esquecem de que só podem jogar na horizontal].

Al: *Então ele pega o 2 e a gente pega o 10.*

LuAb: *Acho que vocês não estão pensando direito* [percebe-se que as alunas esquecem que só podem jogar na horizontal].

Flo: *Ele tem uma estratégia tão armada que qualquer um que a gente pegar ele consegue.*

Al: *Vamos pegar o 1.*

Flo: *Se eu pegar o 1, ele vai pegar o - 3 ou o 3. Se ele pegar o - 3* [Flo refere-se à quinta coluna do tabuleiro].

problema. Emoções, ansiedades, frustrações e certa alegria estavam presentes na situação, envolvendo as duplas integralmente no problema mantendo viva a necessidade de resolvê-lo.

Tal fato pôde ser evidenciado, quando a dupla Al e Flo ensaiou retirar a peça com o número um, abandonou tal idéia e a retomou posteriormente, após passar por outras idéias elaboradas e as abandonar.

Terminadas as peças possíveis de serem retiradas, as duplas precisaram somar os pontos para que fosse determinado o ganhador. Naquele momento, percebemos que a idéia intuitiva de adição e subtração de números positivos e negativos, por meio da linguagem natural, levou os alunos a um movimento de pensamento matemático, no qual o problema era de natureza conhecida (KALMYKOVA, 1977), reproduzindo conexões análogas a situações já vivenciadas como, por exemplo, a contagem do saldo de gols em um campeonato de futebol. Quando LuAb elaborou sua síntese, utilizou intuitivamente a propriedade do cancelamento nas operações com números inteiros: a soma de dois números opostos é nula.

O aluno LuOl pouco diferiu do pensamento elaborado por LuAb, pois o primeiro pretendeu somar todos os positivos, todos os negativos e subtrair um total do outro, não utilizando a propriedade do cancelamento de números inteiros.

A dupla Al e Flo apresentou a mesma idéia que LuOl, porém preferiu ordenar, primeiramente, as peças em grupinhos de dez (positivos ou negativos), para depois somar os seus pontos, utilizando a propriedade do cancelamento de números inteiros.

Concluindo, podemos dizer que não ficou caracterizada a situação-dilemática de resolução de problema em nenhum dos

LuOl: *A melhor estratégia que elas podem fazer é pegar o - 3 [na sétima linha do tabuleiro].*

Al: *Não!... Se a gente pegar o - 3.... [na sétima linha do tabuleiro].*

Flo: *Aí ele pega o menos 2, a gente pega o 0... [ambos na primeira linha do tabuleiro]*

Pesq: *E se ele for para o 6? [na última linha e sétima coluna do tabuleiro]. Onde vocês têm mais chances de ganhar mais pontos após algumas jogadas?*

Flo: *No um.*

Pesq: *No um? Por quê?*

Flo: *Porque um ainda é alguma coisa e ele pode pegar o... [não termina o pensamento; é interrompida por Al].*

Al: *Se ele pegar o - 3, a gente pega o 2; se ele pegar o 8, a gente pega o 4; se ele pegar o 3, a gente pega o 6 [na terceira coluna e última linha do tabuleiro], daí ele pega o 10. E a gente pega o 5.*

Após toda a discussão, a dupla opta por pegar a peça de número 1.

LuAb: *Esse três negativo com esse outro três sem sinal... um paga o outro.... dá zero.*

LuOl: *Vou somar tudo... todos os positivos, depois eu somo os negativos e subtraio.*

Al: *Faço grupinhos de 10, daí você soma tudo. Com os negativos fazemos a mesma coisa.*

Flo: *Depois subtraí os negativos dos positivos.*

três modos de contagem dos pontos obtidos, mas ficou evidente o momento de análise e de síntese do problema, mediante a identificação das variáveis.

A Matemática utilizada pelos alunos, no jogo, no momento de contagem dos pontos, apesar de não haver a situação-dilemática, foi intuitiva, ou seja, utilizaram a propriedade do cancelamento nas operações com números positivos e negativos intuitivamente, uma vez que o conceito de número inteiro ainda não havia sido trabalhado.

Podemos inferir que, neste episódio, os alunos envolveram-se integralmente nos movimentos de resolução de problema, pois a discussão que ocorria durante as jogadas caracterizou a necessidade das duplas em resolver o problema: decidir qual a melhor peça a ser retirada do tabuleiro durante as jogadas. Os momentos de resolução de problema de análise e síntese foram mais frequentes no episódio, porém foi possível percebermos a situação-dilemática presente no instante em que Al e Flo necessitavam decidir qual peça retirar do tabuleiro.

6.2.4 Impressões das discussões dos alunos

Da mesma forma como procedemos no jogo Operação Netuno, com o jogo Matix, terminada sua exploração, também foi solicitado aos grupos que elencassem aspectos positivos e negativos do jogo, registrando as sínteses das discussões em papel e entregando-as à professora-pesquisadora.

Das sínteses registradas, uma observação originada do grupo 1 (Al, Flo, LuAb e LuOl) foi a importância da utilização da análise de jogo a todo o momento da partida, sendo necessário “muita reflexão e armar estratégias para o outro pegar números baixos ou negativos, tendo que pensar tanto na sua jogada quanto na do outro”. Mediante essa observação do grupo 1, podemos inferir que o grupo foi, durante a partida, envolvido em momentos de inesperado e de situação-dilemática, pois apesar de o jogador ter que “armar estratégias para o outro pegar números baixos

ou negativos, tendo que pensar tanto na sua jogada quanto na do outro”, a jogada nem sempre voltava para si mesmo como previsto, o que caracterizava um momento de inesperado e nova situação-dilemática se configurava.

O grupo 2 (Ca, Ce, Lu e Sil) destacou ser preciso a utilização constante do cálculo mental, pois cada jogada apresentou um novo problema em movimento que pode ser solucionado de diferentes maneiras, provocando o aluno para criar formas originais de resolvê-lo (GRANDO, 2000). Este fato é possível, pois o aluno está envolvido na situação-dilemática e terá que analisar possibilidades de jogadas que podem favorecer a construção e verificação de hipóteses, as quais são marcadas pela tomada de decisões sobre a eficácia das estratégias escolhidas.

Outro aspecto assinalado pelo grupo 2 (Ca, Ce, Lu e Sil) foi o fato de ser um jogo que só apresenta números inteiros e operações simples (adição e subtração), pois “a gente só tem que somar e subtrair”. O grupo não percebeu que estava trabalhando com números positivos e negativos. A partir dessa observação registrada, evidenciamos o fato de que é possível operar com os números inteiros sem que os alunos tenham conhecimento da abordagem formal do conjunto dos números inteiros, ou seja, sem que o conceito de número inteiro tenha sido desenvolvido. Assim, os alunos trabalharam com a noção, com os elementos perceptíveis do conceito de números inteiros, utilizando a linguagem “ganhar” e “perder”.

Sobre noção, Grando (2000) afirma que esta “está relacionada à intuição, é egocêntrica e pode ser estruturada em um nível pré-conceitual do sujeito” (p.54). Assim, entendemos que o jogo Matix serviu como desencadeador para o trabalho de desenvolvimento do conceito de número inteiro.

O grupo 3 (GuiVil, Ma, Or, Vic) mencionou que, a partir da segunda rodada, “o jogo começa a ficar cansativo e que no meio do jogo é difícil saber quem está ganhando, tendo que sempre estar fazendo cálculo mental”. Com este registro, pudemos inferir que, na primeira vez que jogaram, os alunos encararam o jogo como uma situação desafiante e prazerosa e não como uma situação desinteressante. Porém, nas partidas posteriores, esses alunos encararam o jogo como uma situação desinteressante e repetitiva que necessitava de cálculo mental e atenção constante para que pudessem armar estratégias para ganhar o jogo. Para este grupo, somente a primeira partida configurou-se como uma situação-dilemática, pois nela envolveram-se integralmente. A partir da segunda partida, o grupo não sentiu a necessidade de se envolver e pouco se preocupava em elaborar estratégias para ganhar o jogo, retirando sempre peças com os

maiores valores e não se preocupando com a peça que seria colocada à disposição para a dupla adversária poder retirar, podendo esta última, assim, aumentar significativamente seus pontos. Consideramos então que, para este grupo, a partir da segunda rodada, não houve situação-dilemática, pois, diante do fato de decidir entre continuar o jogo armando estratégias para ganhá-lo e jogar aleatoriamente, o grupo escolheu a segunda opção, na qual deixou de existir maiores desafios.

Uma forma de ter evitado esse problema seria ter modificado a regra original do jogo, orientando os alunos a retirarem somente as peças que estivessem mais próximas à estrela. Dessa forma, a elaboração de estratégias ficaria mais instigante e a análise da antecipação das jogadas facilitadas para essa faixa de idade. Outra forma de tornar o jogo mais desafiador, seria ter proposto situações-problema para os jogadores, porém este não era nosso objetivo para este estudo.

6.2.5 Considerações sobre a exploração do jogo Matix

O jogo Matix é um jogo de regras e estratégias e a todo o momento os jogadores precisam analisar qual a melhor jogada a ser feita para ganhar. Segundo Corbalán (1994), jogos como este desenvolvem procedimentos típicos de resolução de problema ou formas habituais de pensamento matemático como as situações-dilemáticas, que envolvem o sujeito não só no seu intelecto, mas também em suas emoções, ansiedades, alegrias ou frustrações, ou seja, envolve a subjetividade do sujeito, além dos processos de análise e síntese, os quais ocorrem cognitivamente, mas não deixam de abranger outros aspectos do movimento subjetivo do jogador como as sensações, percepções e intuições.

Além disso, no jogo, o aluno utiliza a todo o momento a imaginação que, segundo Lanner de Moura (1995), “tem um papel importante no desenvolvimento da criança, de forma a ampliar sua capacidade humana de projetar suas experiências, de poder conceber o relato e experiências dos outros” (p.23), constituindo-se na base da atividade criadora do ser humano.

Quando orientados pedagogicamente, os jogos de regras podem favorecer o pensamento matemático e auxiliar no processo de generalização matemática, promovendo o desenvolvimento do raciocínio dos alunos, exercitando e estimulando um pensar com lógica e critério,

interpretando informações, buscando soluções, levantando hipóteses e coordenando diferentes pontos de vista (PETTY, 1995).

Os jogos de estratégias envolvem a busca de procedimentos para ganhar, são de grande importância como recurso didático e, segundo o PCN de Matemática, partem “da realização de exemplos práticos (e não da repetição de modelos de procedimentos criados por outros) que levam ao desenvolvimento de habilidades específicas para a resolução de problemas e os modos típicos do pensamento matemático” (MEC, 1998, p.47).

Ainda sobre jogos de estratégias, Grando (2000) afirma que estes propiciam:

o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas na medida em que possibilita a investigação, ou seja, a exploração do conceito através da estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada, pelo aluno, quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as a fim de vencer o jogo (p.39).

No início do jogo, os participantes deste estudo escolhiam as peças com maior valor deixando as de menor e as negativas para o final do jogo. Com isso, visavam atingir um número maior de pontos para poderem ganhar. No decorrer da partida, foram percebendo que existem outras maneiras de se obter maior número de pontos, inclusive criando "armadilhas" para o adversário. Assim, os alunos iniciaram-se no processo de análise e antecipação de jogadas, que propicia o levantamento de hipóteses, a correção de “jogadas erradas” por meio da análise da situação (KALMYKOVA, 1977).

Parafraseando Macedo (1997), antecipar significa “retirar mentalmente” peças do tabuleiro para decidir qual a melhor peça a ser capturada e garantir um número significativo de pontos, evitando deixar que o adversário, na jogada seguinte, retire do tabuleiro, uma peça com alto valor.

Pudemos notar também que a antecipação esteve presente no momento de distribuição das peças pelo tabuleiro na segunda partida, fazendo parte das estratégias de resolução de problema criadas pelos alunos, que estudavam as posições para que uma linha ou coluna não ficasse com números “grandes”, facilitando o ganho de pontos pelos jogadores. Essa observação pode ser constatada pelo depoimento registrado em áudio e transcrito a seguir:

Depois de algumas jogadas, percebi que a distribuição das peças no início do jogo é importante e durante as jogadas eu não pensava só em pegar o maior número, mas eu via qual o maior número que estava na fileira delas que elas podiam pegar de menos. Daí de vez em quando eu pegava o maior número, mas

perdia um pouco também, mas pelo menos ficava com mais. E eu previa as jogadas delas também! (Vic).

Esse aluno, pelo processo de análise, constatou que a distribuição das peças no início do jogo se faz relevante, pois não é interessante que uma coluna ou uma linha fique com várias peças de alto valor. Outra observação interessante do aluno é a constatação de que não se deve pensar somente em pegar o maior número, mas também analisar como poderá ser a próxima jogada do adversário e tentar prever como o jogo voltará para si. Nesse caso, percebemos que o processo de análise feito pelo aluno levou-o a elaborar uma síntese para o problema, ou seja, há a necessidade de uma preocupação com a distribuição das peças no início da partida e de prever jogadas futuras.

Mediante a exploração desse jogo, pudemos trabalhar com cálculo mental, favorecendo a construção de procedimentos pessoais, na qual o aluno pôde expor seu lado criativo, ou seja, definir procedimentos próprios para solucionar um problema de jogo, além do cálculo mental facilitar a compreensão das regras que determinam os algoritmos do cálculo escrito, como afirma Grando (2000).

Foi possível percebermos, nesse jogo, a utilização por parte dos alunos da idéia intuitiva de adição e subtração de números inteiros, o que pode facilitar a aprendizagem da sistematização e formalização matemática das operações referentes a este conjunto de números. Esse jogo revelou um potencial desencadeador de aprendizagem para este grupo de alunos.

Ao final dessa sessão de intervenção, ao pedir que os grupos contassem as peças a fim de guardá-las, um aluno respondeu: “Não precisa contar, se você colocar as peças em cima do tabuleiro e não faltar nenhuma significa que está certa a quantidade de peças”. Fica evidente a utilização da operação mental da correspondência biunívoca para o controle da quantidade de peças do tabuleiro.

Podemos verificar, nessa forma de proceder do aluno, que o raciocínio biunívoco antecipado por ele é extraído de uma observação visual do jogo. Do ponto de vista metodológico, esse raciocínio mostra as possibilidades desencadeadoras dos jogos para um conceito matemático (MOURA, 1992).

Segundo Caraça (2000), a correspondência biunívoca ou correspondência um-a-um é a operação de fazer corresponder a cada objeto da coleção um número natural, sendo uma das

idéias mais importantes e utilizadas constantemente pelos sujeitos, constituindo-se em uma das idéias básicas da Matemática, servindo como controle de quantidades.

6.3 Jogo da velha 3D manipulativo

Ao selecionarmos o Jogo da Velha 3D manipulativo para este estudo, tivemos como objetivo identificar habilidades como antecipação, análise de possibilidades e previsão de jogadas próprias e do adversário e elaboração de processos de resolução de problemas utilizados nas situações de jogo pelos alunos, além de levá-los a identificar e relacionar as variáveis necessárias à resolução de problemas encontrados durante o jogo.

6.3.1 Descrição do jogo

O Jogo da Velha tradicional é jogado em um tabuleiro quadriculado com 9 casas, dispostas em 3 linhas e 3 colunas, onde dois jogadores alternam marcações de casas no tabuleiro, sendo vencedor aquele que marcar primeiro uma trilha de casas na vertical, na horizontal ou na diagonal.

O Jogo da Velha 3D⁵¹ (figura 10) compõe-se por uma base de madeira ou isopor com 16 orifícios, 16 palitos e 64 peças (32 de uma cor e 32 de outra). O objetivo do jogador é colocar quatro peças em seqüência no sentido horizontal, vertical ou diagonal, sendo todas em um nível ou uma peça em cada um dos quatro níveis possíveis. Neste jogo, podem ser exploradas estratégias de antecipação de jogadas - estimulando a reflexão -, o raciocínio lógico matemático e a noção de coordenadas espaciais.

⁵¹ Este jogo também pode ser encontrado com o nome de Ta-te-top.

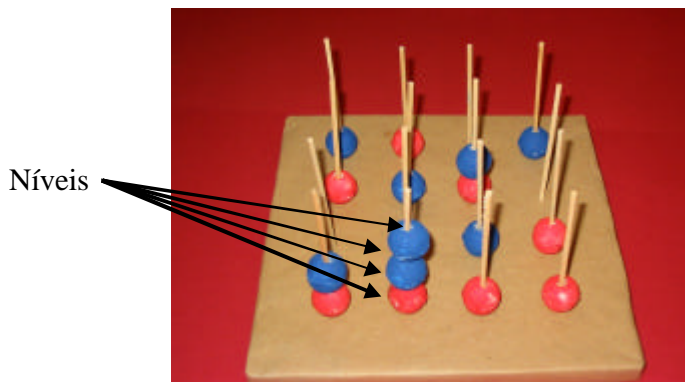


Fig. 10 - Jogo da Velha 3D manipulativo

Para melhor entendimento do jogo, descrevemos suas regras:

1. Escolhidas as cores pertencentes a cada jogador, estes jogam alternadamente escolhendo um palito, vazio ou não, para colocar sua peça.
2. Há quatro níveis para ganhar o Jogo da Velha 3D:
 - 4 peças de mesma cor alinhadas horizontalmente ou verticalmente (figura 11).

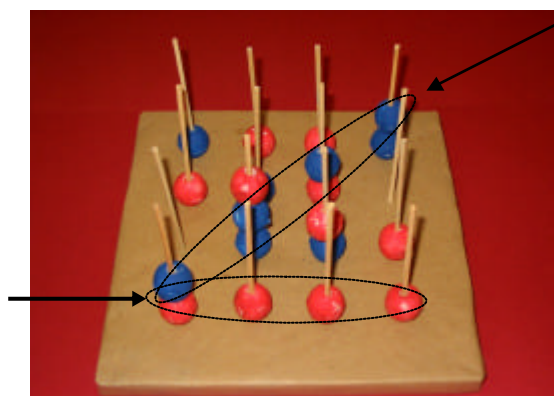


Fig. 11 – Peças vermelhas alinhadas na horizontal e peças azuis em diagonal, todas ocupando o segundo nível

- 4 peças de uma mesma cor em diagonal, mas **todas** ocupando o primeiro, ou o segundo, ou o terceiro ou o quarto nível, em palitos diferentes (figura 11).
- 4 peças de uma mesma cor em um só palito (figura 12).

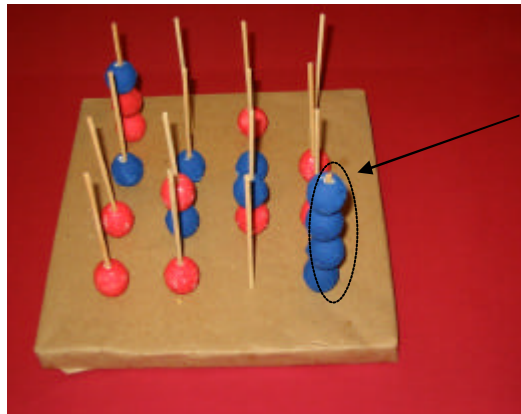


Fig. 12 - Peças azuis em um só palito

- 4 peças em diagonal e de uma mesma cor. Nesse caso, uma das peças ocupará o quarto nível de um palito, outra peça ocupará o terceiro nível de um outro palito, outra peça ocupará o segundo nível de um outro palito e outra peça ocupará o primeiro nível de outro palito ou, vice-versa (figura 13).

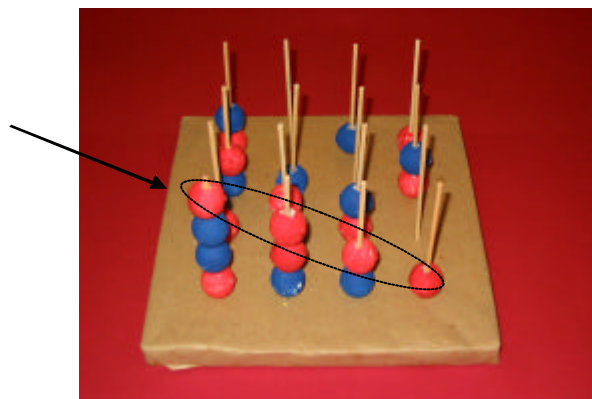


Fig. 13 – Peças vermelhas em diagonal, ocupando diferentes níveis

3. O jogo continua até que um dos jogadores consiga fazer uma linha reta de quatro peças, segundo as posições acima descritas e, desse modo, ganhar a partida.

6.3.2 Momentos de aplicação do jogo

O jogo da Velha 3D manipulativo foi o quarto jogo aplicado. Utilizamos um tabuleiro de isopor, palitos e peças nas cores vermelhas e azuis. Os grupos jogaram dois contra dois, de modo

que os parceiros deveriam concordar com a jogada a ser realizada. Assim como no jogo Matix, com este, também foi realizada uma só sessão de intervenção no dia 04/06/2002, no período de duas horas-aula.

Dos episódios registrados, selecionamos dois deles para análise neste estudo, os quais apresentamos abaixo.

6.3.3 Episódio 1 - Análise e previsão de jogadas

Na atividade relativa a este episódio o grupo 3 (GuiVil, Ma, Or e Vic) dividiu-se formando as duplas: Vic e GuiVil jogaram com as peças azuis e Mar e Or jogaram com as vermelhas.

Com a jogada sugerida por Or, ficaram abertas duas possibilidades para que Or e Mar vencessem a partida. Uma das possibilidades foi, na próxima jogada, colocar uma peça vermelha no primeiro palito, da esquerda para a direita, ficando uma peça vermelha no quarto nível, outra no terceiro nível, outra no segundo nível e completando com outra peça vermelha no primeiro nível (figura 14). Outra possibilidade de vencer a partida foi, na próxima jogada, colocar uma peça no quarto nível do segundo palito da esquerda para a direita (figura 14). No entanto, a dupla não conseguiu antecipar essas jogadas naquele momento. A única preocupação da dupla era a de bloquear os adversários.

A discussão que foi gerada durante o jogo demonstra o processo de análise em que os alunos se encontravam, ao inquietarem-se com a percepção da necessidade, explicitada em forma de um problema: o de encontrar um “local adequado” para colocar suas peças e bloquear a vitória do adversário. Em outras palavras, as duplas necessitavam de coordenar as variáveis do jogo (peças, palitos, posições), a fim de encontrar uma solução para ganharem a partida.

Or: *A gente tem que pôr aqui senão eles ganham. É a melhor opção senão eles vão colocar ali e fazer ponto! Se a gente não colocar aqui, eles vão ganhar! Se a gente não põe aqui, eles põem e fazem uma fileira!* [A aluna mostra o terceiro nível dos quatro palitos na borda do tabuleiro, no qual só falta uma peça azul para que os meninos completem a sequência de quatro peças azuis no terceiro nível, conforme a figura 14].

Mar: *É verdade!* [Mar coloca a peça vermelha no local indicado pela parceira].

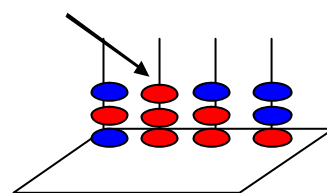


Fig. 14 – Impedindo a jogada

Vic: *Oh! Seu eu não puser aqui ela vem e põe aqui, oh!* [Vic mostra na borda do tabuleiro um palito com três peças vermelhas e sente a necessidade de colocar a peça azul no quarto nível para impedir que as meninas completem com a quarta peça e ganhem a partida - figura 14].

Pesq: *O trabalho de vocês agora é só bloquear os meninos?*

A necessidade, ao ser explicitada em forma de problema, veio acompanhada de um conjunto de ações que foram analisadas para tornar a situação conhecida e propiciar as duplas a buscar por uma síntese. Dessa forma, cada dupla procurou analisar a situação de jogo, procurando elaborar a melhor síntese e poder vencer a partida.

Percebemos ainda que a antecipação das jogadas não foi realizada pela dupla Or e Mar, pois procurava analisar as jogadas da dupla adversária e não se preocupava com as próprias. Podemos até inferir que esta dupla “armou” as duas possibilidades de vencer o jogo, aleatoriamente.

Para a dupla Or e Mar, o diálogo constituiu-se elemento indispensável para que, a partir do sentido próprio que cada um atribuía à situação, pudessem chegar a um consenso e tomar uma decisão conjunta.

É evidente o fato de que, quando cada aluno atribui, inicialmente, um sentido próprio à situação e discute com o colega, isso faz com que ambos consigam elaborar um significado comum que será constatado ou refutado por meio da análise, encaminhando a discussão para a elaboração da síntese do problema.

Um outro aspecto observado foi em relação ao fato de que este jogo requer reflexão e (re)construção de estratégias, constantemente, pois o jogador precisa estar atento às possíveis soluções da partida, necessitando de levantar hipóteses e abstrair jogadas, a fim de manter relações entre as diversas peças distribuídas pelo tabuleiro e as próximas a serem colocadas.

Podemos dizer que, neste episódio, não houve situação-dilemática para a dupla Or e Mar, mas o pensamento de resolução de problema de análise e síntese estiveram presentes durante todo o processo de análise do jogo.

Or: Não, temos que tentar também fazer o nosso.

Mar: Estou pensando...

Vic: Elas têm que pensar em uma estratégia!

Mar: Quando faz escada assim, você pode ganhar...? Oh! Porque a gente podia colocar essa aqui [As meninas percebem a possibilidade de ganharem colocando no quarto nível do primeiro palito da esquerda para a direita e o fazem – figura 15].

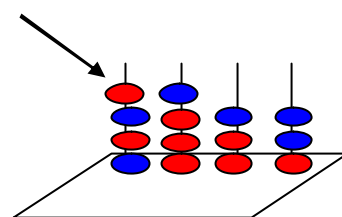


Fig. 15 – Vencendo a partida

6.3.4 Impressões das discussões dos alunos

Ao descreverem os pontos positivos, os grupos mencionaram que este é um jogo onde a análise e previsão das jogadas do adversário e as próprias são fundamentais para a elaboração de estratégias para o próprio jogo. Além disso, a noção geométrica espacial está constantemente presente, pois o jogador precisa, a todo o momento, localizar-se diante do tabuleiro para ter melhor visualização do jogo como um todo.

Mediante os depoimentos dos alunos, percebemos que o momento de análise, neste jogo, é predominante, pois em um primeiro momento, as duplas não conseguiam coordenar e relacionar todas as regras do jogo para poder encontrar a melhor estratégia de jogo. Podemos evidenciar este fato nos depoimentos abaixo:

Apesar de eu e minha dupla termos perdido três vezes seguidas, achei o jogo muito interessante. Mas o outro grupo tinha uma estratégia na cabeça muito clara e aí, só no final, que fomos percebendo o que ia acontecendo. A gente também se esqueceu de regras muito importantes. Eu lembrei, mas minha dupla não lembrou que podia fazer escadinha⁵². Para a matemática, esse jogo tem estratégia, lógica, noção espacial. Você tem que controlar de uma certa forma o seu jogo e do outro para você poder ganhar, porque senão enquanto você se preocupa com o seu, eles podem fazer uma jogada (Flo).

A gente gostou porque você tem que pensar em tudo ao mesmo tempo e aí você demora pra jogar e ficam cobrando a sua jogada. A gente começava colocando em pontos estratégicos, depois a gente ia armando várias jogadas para faltar só uma peça para gente colocar, porque se eles impedissem uma jogada nossa, a gente já tinha outra pra fazer (Lu).

Neste último depoimento, fica evidente a necessidade constante de análises e a percepção da necessidade da elaboração de estratégias pela aluna, ao se referir ao fato de “armar” vários caminhos possíveis e conservá-los em pensamento a fim de otimizar, ao menos uma das possibilidades elaboradas. Assim, quando o adversário impede uma das jogadas planejadas, o jogador não necessariamente, volta a vivenciar a situação-dilemática, pois outras jogadas já haviam sido “armadas”, levando a dupla a poder resolver o problema: ganhar o jogo.

⁵² A aluna se referia à disposição das peças como mostrado na figura 13.

6.3.5 Considerações sobre a exploração do Jogo da Velha 3D manipulativo

Ao propor o Jogo da Velha 3D manipulativo, não tínhamos como pretensão dar ênfase a um conteúdo matemático, mas sim analisar o movimento de pensamento que contribui para a resolução de problema, ou seja, se a vivência da situação-dilemática, pelos alunos, estaria presente nas jogadas. Nesse jogo, os alunos sentiram a necessidade de resolver uma situação – vencer o jogo. Assim, envolveram-se no jogo, discutiram entre as duplas, analisaram as várias possibilidades existentes de se fazer a Velha e buscaram um significado consensual sobre qual seria a melhor jogada para cada momento.

Durante todo o jogo, os alunos buscaram resolver o problema de forma lúdica, aliando a este fato as maneiras de se orientar e socializar suas emoções e sensações.

Em todos os grupos, as discussões em relação à decisão sobre o local mais adequado para que a peça fosse colocada foi constante, o que possibilitou interação, cooperação e colaboração entre os companheiros de duplas.

Apenas um aluno (GuiVit⁵³) não conseguia analisar o jogo da dupla adversária, centrando-se somente no próprio jogo. Mesmo assim, centrava-se em apenas uma direção para fazer a velha, não coordenando direções e não conseguindo visualizar outras possibilidades, mesmo com a ajuda de sua dupla.

A tendência a centrar-se em uma só relação, uma só direção – horizontal ou vertical, da esquerda para a direita ou vice-versa ou ainda em diagonal – é uma característica do pensamento infantil que não consegue coordenar várias informações ao mesmo tempo (GOÑI, 1987) e para essa faixa etária (11-12 anos), essa situação deveria estar melhor elaborada. Em outra palavras, nessa faixa de idade, os alunos deveriam procurar estabelecer relações entre informações e variáveis de um problema e não se prenderem a uma só variável.

Dos jogos explorados, o Jogo da Velha 3D manipulativo foi o que os alunos mais gostaram, deixando bastante explícito este fato em seus depoimentos após o jogo e não demonstrando cansaço e desinteresse após várias partidas seguidas. Além disso, com exceção de uma dupla, as outras procuravam analisar o jogo da dupla adversária e elaboraram estratégias para que pudessem melhor colocar suas peças, visando alcançar a otimização da estratégia de solução para a partida.

6.4 Jogo da Velha 3D computacional⁵⁴

A utilização deste jogo teve como objetivo proporcionar aos alunos a comparação entre as versões manipulativa e computacional do jogo da Velha 3D e, à professora-pesquisadora, a comparação dos processos de resolução de problema em um e em outro ambiente do mesmo jogo.

6.4.1 Descrição do jogo

O Jogo da Velha 3D computacional (figura 16) apresenta as mesmas regras que o jogo da Velha 3D descrito anteriormente, ou seja, o jogador deve colocar quatro peças em seqüência no sentido horizontal, vertical ou diagonal, sendo todas em um nível ou uma peça em cada uma dos quatro níveis possíveis. Porém, o jogador tem como adversário o computador. Habilidades como antecipação de jogadas, reflexões sobre as jogadas realizadas, raciocínio lógico matemático e noção geométrica espacial a todo o momento são utilizados durante o jogo, além dos processos de análise e síntese da situação no momento em que o jogador resolve em que local colocar sua peça (bolinha).

Na figura abaixo, estão destacadas as barras de rolagens e os quatro níveis nos quais podem ser colocadas as peças pelos jogadores. Nesta situação, as peças vermelhas são colocadas pelo computador e as azuis colocadas pelo jogador.

⁵³ Este aluno fazia parte de um grupo do qual não foi selecionado nenhum episódio para análise, mas julgamos válido acrescentarmos no texto tal observação.

⁵⁴ CD-ROM FÁCIL Nº 24 - Distribuição: Europa Multimedia. 2001. Fabricado por Sonopress®. Indústria Brasileira. Editora Europa. E-mail: cd-rom.facil@europenet.com.br.

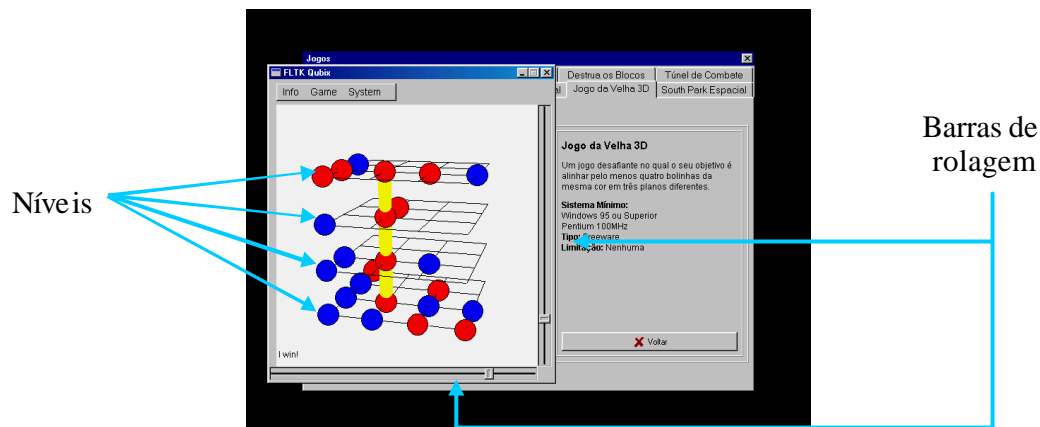


Fig. 16 - Jogo da Velha 3D Computacional

6.4.2 Momentos da aplicação do jogo

Para este jogo, cada dupla sentou-se frente a um computador. Assim, jogou dupla versus máquina. Os alunos iniciaram a partida do Jogo da Velha 3D computacional entusiasmados, pois na intervenção anterior haviam jogado o Jogo da Velha 3D manipulativo e teceram elogios a ele. No entanto, ao explorarem o Jogo da Velha 3D computacional perceberam que o computador sempre ganhava, o que fez com que se irritassem e o jogo logo perdesse o encanto, como pode ser observado por meio dos depoimentos registrados em áudio, apresentados a seguir:

O que eu achei chato no jogo da Velha 3D computacional é que você joga contra o computador e então não tinha como enganar o computador ou bolar uma tática porque o computador sempre punha num lugar que você esperava que ele não pusesse e ele te enganava porque ele tinha uma visibilidade melhor que a sua. Você tinha que observar bastante para entender o que o computador tinha feito (Lu).

6.4.3 Episódio 1⁵⁵ - Análise de jogadas próprias e do adversário

Para esta atividade de exploração de jogo no computador, Mar e Or jogaram com as peças azuis e iniciaram a partida.

É interessante notar, nessa discussão, que Or considerava que o computador sempre jogava corretamente e

Or: *Porque ele pôs ali, se não vai impedir a gente de nada. Espera. Pode ser uma peça solta essa e ele tá tentando enganar a gente!* [peça

⁵⁵ Ocorrido em 11/06/2002.

que não cometia deslize algum. Esta consideração fez com que se preocupasse mais em analisar as jogadas do computador, para aprender com elas e tentar prever as próximas, além de compreender a estratégia que estava sendo usada, do que uma preocupação com suas próprias jogadas e antecipações das mesmas. Isso representou um momento de análise mais depurada propiciada pelo jogo no computador.

Mediante as análises que Or foi realizando a partir das jogadas do programa, naquele momento, pareceu deixar de vivenciar a situação-dilemática, analisando o jogo, elaborando a estratégia do jogo em seu pensamento e verbalizando-a. Pudemos perceber este fato, por meio do sentido próprio que foi atribuindo à situação, mesmo não se atendo às próprias jogadas e não “dando ouvidos” à colega de dupla, organizando logicamente suas idéias, entendendo, sentindo a necessidade e sintetizando que a estratégia do jogo consistia em armar, ao mesmo tempo, várias possibilidades para vencer, podendo efetivar uma delas, resolvendo assim, o problema.

Analisando a discussão da dupla, parece-nos que para Or, a situação de jogo foi uma situação-dilemática, o que não ocorreu para Mar que pouco se envolveu na situação, deixando também, as análises de jogada para que Or determinasse qual seria a melhor.

Apesar de todo planejamento, análise e estratégias utilizadas pela dupla, o programa venceu a partida, conseguindo uma seqüência na vertical, à direita (peças vermelhas na figura 18).

vermelha identificada como ‘a’, na figura 17].

Mar: *É... mas pode não ser.*

Or: *Vamos colocar aqui por que a gente pode fazer na diagonal* (peça azul indicada pela seta na figura 17).

Mar: *É...*

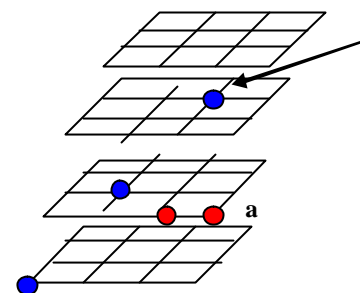


Fig. 17 – Localização da peça “a” e tentativa de “armar” uma jogada

Or: *Olha... vamos confundir ele... porque ele vai pensar que é aqui [na diagonal, canto superior direito].*

O computador coloca uma peça vermelha no canto superior direito, na diagonal [figura 17].

Or: *Viu!!! Só que o meu plano é fazer na horizontal. Vamos confundindo ele também. O jeito desse jogo é enganar, mas o computador não se engana. Você precisa fazer uma jogada que confunda o outro, mas ele não se confunde!*

Mar: *Podemos colocar aqui, aqui, aqui também. Há vários lugares para a gente colocar.*

Or: *É, só que ele é muito confuso, eu não estou gostando disso. Porque a gente não consegue enganar ele. Ele consegue enganar a gente porque põe um aqui outro ali... Mar entendi agora qual é a tática dele. A gente tá tentando uma jogada de quatro [peças] de cada vez. Ele [o computador] tá colocando uma aqui outra ali, outra ali e armando três de uma vez. Enquanto a gente tenta entender uma, ele tá fazendo a outra!! Ai não acredito nisso. A gente tem que armar duas.... duas... duas, entendeu? Então a gente tem que fazer umas três jogadas incompletas, porque*

enquanto ele tenta desvendar uma... a gente tá fazendo a outra.

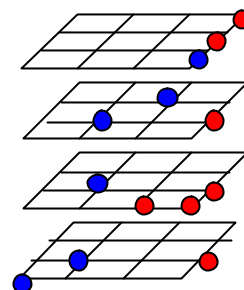


Fig. 18 – Última peça colocada pelas alunas e vitória do computador

6.4.4 Impressões das discussões dos alunos

Nas análises realizadas pelos grupos, após a exploração deste jogo, evidenciamos a insatisfação que sentiram, ao perceberem que o programa sempre ganhava e que a noção de espaço que tinham pela tela do computador não era real; ou seja, na tela, existia uma representação espacial e as linhas que compunham o espaço de jogo os confundiam. Este fato propiciava uma “má visibilidade” das jogadas - ao contrário do Jogo da Velha 3D manipulativo - apesar de haver a possibilidade de girar o tabuleiro na tela do computador. Esses elementos apontados pelos grupos podem ser claramente percebidos com as falas dos participantes, gravadas em áudio, que apresentamos abaixo:

Você tinha que ficar girando a figura na tela, fazendo o maior malabarismo para conseguir colocar a pecinha no lugar certo! (Al).

O jogo da Velha no computador é pior que o manipulativo porque você não tem a noção... você confunde um lugar com outro. No manipulativo você pode ver com mais clareza onde eles estão. O computador não errava nunca... a gente cometia muitos erros... enquanto que ele era perfeito e a gente nunca podia ganhar! (Flo).

Um aspecto interessante na fala de Flo é sua concepção sobre a “perfeição” do computador. Para ela, o computador não sendo um adversário humano, tem menores chances de executar uma jogada errada e perder o jogo. Para muitas pessoas, o computador é uma máquina que não comete erros. Porém, essas pessoas se esquecem de que é o pensamento humano que cria e ordena todos os comandos para que a máquina apenas os execute.

Podemos dizer que a virtualidade do jogo computacional criou para os alunos um contexto que exigia um raciocínio mais elaborado, pois eles precisaram imaginar a posição correta da peça, ou seja, ao manipular as peças pelo computador, estavam trabalhando conceitos espaciais e só recebiam como “feedback” a representação plana do cenário do jogo. Assim, a virtualidade do contexto exigia que os alunos (re)elaborassem as suas decisões e imaginassem as posições corretas, levando-os a um processo de pensamento mais complexo, que o contexto do Jogo da Velha 3D manipulativo.

Apesar de toda a insatisfação já mencionada, os grupos levantaram alguns pontos que chamaram de pontos positivos do jogo, tais quais elaboração de estratégias, pensar nas jogadas adversárias observando as táticas do computador, muita atenção durante toda a partida e “*noção espacial bastante apurada*”, ou seja, no Jogo da Velha 3D computacional, a noção espacial tem que ser muito bem desenvolvida para que o jogador possa entender como ele e o computador estão colocando as peças.

6.4.5 Considerações sobre a exploração do Jogo da Velha 3D computacional

Mediante as análises realizadas, podemos inferir que a situação virtual do jogo computacional ofereceu uma dificuldade de percepção espacial maior daquela exigida na realização do jogo manipulativo no espaço real. Na situação virtual, temos três dimensões espaciais representadas no plano da tela do computador e, ao se trabalhar com o mouse, precisamos percorrer um plano e não o espaço. Este fato exige um raciocínio mais elaborado dos alunos, pois estes precisam imaginar a posição correta para a colocação da peça, ou seja, trabalham noções espaciais e só recebem como “feedback” a representação plana do cenário do jogo. As abstrações espaciais exigidas pelo jogo computacional, não são necessárias para efetuarlas no jogo manipulativo.

Em nossa análise, percebemos que tanto no Jogo da Velha 3D manipulativo quanto computacional, os alunos deparavam-se com situações de hesitações e dúvidas, vivenciando um momento de situação-dilemática. Essa vivência fez com que os alunos sentissem a necessidade de analisar as situações para poderem prever e antecipar jogadas, levantar hipóteses, relacionar estratégias elaboradas no jogo manipulativo com o computacional, para só então, sintetizarem qual a jogada a ser realizada em cada situação, para que buscassem resolver o problema.

Acreditamos que a previsão, a antecipação, a elaboração de estratégias e a análise das possíveis jogadas são formas de raciocínios que podem configurar uma situação-dilemática.

É importante que o professor tenha presente que esse processo não pode ser interrompido, ou suplantado pela sua correção antecipando ao aluno a resposta correta. Entendemos que a mediação realizada pela professora-pesquisadora, durante a exploração de outros jogos utilizados durante este estudo, auxiliou esses alunos no trabalho de resolução de problema em sala de aula, pois passaram a elaborar, criar, analisar e testar as hipóteses encontradas e constatar sua veracidade ou não, de uma forma lúdica e interativa.

Além das habilidades necessárias à Matemática já detectadas na exploração dos outros jogos, a necessidade de discussão, colaboração e interação entre as duplas foram aspectos constantemente observados durante a exploração desse jogo pelos grupos ao realizarem suas jogadas. Nas situações de jogo onde a discussão tem espaço, o aluno pode confrontar seu pensamento e ações com os dos colegas, pode levantar hipóteses e enfrentar o erro de maneira construtiva. Tais aspectos constituem-se elementos fundamentais para a aprendizagem e desenvolvimento do sujeito, bem como para seu convívio em sociedade.

Além das habilidades já mencionadas, foi possível explorarmos, nesses dois últimos jogos analisados, noções matemáticas como rotação, linhas diagonais, paralelas e perpendiculares à medida que os alunos jogavam.

6.5 Algumas considerações sobre a exploração de jogos matemáticos no processo de ensino e aprendizagem

Na análise dos jogos explorados, encontramos os momentos de situação-dilemática, análise e síntese do problema, discutidos no corpo teórico deste estudo. Nesses momentos, o aluno ao se deparar com as situações, atribui a elas um sentido próprio e, quando em discussão com o grupo necessita de encontrar um significado comum para resolvê-las. Assim, podemos perceber como o aluno se porta ao jogar e quais elementos da resolução de problema estão presentes no ato de jogar.

Além disso, a exploração desses jogos ofereceu aos alunos a experimentação de situações nas quais, a partir da discussão e registro dos grupos, pudessem elencar, mesmo que intuitivamente, elementos para a criação e construção dos próprios jogos computacionais. Nos

registros escritos dos alunos, esses elementos apresentaram-se como: “O jogo que vamos criar terá lógica, matemática e é no computador, o jogo Operação Netuno tem tudo isso”, “O jogo Operação Netuno tem uma história, o nosso provavelmente também terá”, “O nosso jogo terá números e estratégias, como no jogo Matix”, “Nosso jogo vai envolver muita lógica, como o Jogo da Velha 3D manipulativo”.

Os movimentos de pensamento matemático de resolução de problema – situação-dilemática, análise e síntese – se processaram nos momentos de jogo dos alunos, podendo ser evidenciado, principalmente, no episódio do jogo Matix que, por meio do movimento de análise e síntese, chegaram à resolução do problema de jogo.

É evidente que não podemos afirmar que todos os alunos envolveram-se nesses movimentos de forma integral, mas as discussões que ocorriam nos grupos permitiram a manifestação dos movimentos de pensamento. É interessante perceber que os movimentos de pensamento vão sendo incorporados por outros integrantes do grupo, a argumentação de um é re-elaborada e complementada por outro aluno em momentos diferentes.

Algumas vezes, como na situação do Jogo da Velha 3D computacional, Or estava envolvida de tal forma que não conseguia ouvir o que sua colega de dupla lhe dizia. Esse contexto demonstra claramente a situação-dilemática que a aluna estava envolvida, na qual sentia a necessidade de resolvê-lo, atribuindo sentidos próprios à situação, estabelecendo relações analíticas com outras jogadas já realizadas por ela mesma e/ou pelo computador para que pudesse escolher a melhor possibilidade de jogar e ganhar a partida, mesmo que esta não fosse a mais eficaz para o momento.

Evidenciamos então que, para se resolver um problema, é importante que o aluno sinta uma necessidade intrínseca que o envolva na situação. Essa necessidade faz com que ele dialogue com a situação, atribua-lhe sentidos próprios, organize esses sentidos logicamente, analise-os e os sintetize em um significado que leve à resolução do problema.

Mediante as análises processadas até o momento, passamos a discutir o movimento de pensamento matemático de resolução de problema na situação de criação e construção de jogos computacionais.

CAPÍTULO VII

ANÁLISE DA CRIAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE JOGOS COMPUTACIONAIS

Não há homens mais inteligentes do que aqueles que são capazes de inventar jogos.

Leibniz

Winnicott (1975) defende que, no brincar, crianças, adolescentes e até mesmo adultos conseguem explorar sua capacidade de criação. A literatura tende ao consenso de que, no jogo, tal criação se faz possível uma vez que, ao criar um jogo, todo o poder de criação e imaginação do aluno se faz presente e necessário.

Esta pesquisa desenvolve a idéia de que a criança, ao se deparar com situações-problema, ao jogar e ao criar um jogo computacional, pode vivenciar situações-dilemáticas e processos de análises e sínteses.

A nova característica que a interface com o computador introduz, no processo de aprendizagem pela resolução de problema, relativamente à criação e construção de um jogo computacional, é potencializar a capacidade de resolver desafios pelo caráter dinâmico das variáveis que se colocam nesta ação; ao mesmo tempo, há maior motivação para os alunos, denotada pelo fato de que vão diretamente aos problemas, podendo concentrar suas atenções na criação e construção do jogo.

O fascínio pela máquina gera a concentração do aluno para o que está realizando. Na máquina, a criança precisa utilizar sua perspicácia e agilidade para se concentrar no problema, reunir as variáveis oferecidas pela situação e pela máquina, onde as variáveis estão reunidas, fazendo com que o aluno não se disperse como ocorre no ambiente da sala de aula, onde as variáveis estão dispersas.

Para os alunos participantes deste estudo, que são envolvidos, de modo integral, nas situações que se desencadeiam durante a criação de um jogo computacional, todo o processo percorrido por eles se constitui de inesperados de diferentes naturezas. Lembramos que o momento do inesperado "se manifesta como problema se a necessidade por ele imposta ascender

ao plano do consciente" (MOISÉS, 1999, p.109), isto é, se o aluno mobilizar seu pensamento para resolver o problema, entendemos que se encontra diante da necessidade de resolvê-lo.

No caso desta pesquisa, o primeiro inesperado refere-se ao uso da máquina, o qual impõe limites diferentes daqueles impostos pelo lápis e papel; porém, ao mesmo tempo, dinamiza a relação entre diferentes variáveis de imagem, som, visão espacial, movimentos, dentre outras. Ao mesmo tempo, a dinâmica da máquina impõe rapidez nas escolhas e domínio das variáveis o que requer do aluno concentração. Desse ponto de vista, observa-se o que chamamos de o fascínio da máquina sobre o aluno e que, na acepção da pedagogia, podemos chamar de motivação para resolver a atividade proposta, o que pode ser gerador de uma necessidade para o aluno.

Outros inesperados que surgiram, tanto para a professora-pesquisadora quanto para os alunos consistiram em: Qual software usar? Qual jogo criar? Quais conceitos matemáticos envolver? dentre outros.

Nesse capítulo, analisaremos episódios selecionados do processo de criação e construção do jogo computacional, procurando compreender o envolvimento do aluno na resolução dos problemas que surgem durante este processo. Para construir essa compreensão, utilizamos como categorias de análise a **caracterização do inesperado, o estabelecimento da necessidade, a caracterização da situação-dilemática**, que se manifesta, sobretudo, por movimentos de hesitação e dúvida e a **caracterização do pensamento de análise e síntese**, como meio de compreender os movimentos do aluno, desde suas sensações e emoções diante dos inesperados, que lhe ocorram ao criar o jogo computacional.

Como no capítulo VI, organizamos o texto em uma configuração, de modo que os episódios estão indicados à direita do texto da análise correspondente. Esses estão organizados, neste capítulo, da seguinte forma:

7.1 Episódio 1 – Decidindo qual jogo criar

7.2 Episódio 2 – Criando uma fase e um problema para o jogo

7.3 Episódio 3 – Elaborando um problema com incógnitas

7.4 Episódio 4 – Utilizando o pensamento de análise na criação de uma fase do jogo

7.1 Episódio 1⁵⁶ - Decidindo qual jogo criar

Na atividade relativa a este episódio, o grupo 3 (GuiVil, Mar, Or e Vic) teve como objetivo planejar o jogo que seria criado. Assim, os quatro integrantes desse grupo procuraram criar personagens atribuindo-lhes características de acordo com suas preferências pessoais⁵⁷: Mar gosta de dançar; Vic gosta de bicicleta e participa de campeonatos de *bicicross*; Or gosta de ginástica e GuiVil gosta de computadores.

No início da discussão, percebemos que a concepção de problema para Or era algo que poderia ser resolvido por meio da lógica ou de estratégias e, não necessariamente, algo a ser resolvido com um algoritmo. A colega de grupo Mar pareceu relacionar a expressão “lógica” como a “ligação” da Matemática com o jogo e entender que situações que apresentam raciocínio lógico estão ligadas à Matemática. Além disso, pareceu-nos que Mar concordava com a concepção de Or sobre problema.

Apesar das alunas estarem em uma situação de hesitação e dúvida, na qual o problema maior era a criação de um jogo que tivesse Matemática, pudemos considerar que a discussão realizada pela dupla demonstrou o desenvolvimento do pensamento de análise e síntese, onde a síntese elaborada foi a de Mar que, ao concordar com Or, entendeu que para envolver matemática no jogo seria suficiente incluir nele uma situação de lógica. A síntese de Mar parece ter resolvido a situação-dilemática da dupla.

As alunas buscaram referências para a criação e construção de seu jogo em um dos jogos explorados anteriormente, o Operação Netuno, no qual também existiam

Or: *O jogo tem que ter fases e não necessariamente contas. Porque a ligação da matemática com esse jogo pode ser a estratégia e não uma conta.*

Mar: *Podia depender do... da situação ... uma lógica.*

Or: *Às vezes, dependendo da fase, você tem que encontrar como andar naquele lugar ou encontrar um lugar para se proteger.*

⁵⁶ Este episódio ocorreu no Grupo 3, no dia 17/09/2002.

⁵⁷ A preferências pessoais foram verbalizadas pelos alunos e gravadas em áudio.

fases para serem ultrapassadas. Como vimos anteriormente, houve um acordo entre Or e Mar de que um jogo, para ter ligação com a Matemática pode simplesmente exigir uma “lógica” e que para superar dificuldades de uma fase para a outra do jogo, é necessário utiliza-la.

A sugestão de Vic passou a envolver o grupo de modo integral, ou seja, todos participaram da discussão com suas opiniões e preferências pessoais. Vic pareceu ter criado um motivo comum e aglutinador da diversidade de sugestões. Movidos pela proposta do colega, sugerem que uma fase pode ser no mar, outra na floresta, outra com motocross ou ainda de bicicleta. Constituir o cenário do jogo com objetos de sua preferência criou, inevitavelmente, um envolvimento afetivo de cada um e, por conseguinte, do grupo com a construção do próprio jogo. Este envolvimento denotou a necessidade de chegar a uma síntese única para se conseguir criar o jogo. A sugestão de Vic reorientou a discussão e a situação-dilemática em que o grupo se encontrava se dissolveu dando espaço para a análise organizada da solução do cenário.

À medida que criavam seus personagens, estabeleciam com eles uma relação afetiva, como por exemplo, de solidariedade com o avô, propondo que, no contexto do jogo, o avô dos Etezinhas estivesse doente e, para curá-lo, eles precisavam encontrar uma poção mágica. Essa aluna (Mar) transferiu uma situação real para uma situação irreal de jogo.

No entanto, a questão sobre qual a relação da Matemática com o jogo ainda permanecia, demonstrando que Or, ainda, permanecia numa situação-dilemática a este respeito.

Durante o planejamento do jogo, sentimentos e preferências pessoais virem à tona, com idéias férteis e desorganizadas, envolvendo os alunos num processo de

Vic: *Eu acho que não devíamos fazer um jogo de guerra e sim de paz. Um jogo de carro, de motocross, de bicicleta...*

Mar: *Eu acho que jogo legal é em mar, ou em floresta, ou em Universo com extra-terrestre.*

GuiVil: *E se cada um fizer uma fase com sua especialidade?*

Vic: *Poderia ter várias fases de várias coisas. Uma fase no mar, uma fase na floresta, uma fase de carro, uma fase de bicicleta, uma fase de motocross, uma fase de... de qualquer coisa....*

Mar: *Podia ser um grupo de ET e em cada fase ele ia pra um planeta.*

GuiVil: *Boa idéia!*

Or: *No nosso jogo, ao mesmo tempo em que a gente aprende matemática com as lógicas e talvez com as contas, a gente pode aprender Ciências e Geografia, também. Como chama isso? É... interdisciplinaridade.*

Mar: *É isso!!! O vô dos Etezinhas estava doente e, para curá-lo precisa de uma poção mágica que têm que encontrar em um dos planetas do Sistema Solar.*

Vic: *E quando eles estiverem em um planeta, eles têm que fazer alguma missão: ou no mar, ou na terra, ou na floresta.*

GuiVil: *A minha sugestão... vocês conhecem o SimCity, não conhecem? Eu estava pensando em um SimUniversity, porque o cara vai construindo as colônias dele no Universo. E sendo um ET vai ter que conquistar a Terra com seus soldados.*

Or: *Lembra no Operação Netuno? Quanto mais você vai avançando de nível, mais vai ficando difícil. Mas, que matemática vai ter nesse jogo?*

imaginação, criação e ansiedade por querer ver o jogo sendo construído.

Este episódio é um exemplo do que chamamos de resolução de problema, pois envolve o aluno integral, subjetiva e cognitivamente, além de mostrar como os alunos negociam suas sugestões.

Mar: Olha, vão existir quatro Etezinhas que vão atrás do remédio pro avô. Um adora andar de bicicleta, outro adora ginástica, outro dança e outro que adora mexer no computador. Com o seu laptop eles conseguem investigar e usar a bússola que nele está, mas sempre usam o computador para alguma coisa, a bicicleta como meio de transporte mais rápido e os outros não sei ainda....

Or: Mas onde a ginástica fica nesta história?

Mar: A ginástica pode ser nos saltos. Lugares altos como montanhas ou qualquer relevo. A que dança, vai fazer os bichinhos maus dormirem e prende com arco depois. O sol que incrivelmente iluminava todos os planetas era um meio de localização. Não... o sol não, o Cruzeiro do Sul. O Sol era para saber as horas e o Cruzeiro do Sul para saber a localização.

7.2 Episódio 2⁵⁸ - Criando uma fase e um problema para o jogo

Nesse episódio, analisamos o grupo 1 (Al, Flo, LuAb e LuOl) que objetivou construir uma das fases do jogo, frente ao computador.

O grupo iniciou o trabalho demonstrando determinação quanto ao objetivo a ser atingido naquele dia. Além disso, percebemos que neste tipo de atividade os alunos demonstram maior autonomia, pois deram prosseguimento ao projeto de construção do jogo sem esperar que a professora-pesquisadora lhes atribuísse tarefas. Naquele momento, os alunos enfrentaram o problema de oferecer ao jogador a sensação de um cenário que tivesse profundidade e que representasse o espaço sideral.

Alguns conhecimentos de ferramenta resolveram este

Al: Nossa meta de hoje é fazer o sistema solar...

Flo: E começar um planeta desse sistema.

LuOl: Resumindo... faremos uma fase hoje.

Flo: A gente tem que começar pela introdução que é o sistema solar. Como faz o planeta gente?

LuOl: Pega uma bola, faz e pinta.

Flo: Mas aí fica muito chapado... a gente tem que tentar dar uma noção de perspectiva.

LuOl: Tem planeta na galeria de objetos do programa.

Flo: Deixa eu tentar arrumar isso aí. A gente tem que transformar isso aqui [Flo referia-se ao circunferência que haviam desenhado e estavam

⁵⁸ Este episódio ocorreu nos dias 30/09 e 08/10/2002.

problema e, então, a imaginação se soltou. Imaginaram que a viagem do Etezinho entre os astros e a chegada em cada um destes, seria e foi desafiada pela possibilidade de resolver cálculos. Este grupo pareceu não ter dúvidas sobre como estabelecer a ligação do jogo com a Matemática, fato que não ocorreu no episódio 1.

A situação-dilemática foi estabelecida quando Flo sugeriu que fossem elaborados problemas que pudessem ser resolvidos pelo algoritmo da adição de frações. Essa idéia foi contraposta por LuAb que julgou o fato de fazer conta ser chato, negando o aspecto mecânico da resolução de problema. Talvez o “chato” para este aluno tenha sido o fato da repetição, da mecanização, do não desafio. Em todo caso, a situação não se constituiu uma necessidade para LuAb, que demonstrou o desejo de trabalhar com aspectos desafiantes ao movimento do pensamento e não a já conhecida resolução de problema reduzida a fazer “continhas” de modo automático, mecânico, repetitivo. Processo esse que não exige do aluno o “pensar sobre” a situação encontrada, não havendo pensamento analítico-sintético (KALMYKOVA, 1977), tornando a situação desinteressante.

Na perspectiva de LuAb, a elaboração de problemas deveria envolver análises, exigindo e desafiando o sujeito a estabelecer relações e analisar as variáveis até a elaboração da síntese do problema. Essa questão pôde ser analisada quando este aluno mostrou-se incomodado e argumentou que iria ficar igual a um outro jogo explorado. Essa argumentação apresentou dois momentos: um, de confusão e não acordo com o grupo, em que o aluno não quis repetir o que já sabia, e outro, de verbalização de expressões afetivas e envolvimento como, por exemplo, é “chato”. Expressões que demonstram que o aluno está em uma

pintando].

Al: *Vamos trabalhar em perspectiva.*

Flo: *A gente não vai conseguir fazer isso!*

LuAb: *Vai sim..... Pronto....* (figura 19).

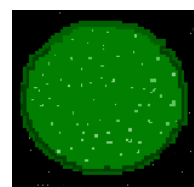


Fig. 19 – Representação do planeta criado pelo grupo

Flo: *Agora vamos fazer um probleminha que envolve fração, por exemplo, um meio mais dois quintos. Aí vai atirando e esse bichinho tem que pular no resultado. Vai ficar muito legal!*

LuAb: *Mas esse negócio de fazer conta é a coisa mais chata.*

LuOl: *E se essa lesma soltar fumacinha?* [O grupo já havia inserido alguns personagens no cenário em discussão].

Flo: *Pra quê?*

LuOl: *Não tem uma nuvem que é uma conta?*

Flo: *É uma conta que vai sendo atirada e os resultados nosso bichinho tem que pegar e se você pegar o resultado certo esse Etezinho dá informação para onde você tem que ir.*

LuAb: *Ah! mas vai ficar igual a um outro que a gente jogou que ia passando umas nuvenzinhas com as contas e a gente tinha que pegar*⁵⁹.

Flo: *Ah! Mas ela [a pesquisadora] deu aquele que a gente poderia tirar idéia.*

LuAb: *Muito sem graça!*

⁵⁹ O aluno se referia a um jogo - BIRDGAME - e explorado em uma das aulas, mas não selecionado para este estudo.

situação de hesitação e dúvida de criação, procurando atribuir sentido próprio ao problema para buscar sua resolução.

O movimento do grupo se caracterizou por buscar apoio em algo que já conheciam, fato assinalado por Vygotsky (1982) ao observar que

os primeiros pontos de apoio que encontra a criança para sua futura criação é o que se vê e o que se ouve, acumulando materiais que logo usará para construir sua fantasia. Segue depois um processo complexo para elaborar estes materiais, cujas partes fundamentais são a dissociação e a associação das impressões percebidas (pp.31-32),

mas, ao mesmo tempo, há manifestações de busca de renovação e superação do aspecto mecânico, do “já sabido”, o que faz com que o grupo persista na situação-dilemática de como dar à Matemática, no jogo, um aspecto mais curioso e desafiador, sem ser por meio da proposição de “contas”.

A situação-dilemática persistiu para Al, quando ela buscou atribuir sentido próprio à discussão e argumentou sobre seu ponto de vista, afirmando que deveria escrever no cenário em construção que o jogador deveria resolver as “contas” que os bichos atirariam, e não evidenciar se seriam pistas certas ou erradas. Flo contra-argumentou, afirmando que deveria ser explicado ao jogador que existem pistas certas e erradas e ele deveria procurar as certas.

Al, não convencida com a argumentação de Flo, mas estando aberta ao diálogo, continuou a discussão e acabou convencendo Flo. Este fato fez com que as duas alunas atribuíssem um significado consensual sobre a situação, superando a situação-dilemática. O mesmo pareceu ter acontecido com LuAb, que viu sua necessidade de criar algo diferente, satisfeita e respeitada pelo grupo.

Ao repassar todo o jogo elaborado até o momento, o

Al: *Eu acho que devia escrever assim: “Tente resolver as contas que os bichos atiram em você”. E nada de explicar que os azuis dão pistas certas.*

Flo: *Mas tem que explicar. No meio destes ET's todos, ninguém vai adivinhar qual é o certo para tentar pegar.*

Al: *Eu acho que a gente não fala dos Etezinhos azuis.*

Flo: *É.... não fala qual é o certo. Escreve assim Ab: “Se você conseguir encontrar o ET certo, você poderá garantir a sua chegada em Kreus, mas você terá que resolver as contas que ele [o Etezinho] atirar”. Agora vamos encher isso aqui de bichinho.*

grupo constatou um erro de transição de cenários e reportou-se ao editor de eventos do programa para poderem localizá-lo e corrigi-lo. Este momento de análise gerou um inesperado. Esse processo veio ao encontro ao que Kalmykova (1977) refere-se como parte de pensamentos formados em experiências anteriores, possibilitando que o sujeito estabeleça novas relações de pensamentos, relações entre variáveis, aproximando-se da síntese do problema.

A análise processada pelo grupo frente ao erro constatado foi realizada de modo bastante complexo, o que favoreceu a elaboração da síntese provisória do problema, levando ao surgimento do novo inesperado. Fica evidente a interligação entre os processos de análise e síntese no processo de resolução de problema ao criar o jogo computacional, pois os alunos sentiram necessidade de rever os processos elaborados e adotados para a construção do jogo.

Durante todo o episódio foi possível percebermos que a idéia inicial do grupo foi sendo modificada a partir de sugestões que surgiam no próprio grupo e que foram adquirindo sentidos próprios atribuídos por cada integrante e pela relação dialógica estabelecida, os alunos chegavam a idéias consensuais: criar um planeta e nove estrelas e não informar o jogador sobre as pistas corretas.

As sugestões dos integrantes do grupo durante a situação-dilemática vivenciada foram significativas para as análises individuais realizadas por Flo e Al, que iam verbalizando suas idéias e procurando organizá-las logicamente, contribuindo para a elaboração da síntese definitiva do problema.

Podemos considerar que, se não houvesse a possibilidade da construção do jogo no computador, os alunos poderiam não ter se envolvido integralmente na situação, pois o tipo de jogo

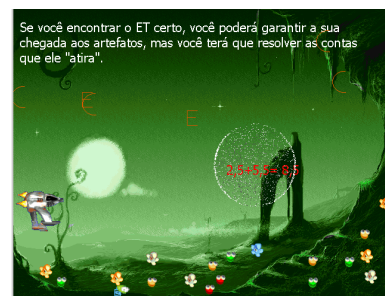


Fig. 20 – Slide de jogo construído pelo Grupo 1

criado seria muito difícil, ou mesmo impossível, ser reproduzido, uma vez que, os alunos teriam que montar maquetes para comporem os cenários que queriam. Mesmo assim, não obteriam o efeito desejado.

Concluindo, neste episódio, durante as duas aulas, o grupo manteve-se, na maior parte do tempo, no movimento da análise e síntese da resolução do problema, embora o momento de situação-dilemática também tenha acontecido.

7.3 Episódio 3⁶⁰ - Elaborando um problema com incógnitas

Um mês já decorrido quando o grupo 1 (Al, Flo, LuAb e LuOl) elaborou uma solução definitiva para a ligação do jogo em construção e a Matemática.

Quando Al propôs a elaboração de um problema que envolvesse letras (incógnitas), o grupo deparou com uma situação de inesperado, pois até o momento, vinha trabalhando com números definidos e não havia sentido necessidade de trabalhar com incógnitas. A necessidade – criar um problema com “letra” – partiu de um movimento do próprio grupo.

Mesmo sendo Flo quem propusera o valor para cada variável, ela sentiu a necessidade de utilizar o pensamento lógico de análise, verificar a relação entre as variáveis e sintetizar o problema, buscando verificar a sua hipótese. Segundo Kalmykova (1977), podemos dizer que a aluna recorreu ao pensamento de análise-síntese na (re)elaboração do problema para o grupo e procurou sintetizar a solução do problema. A aluna fez uma referência à iniciação algébrica que sua turma teve até então, enquanto LuAb estava mais atrelado à medida

Al: *Vamos fazer alguma coisa com letra....*

Flo: *Já sei, se A igual a cinco vezes H, qual é a área de um retângulo com ... [incompreensível].*

Al: *Flo qual é a pergunta?*

LuAb: *Com essas medidas?*

Flo: *Que essas medidas, não viaja!... Qual a área de um retângulo, que tem L... que tem a altura de.... que mede 10 de altura...*

LuAb: *10 de A né, de A... como a pessoa vai saber que é altura?*

Flo: *Largura e altura... 10 de H e 5 de L. Deixa eu ver se dá certo.*

⁶⁰ Ocorrido em 12/11/2002.

numérica, sentindo necessidade de atribuir um valor numérico para a altura. Flo apresentou pensamento matemático lógico de síntese, pois para ela o problema já se configurara. Os demais componentes do grupo vivenciaram uma necessidade de compreender a proposta da colega, que parece ter generalizado a situação.

Ressaltamos ainda, a confusão para LuAb entre a letra “A”, que Flo denominou de área e cuja transferência dominou e, o termo altura, que também inicia-se com “a”. Esse aluno ainda não conseguiu dissociar a letra inicial da palavra e sua representação algébrica, além de acreditar que com “letra”, não dá para calcular áreas. No entanto, a partir da fala de Al é que LuAb entendeu que deveria trocar as variáveis L e H pelos valores sugeridos para encontrar o valor da área. Porém, LuAb não generalizou a situação, permanecendo com o pensamento aritmético. Flo, que já sintetizara e generalizara o problema, entendeu que os valores poderiam ser alterados e o processo seria o mesmo para a realização do cálculo. Flo já demonstrava vestígios de pensamento algébrico.

Podemos dizer que se caracterizou uma situação-dilemática para o grupo, pois cada sujeito atribuiu um sentido próprio para a situação e o diálogo ocorrido não fez com que o grupo chegasse a um significado consensual, havendo sim o conflito de idéias. Além disso, percebemos também um momento de análise da situação pelo grupo que, ao retomar à idéia de área de um retângulo, constatou que propunha uma situação de pouco desafio para o jogador, não despertando qualquer interesse ou necessidade por parte deste para solucioná-lo. Com apenas uma operação aritmética de multiplicação a situação poderia ser solucionada automática e mecanicamente, desde que a situação fosse numeralizada. Essa era uma situação de solução de

Al: *Tem que dar o valor de L, o valor de H e ver quanto dá o valor de A.*

LuAb: *É a pergunta mais idiota....*

Olha a pergunta: “Se A é igual a L vezes H, qual a área de um retângulo que mede 10 de H e 5 de L”. É só falar que é A.

Flo: *Não... é 10 vezes 5 gente....*

LuAb: *É óbvio que é A, que é 50. Está escrito aqui: “A é igual a L vezes H.”*

problema e não a de resolução do mesmo, que exige o envolvimento do sujeito e o “pensar sobre” a situação.

Quando LuAb disse ser óbvio o valor da área, ficou implícito que entendera que o problema deveria envolver novas análises que exigissem do jogador o estabelecimento de novas relações entre as variáveis até que fosse possível a elaboração de uma síntese para o problema.

Al, apesar de verbalizar seu pensamento, pareceu não compreender e sintetizar a relação entre as variáveis que o grupo denominou de L (largura) e H (altura) quando a professora-pesquisadora a questionou se deveria ser utilizada a multiplicação e Al respondeu *sei lá*, demonstrando a não compreensão da situação. No entanto, Al não desistiu da discussão e a idéia de não compreensão que transmitiu deixou de existir, pois ela mesma não abandonou a análise da situação e sintetizou a idéia de que bastaria multiplicar o valor das variáveis para que se tivesse o valor procurado. Foi a partir das sínteses que Flo realizara e foi verbalizando para o grupo que Al passou a entender a situação. Podemos dizer que Al sintetizou o problema, sugerindo o que poderia ser escrito para que o jogador lesse e entendesse o problema.

Podemos constatar, mais uma vez, a situação-dilemática e a tensão criativa vivida pelo grupo quando este não conseguiu determinar qual seria um valor mais “interessante” que pudesse atribuir à altura e à largura do retângulo cuja área desejava que o jogador descobrisse, afirmando que seria muito fácil solucionar o problema utilizando os valores sugeridos, ou seja, o jogador não sentiria necessidade de elaborar processos de pensamento que envolvessem novas relações, utilizando imediatamente o processo de síntese definido por Kalmykova (1977).

Destacamos também a necessidade sentida por Al de uma

Al: *A é igual a L vezes H, aqui é 10 de H e 5 de L.*

Pesq: *E como faço para saber a área de um retângulo?*

Al: *Se L vezes H é igual à área de um retângulo, que mede 10 de H, qual o valor de A? Sei lá....*

Flo: *É 10 vezes 5 gente, é a área de um retângulo, vocês não sabem calcular a área de retângulo?*

Al: *A gente tá falando que não tem o que fazer neste problema porque ele já tá com a resposta aqui: A é igual a L vezes H.... e 10 de H e 5 de L.*

Flo: *Então tem que fazer 10 vezes 5...*

Al: *Mas isso tá falando...*

Flo: *Estava falando para vocês verem se gostam do modelo, gente...*

LuOl: *Ah! não era mesmo!*

Flo: *Então fala um outro número; 965...*

LuAb: *Não sei... mas.... é que esse aí [965] tá muito alto.*

Al: *Escreve assim: “Se L vezes H é igual à área de um retângulo que mede 975,5 e... 234 vírgula alguma coisa, qual é o equivalente à área, entre parêntese A. Daí o pessoal tem que multiplicar e fazer.*

auto-localização (CARAÇA, 2000), ou seja, ela sentiu que era preciso determinar previamente uma relação entre a palavra área e sua simbologia “A”, para que não fosse confundida com “a” de altura.

Quando a professora-pesquisadora questionou Flo sobre como pensar para resolver o problema que ela estava propondo ao grupo, a questão fez com que esta se deparasse com um novo inesperado, ou seja, quais processos utilizar para resolver o novo problema criado por um dos membros do grupo. De um modo espontâneo e sem compreensão, Flo respondeu que bastaria “dividir por dois”. O grupo passou, então, a vivenciar novas indagações, novas reações como hesitações, ansiedades e sentimentos com compreensão difusa; um momento em que necessitava compreender e abordar a situação com clareza para que o jogador sentisse a necessidade de resolver o problema para poder continuar suas jogadas.

Com a nova indagação da professora-pesquisadora sobre o porquê que a área do retângulo ou do quadrado deveria ser dividida por dois, Flo demonstrou ainda vivenciar a situação-dilemática e, ao mesmo tempo, suas expressões faciais fizeram-nos entender que uma análise da situação estava sendo processada pela aluna que, com certa hesitação, respondeu que deveria ser por 2. Com a intenção de auxiliar Flo, nesse processo de análise e gerar uma nova qualidade de pensamento, a professora-pesquisadora continuou dialogando com a aluna e deu exemplo de um problema como o que ela queria formular. Naquele instante, sem que a professora-pesquisadora precisasse concluir sua fala, rapidamente Flo respondeu, elaborando a síntese do problema, dizendo que deveria dividir por 10.

A análise da situação realizada por Flo com o auxílio da professora-pesquisadora continuou transcorrendo e, mais uma

Flo: *Ou então a gente pode fazer um problema assim: A gente dá a área e fala que é um quadrado ou um retângulo e aí a gente dá para eles descobrirem os lados.*

Pesq: *E como você faria para pensar isso?*

Flo: *Daí ele faria a área dividido por 2.*

Pesq: *Por dois?*

Flo: *Não... por 4. Por 2 Fabiana!*

Pesq: *Se eu falar que a área é 400 m² e um dos lados do retângulo mede 10...*

Flo: *Você tem que fazer 400 dividido por 10... que dá 40.*

Pesq: *E porque você falou dividido por 2?*

Flo: *Não sei... acho que era porque era quadrado..... Mas então não precisa ser quadrado, pode ser um retângulo, se a gente vai dar um dos lados.*

Pesq: *E porque você tinha falado dividido por 4?*

Flo: *Porque tem 4 lados... eu confundi.*

Pesq: *Se eu dividir por 4 eu vou estar achando o quê?*

Flo: *O tamanho dos lados.*

Pesq: *Mas se eu estou falando m² estou falando em área, não é? Aí eu não posso pegar a área e dividir pelos lados?*

Flo: *Não... Então a pergunta fica assim oh! Um retângulo tem como área 20 m².... Não, vinte não.... 97 m². Sendo que de largura ele mede... calma... 97.... quarenta.... quarenta e cinco e meio, qual é a medida da altura ?*

vez, ao ser questionada sobre o porquê respondeu que deveria dividir a área do polígono por quatro, parece-nos que a aluna imaginou que encontraria o valor do lado do polígono a partir da área, utilizando a operação inversa da multiplicação, uma vez que para encontrar a área de um retângulo ou quadrado, bastaria multiplicar o valor de seus lados. Talvez Flo estivesse querendo se referir a encontrar a raiz quadrada do valor da área da figura para achar o lado do quadrado. Nossa experiência pedagógica vem demonstrando que é comum os alunos confundirem o “dividir por dois” com o “encontrar a raiz quadrada” de um número, principalmente nessa faixa etária.

No entanto, Flo voltou para a discussão no grupo, e disse aos colegas como deveria ser escrita a pergunta. Mediante tal postura, fica-nos clara a idéia de que Flo imaginara a largura (base) do retângulo sendo a metade da área. Mas Flo errara ao realizar o cálculo mentalmente, o que a levou a um novo inesperado: encontrar o valor do outro lado. Mais uma vez não conseguiu relacionar e analisar as variáveis envolvidas no problema.

Ao terminar de sugerir esta questão para o problema, Flo dirigiu-se à professora-pesquisadora e questionou se estava certo; esta por sua vez, pediu à aluna para desenhar o retângulo e colocar as medidas que sugerira (figura 21).

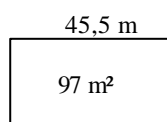


Fig. 21 – Retângulo com medidas sugeridas pela aluna Flo

Somente por meio da observação do desenho e análise dos valores sugeridos, Flo pareceu entender que 45,5 era um

número muito alto para o objetivo que desejava atingir. No entanto, retornou ao grupo com a mesma questão, demonstrando que não compreendeu a situação e que sua síntese não fora eficaz. Iniciou-se toda uma nova situação-dilemática no grupo quando a professora-pesquisadora questionara como o grupo iria pensar para resolver a situação. Flo, mais uma vez, colocou-se à frente da discussão, procurando analisar a situação.

Quando LuAb sugeriu que o grupo fizesse 97 menos 45,5 sua intenção parecia ser a de que o valor encontrado seria utilizado como uma das alternativas de resposta para o problema; pareceu-nos, porém, por um instante, que esse aluno concebia que, para encontrar a área do retângulo, usava-se a adição dos lados.

Enquanto a professora-pesquisadora levava em frente a discussão com o grupo, Flo que já solucionara na calculadora, efetuando 97 dividido por 45,5, anunciou ao grupo que havia um novo problema a ser resolvido. Percebemos que Flo não encontrara em um número com dízima um valor representativo da medida do lado do retângulo e entendeu que para eliminar este problema precisaria atribuir à medida da área um número par, antecessor ao número dado pelo problema. Este fato mostra que esta aluna não aceitou uma dízima com um número possível de representar uma medida. Este é, sem dúvida, um fato comum a essa faixa escolar e de responsabilidade da escola que não explora em profundidade a passagem do número racional para o irracional.

Nesse momento de situação-dilemática, a auto-localização e a tensão criativa se fazem presentes, pois o sujeito se propõe a buscar procedimentos para a identificação e compreensão dos elementos da situação e a criar um plano de ação, em que o novo é construído, conservando e enriquecendo o

Flo: *Você tem 97 m² e vai dividir por 45,5 e você vai ter o resultado do outro lado, da altura.*

Pesq: *E quanto vai dar isso?*

Flo: *Vamos fazer agora.... 97.... Fabiana preciso de uma calculadora para fazer a conta....*

LuAb: *Não sei o que fazer agora.... Ah! Vamos ter que fazer as alternativas....*

Pesq: *E quais os valores possíveis que você acha que pode ser colocado como alternativa?*

LuAb: *Acho que temos que fazer 97 menos 45,5.*

Pesq: *Menos? Por quê?*

LuAb: *Aí vai sobrar o resto que vai ser altura. Porque oh! A área dele é 97...*

Pesq: *O que significa área?*

LuAb: *Total*

Pesq: *Total do quê?*

LuAb: *Total de dentro dele, o "recheio".*

Flo: *Temos um problema, deu 2,131868131868... é uma dízima periódica... Vou tentar 96.... Não eu não estou entendendo.*

Pesq: *Você disse que 97 m² é a área e 45,5 de largura. Que número vezes o 45,5 vai dar 97?*

Flo: *Vai ser um número muito "quebrado". Mas a gente pode ir dividindo por 2, por 3 e ver que número próximo disto dá! 97 dividido por 2, dá.... 9 para 2 dá... 4.... um... dezessete....oito... aí sobra um.... vírgula cinco.... aí 48 vírgula cinco (figura 22).*

$$\begin{array}{r}
 97 \overline{) 2} \\
 17 \\
 \underline{10} \\
 0
 \end{array}$$

Fig. 22 – Divisão feita por Flo

que do velho era positivo, constituindo o espaço da resolução do problema (MOISÉS, 1999).

Com esta discussão, pareceu-nos que, no grupo, houve uma nova qualidade de pensamento em relação à idéia de área, demonstrando que, por meio da análise individual e do grupo, a síntese foi processada por um aluno. Além disso, a intervenção da professora-pesquisadora foi necessária para a resolução de problema no processo de aprendizagem da Matemática.

Mediante esta análise, concluímos que Flo elaborara o pensamento de síntese do problema a todo momento, mesmo que por algumas vezes, tal síntese fosse provisória, pois para ela, a situação já havia sido generalizada e às incógnitas poderiam ser atribuídos quaisquer valores. Além disso, Flo não abandonara seu raciocínio durante todo o processo de elaboração do problema, buscando compreender o todo da situação, permanecendo ativa intelectualmente no movimento de resolução do problema, elaborando significativamente noções e conceitos. Flo procurou, também, auxiliar o processo de entendimento dos colegas de grupo sobre o problema, chamando a atenção para as suas variáveis e levando o grupo a pensar.

Os demais componentes do grupo não persistiram em um raciocínio como Flo o fez, abandonando muitas vezes a idéia que queriam percorrer; o processo de síntese desses ficara atrelado ao número e não conseguiam generalizar. Além disso, não se envolveram no movimento de investigação para a resolução do problema como Flo. Uma forma de identificar este fato está na constatação do erro do cálculo mental de noventa e sete dividido por dois que o grupo não sinalizou a Flo. Com exceção de Flo, podemos dizer que para o grupo, o momento de situação-dilemática foi predominante e, talvez, tenha permanecido mesmo com a síntese elaborada por Flo. Pode ser que os demais

Pesq: *Então para saber a área tendo as medidas da altura e da base, como você faz?*

Flo: *Veze!*

Pesq: *E 45,5 vezes 48,5 vai dar 97?*

Flo: *Não, mas você faz dividido por dois [o 97] que dá 48 vírgula cinco.... Ah! Não dá o retângulo... [referindo-se a área do retângulo]. Então temos que achar um número que multiplicado por 45,5 vai dar 97. Faz 45,5 vezes dois.... Vai dar... 91 [calcula mentalmente]. Então a gente pode colocar que aqui tem dois metros [referindo-se à altura do retângulo] e o jogador vai ter que descobrir o 45,5. Então a área vai ter 91.*

integrantes do grupo não tivessem sentido uma necessidade de buscar a síntese do problema, pois imaginavam que Flo, por estar muito envolvida, conseguiria elaborá-la.

A mediação da professora-pesquisadora poderia ter sido no sentido de questionar o grupo sobre a situação, fazendo com que este voltasse a se unir.

Vários autores defendem os momentos de análise e síntese de forma mais racional, pois há identificação e relação de variáveis com relação lógica entre elas. Seguramente, esses momentos acontecem ao mesmo tempo que a situação-dilemática, pois a própria análise pode desencadear novas situações inesperadas, envolvendo o sujeito em uma nova situação-dilemática, na qual há maior hesitação e dúvida. A síntese do problema também apresenta momento dilemático, estando, porém, mais voltado para a tomada de decisão do sujeito perante a situação.

Podemos evidenciar também que este grupo buscou utilizar estratégias semelhantes àsquelas utilizadas no ato de jogar os jogos Operação Netuno e Matix.

7.4 Episódio 4⁶¹ - Utilizando o pensamento de análise na criação de uma fase de jogo

Neste episódio, analisamos o grupo 2 (Ca, Ce, Lu e Síl), que objetivou elaborar um problema para ser inserido no jogo para que o jogador pudesse resolver e “passar” de fase.

Assim como no episódio 2, neste, o grupo demonstrou determinação quanto ao desejo de criar o jogo e autonomia para realizar o trabalho, sem a necessidade da atribuição de tarefas por parte da professora-pesquisadora.

Lu: *A gente vai fazer um labirinto e nele haverá um desafio. A gente faz o labirinto assim: tem duas saídas e vão ter uns bichinhos inimigos no meio do labirinto, para o jogador despistar. A gente faz dois slides com labirinto e depois tem um lago e ele [o jogador representado no jogo por um bichinho azul] tem que*

⁶¹ Ocorrido em 29/10/2002.

Nesse movimento de autonomia, percebemos que Lu propôs, analisou e elaborou a síntese da situação. Para ela, aqui não há situação-dilemática, pois analisou a situação, conseguiu verbalizar suas idéias e estabelecer uma lógica entre elas, concluindo-as, sem mesmo esperar contribuição dos colegas de grupo.

Quando Lu lançara a possibilidade de o bichinho pegar o resultado errado, pareceu estar se deparando com uma situação de dúvida e hesitação, pois, em um primeiro momento, não soube como resolver a questão. A colega Ce tentara contribuir com Lu para uma análise e posterior síntese, porém Lu pareceu não ouvir o que fora dito e, mais uma vez, elaborara sua própria síntese, solucionando seu problema.

A colega Síl elaborara um cálculo envolvendo adição de frações para ser inserido no problema em criação, mas parece-nos que, sozinha, não conseguiu analisar a situação, compreendê-la e chegar a uma síntese. O que nos levou a entender que para Síl, esta situação se constituiu como dilemática.

Assim, Lu entrou em seu auxílio, buscando estabelecer relação entre as frações sugeridas por Síl com frações equivalentes para poder efetuar o cálculo e chegar à síntese do problema. Mesmo quando Lu analisara a situação encontrando as frações equivalentes e vislumbrando a síntese do problema, pareceu-nos que Síl continuava na situação-dilemática. Apesar dessa ter sugerido o cálculo a ser inserido na questão, não conseguira perceber a solução para a situação, pois não foi ela quem atribuiu sentido ao cálculo.

Podemos dizer que um outro momento de situação-dilemática que se desenvolveu foi quando Lu e Ce tentaram decidir o local em que o bichinho azul teria que colidir para que o jogador pudesse passar de fase. Mais uma vez, a síntese da

ir nadando debaixo da água até chegar numa caverna onde vai se comunicar com outros [bichinhos]. Neste labirinto tem um escrito, que é o problema, e tem que ficar invisível, aí quando os bichinhos azul e laranjinha se colidirem, o escrito fica visível... o escrito é um dinheirinho. Primeiro que tem que ter um resultado certo. Então a gente pode por uns resultados aqui [no meio do labirinto – figura 23] e ele tem que pegar o certo? Mas e se ele pegar o resultado errado?

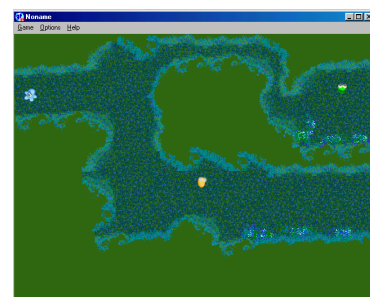


Fig. 23 – Tela construída pelo grupo 2

Ce: Volta para o início da fase.

Lu: A hora que ele pega o resultado certo tem que aparecer um objeto.... que são notinhas de dinheiro.

Síl: Qual é o resultado dessa conta mesmo?

Lu: $\frac{7}{3} + \frac{5}{4}$ doze quinze

doze avos... sete... quatorze... vinte e oito... vinte e oito doze avos.... quinze doze avos [relembrando da fração equivalente da primeira fração].... vinte e oito mais quinze.... calma.... trinta e oito....

Síl: ...quarenta e três....

Lu: Quarenta e três doze avos... acho que não tem como simplificar.

situação foi elaborada por Lu, que organizara seu pensamento logicamente e tomara a decisão de que o bichinho teria que colidir com o resultado correto e, aí sim, apareceria um bloco de notas de dinheiro para o bichinho azul colidir com ele e passar de fase.

A partir da análise e da organização lógica das idéias de Lu, o grupo conseguiu chegar a um significado consensual para a situação, estabelecendo a síntese e resolvendo o problema.

Ao pensarem em um jogo com fases, apesar de não mencionarem, o grupo buscara referências no jogo Operação Netuno, o único jogo explorado que era composto por fases.

Neste episódio, a situação não foi envolvente para Ca, pois como percebemos, sua voz não apareceu em nenhum momento da discussão. Os outros três componentes do grupo conseguiram envolver-se, apesar de o pensamento matemático de análise e síntese ter permanecido durante o maior tempo da discussão e ter sido, na sua maior parte, elaborado e verbalizado por Lu, que conseguiu organizar logicamente as propostas das colegas rapidamente.

No entanto, o pensamento de resolução de problema de situação-dilemática ocorreu algumas vezes, o que demonstra a importância e a necessidade deste tipo de pensamento em atividades de sala de aula.



Fig. 24 – Slide do problema criado

Ce: *A gente tem que fazer o bichinho colidir com o dinheiro.*

Lu: *Não, com o resultado certo. Aí a gente precisa que a hora que este [bichinho azul] colidir com este [resultado certo] vai aparecer este dinheiro.*

Pesq: *Colidir com o resultado?*

Lu: *É, porque é quando o bichinho resolve o problema é que o dinheiro aparece....*

Ce: *A gente quer fazer o bichinho bater no resultado e aparecer o dinheiro.*

Sil: *É... o dinheiro podia ficar invisível debaixo do resultado e na hora que o bichinho bater no certo aparece o resultado.*

7.5 Considerações sobre a criação e construção de jogos computacionais

No processo de criação e construção dos jogos computacionais, os alunos encontraram, permanentemente, algo novo que ainda não era conhecido. Esse momento de encontro com o ainda desconhecido chamamos de inesperado. É nesse momento que o pensamento lança idéias, ainda que nebulosas e o aluno é envolvido integralmente no problema, ou seja, o aluno está no

problema com suas emoções, ansiedades, sentimentos, hesitações, alegrias. Podemos dizer que o aluno está em tensão criativa, da qual emergem situações-dilemáticas que superadas geram um processo dinâmico de análise e síntese.

É a partir do inesperado que o aluno sente a necessidade de elaborar processos de pensamento que o auxiliem a resolver o problema e a criar uma nova interpretação da realidade, correspondente ao objetivo que mobilizara tal interação (CARAÇA, 2000), constituindo-se o inesperado em elemento essencial no movimento de progresso no conhecimento da realidade.

Para analisar o movimento do pensamento matemático de resolução de problema, salientamos que a situação-dilemática é vivenciada quando os alunos se deparam com o medo, a angústia, a incerteza e até mesmo a alegria no estabelecimento de qual jogo criar, que tema ou temas matemáticos abordar, que personagens utilizar, dentre outras ansiedades surgidas durante este processo. O problema caracteriza-se no momento em que os alunos, ao terem elaborado um planejamento para a construção do jogo, passam a executá-lo frente ao software escolhido e encontram situações inesperadas que, muitas vezes, voltam a configurar a situação-dilemática.

A análise da situação-dilemática, vivenciada pelos alunos durante a construção do jogo computacional, foi evidenciada nos momentos em que eles deveriam identificar as variáveis dependentes ou independentes, como, por exemplo: qual personagem introduzir e, a partir dela criar o jogo cujo contexto o movimento para dar funcionamento ao jogo?, que funções e ações atribuir a esses personagens?

Com a mediação da professora-pesquisadora, os alunos se propuseram a buscar procedimentos para a identificação e compreensão dos elementos das situações-dilemáticas que ocorriam, mediante a exploração do software e da linguagem computacional utilizados para elaborar o jogo virtual. Assim, formularam questionamentos referentes ao inesperado, no sentido de identificar e relacionar variáveis (informações oferecidas pelo contexto da situação) dependentes e independentes. Ao formular os questionamentos e relacionar as variáveis, a situação tornava-se compreensível e a situação-dilemática era transformada em um problema. O planejamento do jogo se configurou como a primeira situação de análise e síntese (KALMYKOVA, 1977) vivenciada pelos alunos.

O momento de síntese do problema é caracterizado por Kalmykova (1977) como o instante da solução do problema e exige o conhecimento de um grande número de conceitos. No caso da construção do jogo, um dos momentos de síntese a ser realizado pelos alunos, ocorre no

momento em que estes, depois de escolherem personagens e delegarem suas funções ou ações, executam o jogo verificando seu bom funcionamento ou possíveis erros a serem corrigidos.

A resolução de problema utilizada pelos alunos, nos jogos criados, está nos problemas criados para os jogos e nos momentos de decisão sobre qual a melhor maneira de sintetizar a situação. Assim, os alunos envolviam-se na situação, deparavam-se com situações-dilemáticas, atribuíam sentidos próprios a ela e buscavam, por meio de análises, encontrar a melhor síntese para resolver a situação.

Em relação à interação com o computador, em nenhum dos jogos criados, aquele faz o papel de outro jogador, uma vez que todos eles podem ser explorados por um único jogador de cada vez. Em nenhuma situação idealizada, os alunos tentaram fazer um jogo para dois ou mais jogadores. Inferimos que aí possa estar uma limitação do software utilizado e que o computador serviu como uma plataforma onde os alunos puderam representar suas idéias e imaginação.

Devemos ressaltar a importância do contato anterior com outros jogos matemáticos manipulativos e computacionais, a partir dos quais os alunos puderam nortear seus próprios jogos, buscando ainda elementos de suas vidas diárias e do contexto em que vivem. Esse fato se evidencia em depoimentos como o de A1, que afirmara ter gostado do “projeto porque é difícil encontrarmos um jogo em que você possa expor suas idéias”⁶². Outro depoimento, nesse mesmo sentido, foi o de LuOl afirmando que o “mais interessante do projeto foi que nós descobrimos que o jogo pode ser feito por nós mesmos”⁶².

Nem mesmo os grupos tendo explorado outros jogos, nenhum deles tentou criar um jogo de lógica ou mesmo de tabuleiro. Todos os grupos se prenderam a idealizar um jogo de fases como o da Operação Netuno. Acreditamos que isto se deu pelo fato de que os jogos existentes no mercado de consumo e muitos, já conhecidos pelos alunos são do mesmo estilo dos que foram criados.

No entanto, constatamos que é possível a criação de jogos de tabuleiro ou de lógica como o jogo da velha tradicional no ambiente computacional The Games Factory, como podemos ver na figura abaixo, o jogo criado pela pesquisadora (figura 25).

⁶² Trechos extraídos de depoimentos registrados em áudio.

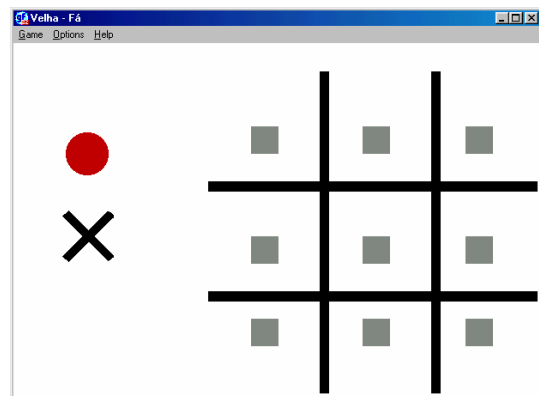


Fig. 25 – Jogo da velha tradicional criado no ambiente computacional The Games Factory

Nossos dados evidenciam que o pensar sobre o conteúdo matemático dos alunos contém muito da matemática formal que tiveram até o momento e, não poderia ser diferente porque o subjetivo do pensamento dos alunos contém a matemática e a concepção de mundo que cada criança está construindo.

CAPÍTULO VIII

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Hoje me sinto mais forte, mais feliz, quem sabe
Só levo a certeza de que muito pouco eu sei,
Eu nada sei.

Almir Satter e Renato Teixeira⁶³.

Nossa experiência docente, no ensino fundamental, proporcionou-nos vivenciar as dificuldades dos alunos em resolver problemas. Nessas situações, eles não tinham a preocupação de "pensar sobre" o problema, encontrar e analisar as variáveis que estivessem envolvidas. A observação, em nossa prática, da recorrência dessa forma de solução dada pelos alunos nos instigou a pesquisar como ocorrem os movimentos de pensamento na resolução de problemas quando estes decorrem da ação de jogar e da construção de um jogo computacional que envolva problemas matemáticos.

Neste estudo, discutimos abordagens que apontam para o ensino de Matemática sob o enfoque da resolução de problema e que consideram o aluno apenas em seu aspecto cognitivo e o processo de resolução em encontrar uma resposta numérica correta, abrangendo apenas os movimentos de pensamento de análise e síntese para o problema abordado.

Apresentamos também argumentos que apontam a resolução de problema sob uma abordagem que considera o aluno em todo seu movimento de aprendiz, considerando, além do aspecto cognitivo, outros de natureza distinta deste como as formas sensitivas do pensamento: sensações e percepções, assim denominadas por Kopnin (1978) e que dizem respeito a movimentos subjetivos do pensamento do aluno, ainda não objetivamente expressos por deduções e linguagem lógica; uma abordagem que contempla a existência de um momento anterior à solução propriamente dita do problema, em que são considerados as emoções, além de sentimentos, frustrações, dúvidas, hesitações, alegrias e desejo de querer resolver a situação encontrada.

⁶³ Trecho extraído da música "Tocando em frente".

Nesse movimento, sentindo necessidade e desejo intrínsecos de resolver o problema, o aluno envolve-se em uma situação-dilemática que assim caracterizamos por manifestar emoções e conhecimentos de forma desorganizada ao ter que decidir sobre uma forma de solução. No processo, tanto aceita sugestões e propostas quanto as nega, tanto hesita e responde quanto afirma e interroga, tanto fica perplexo com o desconhecido, quanto é contundente no que sabe. A situação-dilemática reside nesta turbulência de sensações e opções contraditórias e na hesitação quanto ao ter que decidir. Um momento que pode decorrer da situação-dilemática é aquele que se caracteriza pela organização do pensamento de maneira lógica quando, ao analisar as variáveis envolvidas na situação, estabelece relações entre elas e elabora uma síntese para o problema.

Nos processos de pensamento de análise e síntese, concomitantemente, estão presentes as sensações e percepções do aluno, pois nas análises que realizamos, muitas vezes, elas manifestavam-se. Seguramente, os processos de pensamento de análise e síntese são momentos de avaliação permanentes no movimento de resolução de problema.

Nesta pesquisa, durante as situações-dilemáticas que os alunos enfrentaram na exploração dos jogos manipulativos e computacionais, foi possível notar que a interação entre os pares propiciou a construção de processos de resolução de problema mediante a análise de idéias e pontos de vistas diferentes. Pelas análises e discussões ocorridas nos grupos, os alunos conseguiram estabelecer, na maioria das vezes, um significado consensual, elaborar uma síntese para o problema e levar o grupo a decidir a melhor jogada a ser realizada.

Os jogos explorados serviram como desencadeadores da reflexão dos alunos sobre movimentos de resolução de problema que eles caracterizaram como uma situação que exige movimentos de criação de soluções para os problemas que surgiam nos jogos e não como uma situação a ser resolvida por um algoritmo.

Das análises que realizamos, podemos considerar que a utilização paralela de jogos manipulativos e computacionais favoreceu um novo olhar sobre o movimento de resolução de problema, por parte de alguns alunos e da professora-pesquisadora, tornando-o um momento rico de envolvimento integral dos alunos, em que estes, por meio das situações que surgiam, sentiram a necessidade de imaginar, criar e não somente reproduzir um jogo, um cálculo ou um conhecimento.

Podemos dizer então que, muito diversamente da situação em que é apenas levado para a sala de aula, o jogo pode, quando intencionalmente utilizado pelo professor, ser um contexto

estimulador e desafiante para o movimento de formação do pensamento matemático de resolução de problema, ser um instrumento de auxílio para o desencadeamento da construção de conceitos matemáticos e um revelador da Matemática que é ensinada nas escolas.

O momento de criação e construção do jogo computacional permitiu-nos constatar que, quando propomos aos alunos desafios nos quais a solução não está evidente, eles manifestam um momento exploratório inicial, marcado por momentos de hesitação e dúvidas, sentem-se estimulados a criar hipóteses e a testá-las uma a uma, sendo capazes de, posteriormente, resolver problemas ditos padronizados com mais facilidade e autonomia e, criar novos significados para seu conhecimento. Observamos, em nossa prática, que esses mesmos alunos mudaram sua forma de resolver os problemas ditos tradicionais, não se prendendo a algoritmos ou a procedimentos formais, mas utilizando a criatividade e suas emoções na construção da solução.

Consideramos um dos aspectos importantes deste estudo o processo percorrido pelos grupos no movimento de resolução de problema. Esse mostrou que os alunos se depararam com a real necessidade de criar e construir um jogo computacional matemático, pois o fato de se encontrarem, como mostram as análises, recorridamente em situações-dilemáticas e não abandonarem o propósito de resolver o problema maior de construir um jogo denota que a problematização de conceitos matemáticos pelo jogar e construir um jogo torna-se para o aluno uma necessidade. Necessidade esta que, de acordo com Saviani (2000), é essencial para aprender resolvendo problema.

Outro aspecto importante deste estudo foi a possibilidade dada aos alunos de refletir sobre atividades propostas em sala de aula, analisá-las e, até mesmo, criticá-las.

O fato de utilizarmos, neste estudo, o computador como um instrumento para a criação de jogos, resultou na possibilidade de os alunos utilizarem recursos que a tecnologia dispõe para simular situações, tais como o espaço sideral, as personagens que desejavam inserir em seus jogos e dar-lhes movimentos. Em material manipulativo, como por exemplo, colagens e dobraduras, o tipo de jogos criados seria muito difícil, ou até mesmo impossível de ser reproduzido e o efeito que os alunos obteriam não seria o desejado.

Comparativamente, supomos que, apenas criar um jogo que possa ser feito de forma manipulativa ou transportar os problemas de livros didáticos ou paradidáticos para o computador, em nada acrescentaria para o ensino. Devemos nos preocupar em propor a criação de jogos, computacionais ou não, que sejam criativos em termos de proporcionar reflexões sobre conceitos

matemáticos. Na construção dos jogos computacionais, os alunos puderam rever e refletir sobre conteúdos matemáticos estudados, como área, frações e suas operações, números decimais de forma autônoma e por meio da análise dos diferentes pontos de vista dos colegas.

Tanto no momento de exploração dos jogos, quanto no momento de criação e construção dos jogos computacionais, foi possível identificarmos a presença da situação-dilemática que, ora era mais forte, evidente e persistente, ora era sutil e rapidamente resolvida pela interação do grupo. As informações obtidas em nossa pesquisa contêm uma forma nova, individual e coletiva de se relacionar com o que vem a ser o problema matemático a partir da utilização de softwares na construção de jogos que envolvam situações matemáticas. Essas mesmas informações mostram também que, para a maioria dos alunos desta pesquisa, um problema só é matemático quando “tem contas” ou quando “tem números ou letras para ser resolvido”. Esta convicção se manifestou também, naqueles que afirmaram que para “ser Matemática não precisa só ter contas, mas sim, lógica”. A identidade da matemática, para esses alunos, reside no seu formalismo computacional. Acreditamos que isso possa ocorrer pelo fato de os jogos computacionais existentes ditos matemáticos, em sua maioria, serem identificados com a matemática por sugerirem desafios que envolvem cálculos ou relações numéricas ou geométricas. E, no caso desta pesquisa, um dos jogos por eles vivenciados, Operação Netuno, apresenta essas características.

Este fato nos faz entender que ainda é necessário pesquisas que investiguem as possibilidades didático-pedagógicas que o jogo e o jogo computacional, em particular, oferecem para que o aluno se sinta motivado para a construção de significados próprios dos conceitos matemáticos e estabelecer com a matemática uma relação mais criativa e lúdica, além de destituir-se da relação estritamente formalista e rígida cunhada pelo ensino tradicional.

Pela autonomia que os alunos desta pesquisa passaram a demonstrar frente à própria aprendizagem em Matemática, podemos inferir que trouxemos contribuições ampliando suas capacidades de otimizar os processos de resolução de problema em um movimento de interatividade, ludicidade, imaginação e criação.

As informações obtidas pela exploração e criação dos jogos computacionais possibilitaram a ocorrência de situações-dilemáticas nas quais os alunos puderam atribuir sentidos e significados próprios à situação, criar e utilizar seus conhecimentos e, em uma relação analítica e dialógica com a situação e com o grupo, o que favoreceu o processo de pensamento de

análise e síntese para o problema. A síntese elaborada, mesmo que provisória, na maioria das vezes, era compreendida pelo aluno e pelo grupo com propriedade, pois decorria de significados próprios que eram atribuídos à situação, fato fundamental para qualquer aprendizagem.

Acreditamos que o ensino e a aprendizagem são processos dinâmicos, em constante movimento e que, enquanto houver processo de ensino e aprendizagem, haverá o eterno buscar do pensamento com novos problemas a serem analisados e sintetizados. Nesses momentos de resolução de problema, é preciso que estejamos atentos aos movimentos de pensamento matemático elaborados pelos alunos, propondo-lhes desafios e envolvendo-os em inesperados e situações-dilemáticas, diante dos quais possam expor também as formas sensitivas do pensamento, sensações e percepções, e não só o aspecto lógico do pensamento.

Concluimos esse trabalho pensando que a criação de jogos, manipulativos ou computacionais, pode ser um recurso que favorece o envolvimento do aluno com a situação e que desafia a criação e produção de significados, tanto de conceitos matemáticos quanto da matemática enquanto área de conhecimento. E esta, como uma ciência em movimento, que exige reflexões sobre as situações e que estas podem gerar novas hesitações, dúvidas, contradições, envolvendo o sujeito em um movimento cíclico de resolução de problema.

REFERÊNCIAS

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 1 ed. em português. Tradução de Alfredo Bosi. São Paulo: Mestre Jou, 1970.
- ALMEIDA, P. N. **Educação lúdica: técnicas e jogos pedagógicos**. São Paulo: Loyola, 1987.
- ALVES, E. M. S. **A ludicidade e o ensino de matemática: uma prática possível**. Campinas, SP: Papirus, 2001.
- AMBRÓSIO, P. E.; MARCO, F. F. **Informática e educação: buscando alternativas para o ensino**. Revista da Universidade de Franca, nr. 10, p.41-42, dezembro, 2001.
- AMBRÓSIO, P. E.; MARCO, F. F.; et al. Jogos Computacionais como apoio ao Processo Ensino/Aprendizagem da Matemática. In: **Anais...** 1º Seminário de Iniciação Científica, Universidade de Uberaba, p. 154, 2000.
- BATTAIOLA, A. L. Jogos por computador. In: Escola Regional de Informática – São Paulo, VI, São Carlos, abril, 2001. **Anais...** São Carlos: ICMC/USP, pp. 25-47, 2001.
- BREDA, A. M. et. al. *Geometrix* - Uma ferramenta de apoio ao ensino de geometria. In: **Anais...** 1.º Simpósio Ibérico de Informática Educativa, 1999.
- BRENELLI, R. P. **O jogo como espaço para pensar: a construção de noções lógicas e aritméticas**. Campinas: Papirus, 1996.
- CAILLOIS, R. **Os jogos e os homens: a máscara e a vertigem**. Tradução José Garcez Palha. Lisboa, Portugal: Cotovia, 1994.
- CAMBI, F. **História da pedagogia**. Tradução Álvaro Lorencini. São Paulo: UNESP, 1999.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 3 ed. Lisboa: Gradiva, 2000.
- CARRASCO, L. H. M. **Jogos versus realidade: implicações na Educação Matemática**. Dissertação de Mestrado. Rio Claro, SP. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, 1992.
- CHATEAU, J. **O jogo e a criança**. Tradução Guido de Almeida. São Paulo: Summus Editorial, 1987.
- CORBALÁN, F. **Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato**. Madrid: Sintesis, 1994.
- D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo: Ática, 1990.
- DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas**. 7 ed. São Paulo: Ática, 1995.

DOMINGUES, D. (org.). **A arte no século XXI: a humanização das tecnologias**. São Paulo: UNESP, 1997.

DUFLO, C. **O jogo: de Pascal a Schiller**. Tradução Francisco Settineri e Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

ECHEVERRÍA, M. P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (org.) et all. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ECHEVERRÍA, M. P. P. e POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (org.) et all. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ELKONIN, D. B. **Psicologia do jogo**. Tradução Álvaro Cabral. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 3 ed. Campinas, São Paulo: Editora da Unicamp, 2002.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação**. Tese de Doutorado. Campinas, SP. Faculdade de Educação, UNICAMP, 1994.

FREIRE, J. B. **O jogo: entre o riso e o choro**. Campinas, SP: Autores Associados, 2002.

GOÑI, A. M. R., GONZÁLEZ A. **El niño y el juego: las operaciones infralógicas espaciales y el juego reglado**. Buenos Aires: Ediciones Nueva Visión, 1987.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de Doutorado. Campinas, SP. Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.

_____. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. Dissertação de Mestrado. Campinas, SP, Faculdade de Educação, UNICAMP, 1995.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura**. 4. ed. Tradução João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2000.

KALMYKOVA, Z. I. Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos. In: LURIA, LEONTIEV, VIGOTSKY et al. **Psicologia e pedagogia: investigações experimentais sobre problemas didáticos específicos**. Tradução Maria Flor Marques Simões. Editorial Estampa, Lisboa, 1977.

KAMII, C. & DEVRIES, R. **Jogos em grupo na educação infantil: implicações na teoria de Piaget**. Tradução Marina Célia Dias Carrasqueira. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991.

KANTOWSKI, M. G. Algumas considerações sobre o ensino para a resolução de problemas. In: KRULIK, S. & REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução

Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, p.270-282, 1997.

KISHIMOTO, T. M. (org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 1996.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Coleção Perspectivas do homem. Rio de Janeiro, RJ. Volume 123, 1978.

KRULIK, S. & REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.

LALANDE, A. **Vocabulário técnico e crítico da Filosofia**. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

LANNER DE MOURA, A. R. **A criança e a medida pré-escolar**. Tese de Doutorado. Campinas, SP, Faculdade de Educação, UNICAMP, 1995.

LANNER DE MOURA, A. R.; MARCO, F. F. A criação/construção de jogos computacionais analisados sob a perspectiva de resolução de problema. In: **Anais...** V Encontro de Pesquisa em Educação da Região Sudeste. Águas de Lindóia, SP. CD-ROM, 2002.

LANNER DE MOURA, A. R.; MARCO, F. F.; MISKULIN, R. G. S. Educação conceitual, resolução de problemas e jogos computacionais. In: **Anais...** VI EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, p. 392. Campinas, SP, 2002.

_____. Jogos computacionais: uma alternativa para as aulas de Matemática. In: **Anais...** IMIGRA/WJOGOS 2002 – 1ª Games And Digital Entertainment Workshop. Fortaleza, CE. CD-ROM, 2002.

LANNER DE MOURA, A. R.; SOUSA, M. C. Lógico-histórico da álgebra: atividade formadora de professores. In: **Actas...** XIV SIEM - Seminário de Investigação em Educação Matemática, p. 341. Lisboa, Portugal, 2003.

LANNER DE MOURA, A. R. et al. Movimento conceitual em sala de aula. In: **Anais...** XI CIAEM - Conferência Interamericana de Educación Matemática, Blumenau, SC, 2003.

LAVILLE, C.; DIONE, J. **A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas**. Porto Alegre: Artes Médicas; Belo Horizonte: Ed. UFMG, 1999.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria de desenvolvimento da psique infantil. In: VYGOTSKY, L. S. et al. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Tradução Maria da Penha Villa Lobos. São Paulo: Ícone, 2001.

_____. Os princípios psicológicos da brincadeira pré-escolar. In: VYGOTSKY, L. S. et al. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Tradução Maria da Penha Villa Lobos. São Paulo: Ícone, 2001.

LIMA, L.C. Da mecânica do pensamento ao pensamento emancipado da mecânica. In caderno do professor "**Trabalho e Tecnologia**", Programa Integrar – CUT, São Paulo, SP, 1998.

LOPES, A. V. et al. **Actividades matemáticas na sala de aula**. 3. ed. Lisboa: Texto, 1996.

LORENZATO, S. A. "Por Quê" matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. In: **Proposições**. Volume 4, número 1[10], Revista quadrimestral. Faculdade de Educação: UNICAMP, 1993.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **4 cores, senha e dominó**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1997.

_____. **Aprender com jogos e situações problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

MACHADO, N. J. et al. Jogos no ensino de matemática. **Cadernos de Prática de Ensino**, nº 1. USP. (Série Matemática), 1990.

MARCO F. F.; LANNER DE MOURA, A. R.; MISKULIN, R. G. S. Aulas de Matemática e utilização de jogos: um contexto para a resolução de problema. In: **Anais... II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, CD-ROM. 2003.

MARCO, F. F.; AMBRÓSIO, P. E.; et al. Uma experiência na aplicação de jogos computacionais como apoio ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática. In: **Anais... VI EPEM – Encontro Paulista de Educação Matemática**. Catanduva, SP. CD-ROM, 2001.

MARCO, F. F. Estudo dos processos de resolução de problemas mediante a construção de jogos computacionais. In: **Anais... V EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, p.183. São Paulo, SP, 2001.

_____. Utilização de Jogos no processo Ensino-Aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental. In: **Anais... X CIAEM - Conferência Interamericana de Educación Matemática**, p. 77, 1999.

_____. **Utilização de jogos no processo ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental**. Monografia (Especialização em Educação Matemática). Franca, SP. Universidade de Franca, 1998.

MASON, J. Resolução de problemas matemáticos, no Reino Unido: problemas abertos, fechados e exploratórios. In: ABRANTES, P., LEAL, L. C., PONTE, J. P. (orgs.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: Grafis, Coop. De Artes Gráficas, CRL, 1996.

MEC - Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental - **PCN's: Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

MENDONÇA, M. C. D. Resolução de problema pede (re)formulação. In: ABRANTES, P., PONTE, J. P., FONSECA, H., BRUNHEIRA, L. (orgs.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: Grafis, Coop. De Artes Gráficas, CRL, 1999.

_____. **Problematização**: um caminho a ser percorrido em educação matemática. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, 1993.

MISKULIN, R. G. S. **Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo ensino-aprendizagem da geometria**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, 1999.

MOISÉS, R. P. **A resolução de problemas na perspectiva histórico/lógica**: o problema em movimento. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, USP, São Paulo, SP, 1999.

MORA, J. F. **Dicionário de Filosofia**. Tradução Roberto Leal Ferreira e Álvaro Cabral. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

MOREIRA, M. A. **Ensino e aprendizagem**: enfoques teóricos. 2. ed. São Paulo: Editora Moraes, 1985.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (orgs.). **Ensinar a ensinar**: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

_____. **O educador matemático na coletividade de formação**: uma experiência com a escola pública. Tese de Livre Docência. São Paulo, SP, Faculdade de Educação, USP, 2000.

_____. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. In: KISHIMOTO, T. M. (org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 1996.

_____. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. Tese de Doutorado. São Paulo, SP, Faculdade de Educação, USP, 1992.

OLIVEIRA, C. C., COSTA, J. W., MOREIRA, M. **Ambientes informatizados de aprendizagem**: produção e avaliação de software educativo. Campinas: Papirus, 2001.

PAPERT, S. **Logo**: Computadores e Educação. Tradução J. A. Valente, B. Bitelman, A. V. Ripper. São Paulo: Brasiliense. Tradução de Mindstorms - Children, Computers and Powerful Ideas, 1985.

PAPERT, S. **A máquina das crianças**: repensando a escola na era da informática. Tradução Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PAULA, W. de P. **Multimídia**: conceitos e aplicações. Rio de Janeiro: LTC, 2000. Disponível em: http://nead.ufpr.br/meiosinterativos/multimidia_hipermidia.htm.

PETTY, A. L. S. **Ensaio sobre o valor pedagógico dos jogos de regras**: uma perspectiva

construtivista. Dissertação de Mestrado. São Paulo, SP, Instituto de Psicologia, USP, 1995.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

_____. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, S. & REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, p.1-3, 1997.

RAMALHO JR, F. et al. **Os fundamentos da física**. São Paulo: Moderna, 1995.

ROSA, M., MALTEMPI, M. V. RPG maker: uma proposta para unir jogo, informática e educação matemática. In: **Caderno de resumos... II SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2003.

SAVIANI, D. **Educação: do senso comum à consciência filosófica**. 13. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2000.

SCHOENFELD, A. Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas?. In: ABRANTES, P., LEAL, L. C., PONTE, J. P. (orgs.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: Grafis, Coop. De Artes Gráficas, CRL, 1996.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 21. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

SILVEIRA, S. R., BARONE, D. A. C. **Estudo e construção de uma ferramenta de autoria multimídia para a elaboração de jogos educativos**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1998.

SMOLE, K. S. & DINIZ, M. I. (orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

SZTAJN, P. Resolução de problemas, formação de conceitos e outras janelas que se abrem. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, dez.94-jun.97.

VALENTE, J. A. (org.) **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas: UNICAMP/NIED, 2. ed, 1998.

VÁZQUES, A. S. **Filosofia da práxis**. Rio de Janeiro: paz e Terra, 1968.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 6 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VYGOTSKY, L. S. **La imaginacion y el arte en la infancia**. Madrid, Akal bolsillo, 1982.

WINNICOTT, D. W. **O brincar & a realidade**. Tradução José Octávio de Aguiar Abreu e Vanede Nobre. Rio de Janeiro: Imago, 1975.