

Python Aflevering 2

FITS FEAT. SÆBEBOBLER

MekRel Lab Team 2023

Rasmus Bjerager Madsen, Athene Demuth, Charlie Lind-Thomsen, Frida Birkedal Nielsen, Graig Wigglesworth, Jeppe Grejs Petersen, Julie Harder Gabrielsen og Børge Svane Nielsen

Baggrund

Sæbebobler er noget vi alle kender, og man kunne forlede sig selv til at tro, at de skulle være simple - dog kan man sagtens komplicere det rigeligt. I denne opgave skal I igennem et datasæt¹ arbejde med, hvordan volumen af en sæbeboble ændrer sig over tid, når luften i sæbeboblen er forbundet med omgivelserne igennem et sugerør.

Ud fra Poiseuille's ligning og trykket i en sæbeboble kan man udlede følgende udtryk for en sæbebobles volume som funktion af tid

$$V(t) = (V_0^{4/3} - k \cdot t)^{3/4}. \quad (1)$$

Her er V_0 start volumen, og k er en sammensmeltning af konstanter, som påvirker hvor hurtigt luften lukkes ud af sæbeboblen.

Opgave

I har fået udleveret en datafil i formatet `.csv` (comma separated values) med data for et enkelt forsøg. I filen vil I finde målinger for tid [s], volumen [L] og usikkerhed på volumen [L]. Importering af data beskrives i Python noten <https://python-intro.nbi.ku.dk/notebooks/MekRel/Numpy.html>. Brug datafilen til at gøre følgende:

- Importer datafilen, og gem de relevante data i Numpy Arrays.
- Plotte volumen som funktion af tid, med usikkerhed på volumen.
- Benyt `curve_fit` (med usikkerhed!), for at fitte følgende modeller til dataen.
 - Et lineært fit. Bestem a , der er hældningskoefficienten, og b , der er skæringen med 2. akse.
 - Fit af ligning (1). Bestem k og V_0 . Du skal måske give `curve_fit` et start gæt (se supplement til Python noten), her kan du med fordel bruge værdierne fra det lineære fit.
- Plot fittet for begge modeller, præsenter de fundne parametre med usikkerhed for begge fits.

¹Datasæt taget af Benjamin Saddique, Jacob Møller-Jensen og Rasmus Madsen i 2023

- Kommentér på værdien af V_0 fra fittet af ligning (1) og b fra det lineær fit². Hvordan passer værdien fra fittet med datasættet?

OBS: Det er obligatorisk at I uploader jeres aflevering i en Jupyter Notebook/Lab fil (.ipynb). **Den skal kunne køre når vi åbner den**, så restart and run all inden i afleverer, så I er sikre på at koden virker når vi åbner den. Sørg for at holde god orden i jeres kode, og skriv kommentarer i markdown-celler undervejs - så vi ikke er i tvivl om hvad I gør. Læs mere om markdown her: <https://www.markdownguide.org/cheat-sheet/>.

Hvor kan jeg få hjælp?

Du kan få hjælp til `curve_fit` i Python noten https://python-intro.nbi.ku.dk/notebooks/MekRel/Funktioner_og_Scipy_optimize_checkpoint.html. Du kan også komme til Python caféen. Hvis det ikke virker, så kan man altid prøve at Google sig frem. Klø løs!

Supplement til Python noten

Når man skal give et start gæt, så giver man argumentet `p0=[gæt_parameter_1, gæt_parameter_2]` til `curve_fit`. F.eks. `curve_fit(..., p0=[1,4])`, hvis der var to parametre i ens fit funktion. Her er 1 gættet på første parameter, og 4 er gæt på andet parameter. Hvis parametrene man får tilbage ikke er gode, så skal man give et andet gæt.

Hvis du har problemer med at importere dataen, så kan du prøve at bruge `encoding='latin-1'`, når du bruger `np.genfromtxt()`.

Sæbeboble fysik

Hvis du har lyst til at udlede ligning (1), så er det afsnittet for dig:). **Det er ikke obligatorisk.**

Trykket i en sæbeboble er inverst proportional med radius af sæbeboblen.

$$\Delta P = \frac{4\gamma}{R} \quad (2)$$

Her er γ overfladespændingen af sæbevandet. Typisk er den på omkring $2,5 \frac{N}{m}$, hvilket ikke er særlig meget. Det interessante er at trykket derfor er større, for en lille boble end en stor boble. Ud fra ligning (2), kan du overveje hvad der ville ske hvis du forbandt to sæbebobler med forskellige størrelser. En lignende ligning eksisterer også for balloner. En anden nyttig ligning er Poiseuille's ligning.

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\mu L} \quad (3)$$

Her er Q volumestrømmen. r^4 er radius af sugerøret. Δp er trykforskellen. μ er viskositeten af luft. L er længden af sugerøret. Poiseuille's ligning antager at luftstrømmen er laminar. Benyt nu ligning (2) og (3), for at opstille en differentiell ligning. For at kombinere de to ligninger så skal du finde ud af hvordan Q relateres til $V'(t)$, og hvordan R

²Ud fra en Taylorudvikling kan man se at b er ækvivalent med V_0

relateres til V . Det kan være en fordel at samle alle konstanterne i en. Løs den herefter, med separation af variable, eller Maple. Husk at bestemme integrations konstanten. Man burde få k , til:

$$k = \left(\frac{32\pi}{81} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{r^4 \gamma}{\mu L} \quad (4)$$

Hvis du har lyst, så kan du prøve at gøre det samme for to sæbebobler der sidder sammen. Her vil du få en differentialligning, som jeg ikke har kunnet finde nogle løsninger til med Wolfram Alpha. Del gerne en løsning hvis du finder en!