

Отчёт по лабораторной работе 3

дисциплина: Математическое моделирование

Фогилева Ксения Михайловна, НПИбд-02-18

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
4	Выводы	14

List of Tables

List of Figures

3.1	Боевые действия между регулярными войсками	12
3.2	Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов	13

1 Цель работы

Построить упрощенную модель боевых действий с помощью Python.

2 Задание

Вариант 43 Между страной и страной идет война. Численности состава войск исчисляются от начала войны и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна имеет армию численностью 227 000 человек, а в распоряжении страны армия численностью в 139 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывными функциями.

Постройте графики изменения численности войск армии и армии для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -0,34x(t) - 0,87y(t) + |\sin(t)| + 2$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -0,51x(t) - 0,2y(t) + 2|\cos(t)|$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -0,24x(t) - 0,75y(t) + |\sin(8t)| + 1$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -0,28x(t)y(t) - 0,18y(t) + 2|\cos(t)|$$

3 Выполнение лабораторной работы

1. Боевые действия между регулярными войсками

1.1. Были изучены начальные условия. Коэффициент смертности, не связанный с боевыми действиями, у первой армии 0,34, а у второй – 0,2. Коэффициент эффективности первой и второй армии 0,51 и 0,87 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, $P(t) = |\sin(t)| + 2$, подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t) = |\cos(t)|$. $x_0 = 227000$ – численность 1-ой армии, $y_0 = 139000$ – численность 2-ой армии.

1.2. Начальные условия были оформлены в код на Python:

```
x0 = 227000
```

```
y0 = 139000
```

```
a1 = 0.34
```

```
b1 = 0.2
```

```
c1 = 0.51
```

```
h1 = 0.87
```

```
def P1(t):
```

```
    p1 = np.sin(t)+2
```

```
    return p1
```

```
def Q1(t):
```

```
    q1 = np.cos(t)
```

```
    return q1
```

1.3. Для времени были заданы следующие условия: $t_0 = 0$ – начальный момент времени, $t_{max} = 1$ – предельный момент времени, $dt = 0,05$ – шаг изменения времени.

1.4. Добавлены в программу условия, описывающие время:

```
t0 = 0
tmax = 1
dt = 0.05
t = np.arange(t0, tmax, dt)
```

1.5. Была запрограммирована система дифференциальных уравнений, описывающих изменение численности армий:

```
def S1(f, t):
    s11 = -a1*f[0] - b1*f[1] + P1(t)
    s12 = -c1*f[0] - h1*f[1] + Q1(t)
    return s11, s12
```

1.6. Был создан вектор начальной численности армий:

```
v = np.array([x0, y0])
```

1.7. Было запрограммировано решение системы уравнений:

```
f1 = odeint(S1, v, t)
```

1.8. Было описано построение графика изменения численности армий:

```
plt.plot(t, f1)
```

2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

2.1. Были изучены начальные условия. Коэффициент смертности, не связанный с боевыми действиями, у первой армии 0,24, а у второй – 0,18. Коэффициент эффективности первой и второй армии 0,28 и 0,75 соответственно. Функция,

описывающая подход подкрепление первой армии, $P(t) = |\sin(8t)| + 1$, подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t) = 2|\cos(t)|$. Изначальная численность армий такая же, как и в п. 1.1.

2.2. Были дополнены начальные условия в коде на Python:

```
a2 = 0.24
b2 = 0.18
c2 = 0.28
h2 = 0.75

def P2(t):
    p2 = np.sin(8*t)+1
    return p2
def Q2(t):
    q2 = 2*np.cos(t)
    return q2
```

2.3. Условия для времени были оставлены такие же, как и в п. 1.3, соответственно, не дублировали их в программе.

2.4. Была запрограммирована заданная система дифференциальных уравнений, описывающих изменение численности армий:

```
def S2(f, t):
    s21 = -a2*f[0] - b2*f[1] + P2(t)
    s22 = -c2*f[0]*f[1] - h2*f[1] + Q2(t)
    return s21, s22
```

2.5. Т. к. начальная численность армий не изменилась, вектор начальных условий тоже не меняли.

2.6. Решение системы уравнений было запрограммировано:

```
f2 = odeint(S2, v, t)
```

2.7. Было описано построение графика изменения численности армий:

```
plt.plot(t, f2)
```

3. Сборка программы

3.1. Получили следующий код в итоге:

```
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
x0 = 227000
```

```
y0 = 139000
```

```
a1 = 0.34
```

```
b1 = 0.2
```

```
c1 = 0.51
```

```
h1 = 0.87
```

```
a2 = 0.24
```

```
b2 = 0.18
```

```
c2 = 0.28
```

```
h2 = 0.75
```

```
t0 = 0
```

```
tmax = 1
```

```
dt = 0.05
```

```
t = np.arange(t0, tmax, dt)
```

```
def P1(t):
```

```

    p1 = np.sin(t)+2
    return p1
def Q1(t):
    q1 = np.cos(t)
    return q1

def P2(t):
    p2 = np.sin(8*t)+1
    return p2
def Q2(t):
    q2 = 2*np.cos(t)
    return q2

def S1(f, t):
    s11 = -a1*f[0] - b1*f[1] + P1(t)
    s12 = -c1*f[0] - h1*f[1] + Q1(t)
    return s11, s12

def S2(f, t):
    s21 = -a2*f[0] - b2*f[1] + P2(t)
    s22 = -c2*f[0]*f[1] - h2*f[1] + Q2(t)
    return s21, s22

v = np.array([x0, y0])

f1 = odeint(S1, v, t)
f2 = odeint(S2, v, t)

plt.plot(t, f1)

```

```
plt.ylabel('Численность армии')
plt.xlabel('Время')
plt.legend(['Армия X', 'Армия Y'])
```

```
plt.plot(t, f2)
plt.ylabel('Численность армии')
plt.xlabel('Время')
plt.legend(['Армия X', 'Армия Y'])
```

3.2. Получили графики изменения численностей армий (см. рис. 3.1 и 3.2):

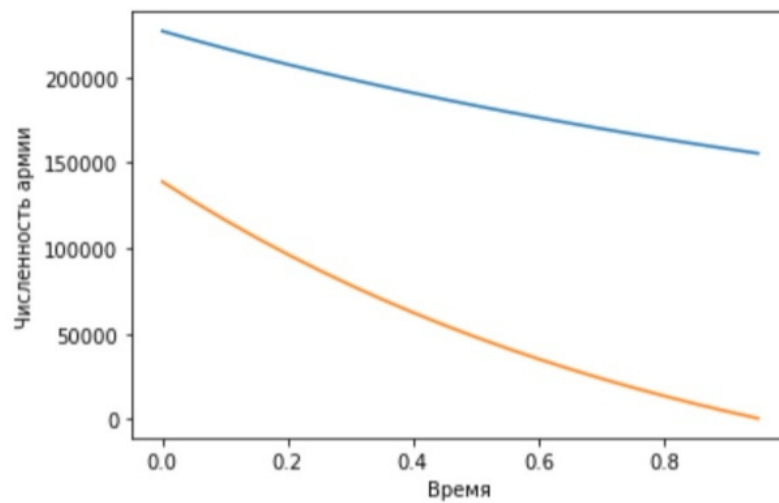


Figure 3.1: Боевые действия между регулярными войсками

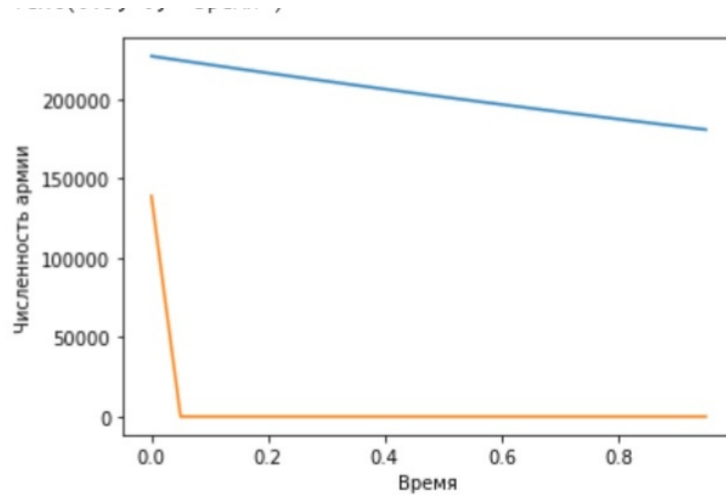


Figure 3.2: Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

4 Выводы

Была построена упрощенная модель боевых действий с помощью Python.

В боевых действиях между регулярными войсками армия X одержала победу, но для этого это понадобилось довольно много времени (как показано на графике, численность армии Y будет на исходе практически в предельный момент времени).

В боевых действиях с участием регулярных войск и партизанских отрядов также одержит победу армия X, однако намного быстрее, чем в 1-ом случае (по графику видно, что армия Y потеряла всех бойцов практически сразу после начала войны).