Отчёт по лабораторной работе 6

дисциплина: Математическое моделирование

Фогилева Ксения Михайловна, НПИбд-02-18

Содержание

# Цель работы

Построить простейшую модель эпидемии с помощью Python.

# Задание

**Вариант 43**

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове () в момент начала эпидемии () число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) , а число здоровых людей с иммунитетом к болезни . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени .

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если
2. если

# Теоретическое введение

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы:

* — восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи;
* — это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции;
* — это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Cкорость изменения числа S(t) меняется по закону:

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая в конце концов заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

Постоянные пропорциональности:

* — коэффициент заболеваемости
* — коэффициент выздоровления

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялись однозначно, нужно задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени нет особей с иммунитетом к болезни , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей и соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: и .

# Выполнение лабораторной работы

1. Изучили начальные условия. Популяция состоит из 5500 особей. В начальный момент времени: 45 особей инфицированы; 3 здоровая особь с иммунитетом; (5500 - 45 - 3) особей, воприимчивых к болезни. Задали коэффициент заболеваемости, он равныен0,15, коэффициент выздоровления - 0,02.
2. Код на Python:

a = 0.15  
b = 0.02  
  
N = 5500  
I0 = 45  
R0 = 3  
S0 = N - I0 - R0  
x0 = [S0, I0, R0]

1. Задали условия для времени: – начальный момент времени, – предельный момент времени, – шаг изменения времени.
2. Добавили в программу условия времени:

t0 = 0  
tmax = 200  
dt = 0.01  
t = np.arange(t0, tmax, dt)

1. Код системы уравнений, соответствующей 1-ому случаю ():

def S1(x, t):  
 dx1\_0 = 0  
 dx1\_1 = - b\*x[1]  
 dx1\_2 = b\*x[1]  
 return dx1\_0, dx1\_1, dx1\_2

1. Код системы уравнений, соответствующей 2-ому случаю ():

def S2(x, t):  
 dx2\_0 = -a\*x[0]  
 dx2\_1 = a\*x[0] - b\*x[1]  
 dx2\_2 = b\*x[1]  
 return dx2\_0, dx2\_1, dx2\_2

1. Запрограммировали решение систем уравнений:

y1 = odeint(S1, x0, t)  
y2 = odeint(S2, x0, t)

1. Построение графика для 1-ого случая ():

plt.plot(t, y1[:,0], label='S(t)')  
plt.plot(t, y1[:,1], label='I(t)')  
plt.plot(t, y1[:,2], label='R(t)')  
plt.title('I(0) <= I\*')  
plt.legend()

1. Построение графика для 2-ого случая ():

plt.plot(t, y2[:,0], label='S(t)')  
plt.plot(t, y2[:,1], label='I(t)')  
plt.plot(t, y2[:,2], label='R(t)')  
plt.title('I(0) > I\*')  
plt.legend()

1. Код всей программы:

import math  
import numpy as np  
from scipy.integrate import odeint  
import matplotlib.pyplot as plt  
  
a = 0.15  
b = 0.02  
  
N = 5500  
I0 = 45  
R0 = 3  
S0 = N - I0 - R0  
x0 = [S0, I0, R0]  
  
t0 = 0  
tmax = 200  
dt = 0.01  
t = np.arange(t0, tmax, dt)  
  
def S1(x, t):  
 dx1\_0 = 0  
 dx1\_1 = - b\*x[1]  
 dx1\_2 = b\*x[1]  
 return dx1\_0, dx1\_1, dx1\_2  
  
def S2(x, t):  
 dx2\_0 = -a\*x[0]  
 dx2\_1 = a\*x[0] - b\*x[1]  
 dx2\_2 = b\*x[1]  
 return dx2\_0, dx2\_1, dx2\_2  
  
y1 = odeint(S1, x0, t)  
y2 = odeint(S2, x0, t)  
  
plt.plot(t, y1[:,0], label='S(t)')  
plt.plot(t, y1[:,1], label='I(t)')  
plt.plot(t, y1[:,2], label='R(t)')  
plt.title('I(0) <= I\*')  
plt.legend()  
  
plt.plot(t, y2[:,0], label='S(t)')  
plt.plot(t, y2[:,1], label='I(t)')  
plt.plot(t, y2[:,2], label='R(t)')  
plt.title('I(0) > I\*')  
plt.legend()

1. Получились следующие динамики изменения числа людей из каждой группы (см. рис. 1 и 2):

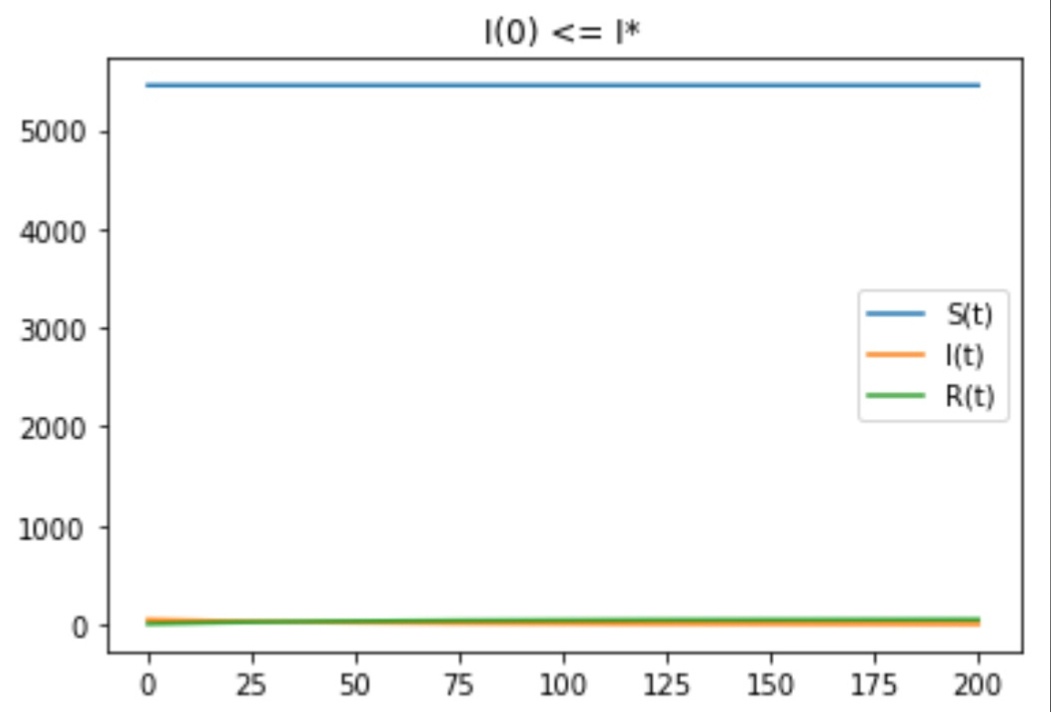


Figure 1: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп при

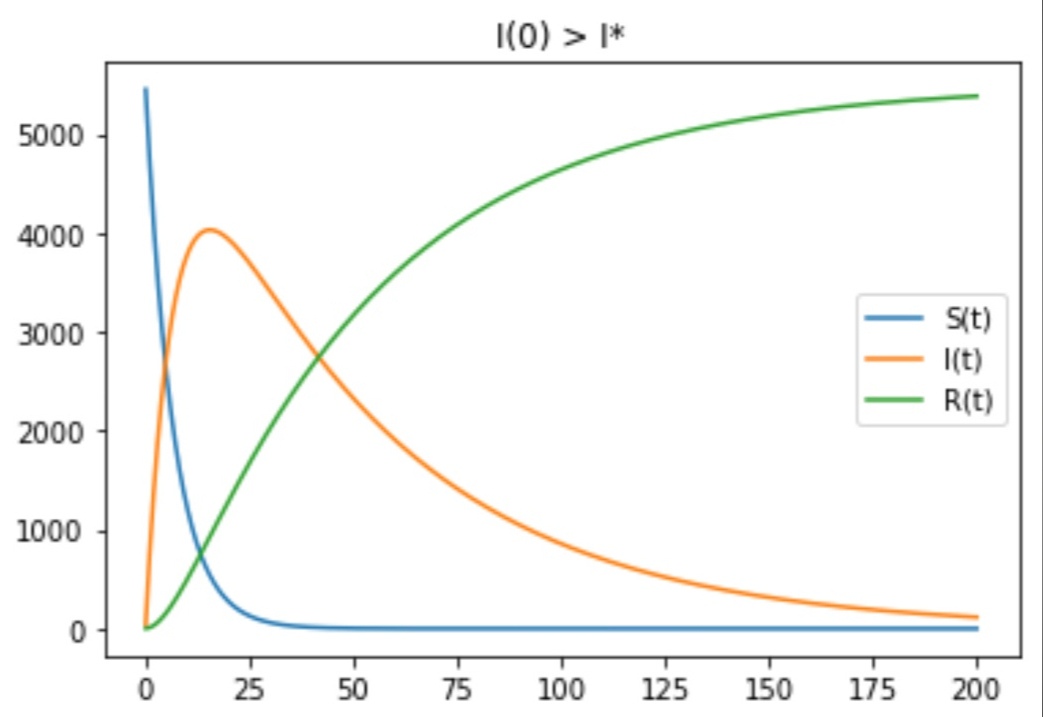


Figure 2: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп при

# Выводы

Построили простейшую модель эпидемии с помощью Python.

В обоих случаях люди острова смогут победить болезнь.