ЧАСТЬ 3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Электростатика — раздел электродинамики, в котором рассматриваются свойства и взаимодействие неподвижных в инерциальной системе отсчёта электрически заряженных тел или частиц, обладающих электрическим зарядом.

§30 Электрический заряд. Закон Кулона

Электрический заряд (q) — неотъемлемое свойство некоторых элементарных частиц (протонов, электронов и т.д.), определяющее их взаимодействие с внешним электромагнитным полем.

$$[q] =$$
Кл (кулон); $1 \,$ Кл $= 1 \,$ А \cdot с .

30.1 Свойства электрического заряда

- 1. Электрический заряд существует в двух видах: положительный и отрицательный. Одноимённые заряды отталкиваются, разноимённые притягиваются.
- 2. Существует минимальный электрический заряд, который называют элементарным. Носитель элементарного отрицательного заряда электрон, положительного протон. Заряд элементарных частиц одинаков по величине.

$$q_e = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

3. Электрический заряд дискретен, т.е. заряд любого тела образуется совокупностью элементарных зарядов и является величиной, кратной e.

$$q = eN$$
, $N = 1, 2, 3...$ (30.1)

4. Электрический заряд подчиняется закону сохранения заряда: Алгебраическая сумма зарядов электрически изолированной системы заряженных тел остается величиной постоянной.

$$q_1 + q_2 + \dots + q_N = \text{const}$$
 (30.2)

5. Электрический заряд инвариантен, т.е. его величина не зависит от того, движется заряд или нет.

Посмотрите лекционную демонстрацию.

Два вида зарядов: притяжение и отталкивание. http://www.youtube.com/watch?v=f8Z1gnDSUq8

30.2 Закон Кулона

Закон, который позволяет найти силу взаимодействия точечных зарядов, установлен экспериментально в 1785 году Ш. Кулоном.

Точечный заряд — это заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием от этого тела до других заряженных тел.

Сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величине этих зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и зависит от среды, в которой находятся заряды:

$$q_{1} \xrightarrow{\overrightarrow{F}_{12}} \xrightarrow{\overrightarrow{F}_{21}} q_{2} \qquad F = k \frac{q_{1} q_{2}}{\varepsilon r^{2}}, \qquad (30.3)$$

$$\vec{F}_{12}$$
 q_1
 r
 $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{1}| = |\vec{F}|$

Рисунок 30.1

$$r$$
 где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{H} \cdot \text{M}^2}{\text{K}\pi^2}$ – коэффициент пропорциональности в СИ.

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \ \Phi/\text{м}$$
 — электрическая постоянная.

ε – диэлектрическая проницаемость – характеристика среды. Для вакуума $\varepsilon = 1$.

Сила направлена по прямой, соединяющей заряды

(рис. 30.1).

Посмотрите лекционную демонстрацию.

Два вида зарядов: модель весов Кулона. http://www.youtube.com/watch?v=62fBGijR09w

§31 Электрическое поле. Характеристики электрического поля

Электрическое поле – это материальная среда, существующая вокруг заряженных тел и проявляющая себя силовым действием на заряды. Если электрически заряженные тела или частицы неподвижны в данной системе отсчёта, то их взаимодействие осуществляется посредством электростатического поля. Электростатическое поле является не изменяющимся во времени (стационарным) электрическим полем.

31.1 Напряжённость электрического поля

Для того, чтобы обнаружить и исследовать электрическое поле, используют точечный положительный заряд, который называют пробным – $q_{\rm пp}$. Если брать разные по величине пробные заряды, то и силы, которые действуют на эти заряды в данной точке поля, будут разными. Однако отношение силы к величине заряда для данной точки поля для всех пробных зарядов будет одним и тем же.

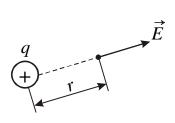


Рисунок 31.1

Напряжённость электрического поля (\vec{E}) - векторная физическая величина, силовая характеристика электрического поля, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещённый в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{np}}}.$$
 (31.1)

$$[E] = \frac{H}{K\pi} = \frac{B}{M}$$
.

Направление вектора напряжённости совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд (рис. 31.1).

Если величина и направление вектора напряжённости поля в каждой точке одинаковы, то поле называется *однородным*.

Исходя из закона Кулона, можно рассчитать напряжённость электрического поля, создаваемого точечным зарядом.

$$E = \frac{F}{q_{\text{iip}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r^2}.$$
 (31.2)

Если поле создается несколькими зарядами, то напряжённость результирующего поля равна векторной сумме напряжённостей полей, которые создавал бы каждый из зарядов системы в отдельности (рис. 31.2).

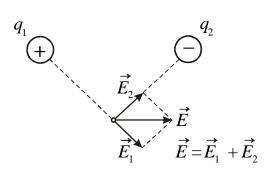


Рисунок 31.2

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i$$
. (31.3)

Данное утверждение называется *принципом суперпозиции* (наложения) *полей*.

На любой заряд q, внесённый в электрическое поле, действует электрическая сила

$$\vec{F}_{\text{\tiny ЭЛ}} = q\vec{E} \,. \tag{31.4}$$

31.2 Потенциал электростатического поля

Пусть пробный заряд $q_{\rm np}$ под действием сил поля перемещается относительно заряда q вдоль некоторой линии (рис. 31.3). При перемещении из точки 1 в точку 2 совершается работа

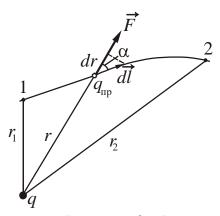


Рисунок 31.3

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F dr = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{qq_{\pi p}}{\varepsilon r^2} dr = -\left(k \frac{qq_{\pi p}}{\varepsilon r_2} - k \frac{qq_{\pi p}}{\varepsilon r_1}\right)$$
(31.5)

Из формулы (31.5) следует, что работа по перемещению заряда в электростатическом поле определяется только начальным и конечным положением заряда. Следовательно, кулоновские силы являются консервативными, а электростатическое поле — потенциальным. Работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии.

Величину $k\frac{qq_{\rm np}}{r}$ можно назвать потенциальной энергией заряда $q_{\rm np}$ в поле заряда q.

$$W_{\rm II} = k \frac{qq_{\rm IIp}}{\varepsilon r} \tag{31.6}$$

Отношение потенциальной энергии к величине пробного заряда для данной точки поля будет одним и тем же.

Поменциал (φ) – скалярная физическая величина, энергетическая характеристика электростатического поля, численно равная потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля единичный положительный заряд:

$$\varphi = \frac{W_{\Pi}}{q_{\Pi p}}.$$
 (31.7)

$$[\phi] = \frac{\mathcal{J}_{\mathcal{K}}}{K_{\mathcal{I}}} = B$$
 (вольт).

Потенциал может быть положительным или отрицательным.

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = k \frac{q}{\varepsilon r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r},\tag{31.8}$$

где k – коэффициент пропорциональности;

q – заряд, создающий поле;

r – расстояние от заряда до точки, в которой определяется потенциал.

Если r стремится к бесконечности $(r\to\infty)$, то потенциал ϕ стремится к нулю. Это означает, что потенциал поля точечного заряда обращается в нуль в бесконечно удаленной точке.

Работа A, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q из точки 1 с потенциалом ϕ_1 в точку 2 с потенциалом ϕ_2 :

$$A = -(q\varphi_2 - q\varphi_1) = q(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{31.9}$$

Величину $\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2$ называют разностью потенциалов. Таким образом

$$A = q\Delta\phi. \tag{31.10}$$

Если заряд q из точки с потенциалом ϕ удаляется на бесконечность (там, где по условию потенциал равен нулю) то работа сил поля равна

$$A_{\infty} = q \varphi$$
.

Отсюда следует, что потенциал численно равен работе, совершаемой силами электростатического поля при перемещении единичного положительного заряда из этой точки на бесконечность.

$$\varphi = \frac{A_{\infty}}{q}.$$

На практике за нулевой потенциал обычно принимают потенциал Земли.

Если поле создается системой зарядов, то, в соответствии с принципом суперпозиции, потенциал результирующего поля равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_N = \sum_{i=1}^N \varphi_i.$$
 (31.11)

§32 Графическое изображение электростатических полей

Графически электростатическое поле изображают с помощью силовых линий и эквипотенциальных поверхностей.

Эквипотенциальная поверхность — это геометрическое место точек электростатического поля, потенциалы которых одинаковы. Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении электрического заряда по одной и той же эквипотенциальной поверхности, равна нулю.

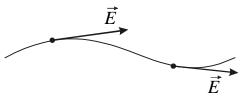


Рисунок 32.1

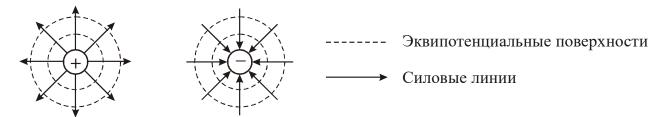
Силовая линия (линия напряжённости) — это линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора напряжённости \vec{E} (рис. 32.1).

Свойства силовых линий:

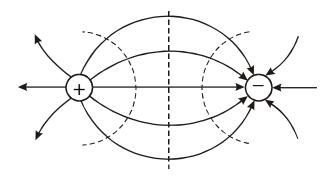
- 1. Силовые линии начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных или уходят в бесконечность.
- 2. Силовые линии не пересекаются.
- 3. По густоте силовых линий судят о величине напряжённости электростатического поля.
- 4. Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Эквипотенциальные поверхности обычно чертят так, что при переходе от одной эквипотенциальной поверхности к соседней потенциал меняется на одну и ту же величину $\Delta \phi$.

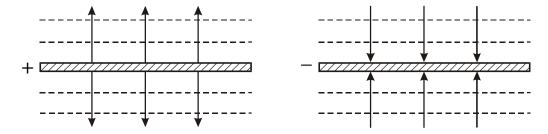
1. Поле точечного заряда.



2. Система точечных зарядов.



3. Поле равномерно заряженной плоскости.



Посмотрите лекционные демонстрации.

- 1. Демонстрация электрического поля на султанах.
- http://www.youtube.com/watch?v=pgELH03uXdg
- 2. Поле вблизи поверхности проводника. http://www.youtube.com/watch?v=eZj3jimsXkE

§33 Связь между напряжённостью электрического поля и потенциалом

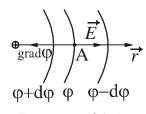


Рисунок 33.1

Найдем связь потенциала с напряжённостью электрического поля на примере электрического поля точечного заряда. Такое поле является неоднородным, так как численное значение и направление вектора напряжённости \vec{E} меняются при переходе из одной точки поля в другую. Изобразим три эквипотенциальные поверхности поля этого заряда с потенциалами $\phi + d\phi$, ϕ , $\phi - d\phi$, где $d\phi$ – бесконечно малое изме-

нение потенциала (рис. 33.1). Эти поверхности находятся на разном расстоянии друг от друга.

Изменение потенциала в заданном направлении \vec{r} характеризует производная по направлению $\frac{d\varphi}{dr}$. С уменьшением расстояния от заряда потенциал поля увеличивается. Это означает, что численное значение производной будет возрастать в сторону, противоположную вектору \vec{E} . Для того, чтобы указать направление наиболее быстрого возрастания потенциала, вводят векторную величину, которая называется градиентом потенциала.

Градиент потенциала (обозначается gradφ) – это вектор, направленный в сторону максимального возрастания потенциала и численно равный изменению потенциала, приходящемуся на единицу длины в этом направлении.

Поместим в точку А указанного электрического поля пробный положительный заряд $q_{\rm пp}$. Пусть под действием поля он смещается из точки с потенциалом ϕ в точку с потенциалом ϕ . При этом совершается работа

$$\delta A = F dr = q_{\text{np}} E dr \,, \tag{33.1}$$

где dr – расстояние между эквипотенциальными поверхностями ϕ и ϕ – $d\phi$.

С другой стороны

$$\delta A = -q_{\rm mn} d\varphi \,. \tag{33.2}$$

Приравнивая (33.1) и (33.2) и сокращая на $q_{\rm пp}$, получим

$$E = -\frac{d\Phi}{dr}. ag{33.3}$$

Это означает, что напряжённость электрического поля численно равна изменению потенциала, приходящемуся на единицу длины. Формулу (33.3) можно записать в векторном виде

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi. \tag{33.4}$$

Знак «—» говорит о том, что вектор напряжённости направлен в сторону убывания потенциала. Формула (33.4) справедлива для любого электростатического поля.

Если поле однородное, то вектор \vec{E} сохраняет свое численное значение и направление. В случае однородного поля

$$E = \frac{U}{d},\tag{33.5}$$

где d – расстояние между эквипотенциальными плоскостями с потенциалами ϕ_1 и ϕ_2 , $U = \phi_1 - \phi_2$ – разность потенциалов (напряжение).

§34 Расчёт электростатических полей

34.1 Теорема Гаусса

Потоком вектора напряжённости электрического поля через элементарный участок поверхности *dS* называется величина

$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = EdS\cos\alpha. \tag{34.1}$$

где $d\vec{S} = \vec{n}dS$, \vec{n} — единичный вектор, перпендикулярный площадке dS;

Рисунок 34.1 α – угол между направлением \vec{n} и \vec{E} (рис. 34.1).

Поток вектора напряжённости Φ через любую поверхность S равен алгебраической сумме потоков напряжённости сквозь все малые участки этой поверхности.

$$\Phi = \int_{S} \vec{E} d\vec{S} \ . \tag{34.2}$$

$$[\Phi] = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{M}} \cdot \mathbf{M}^2 = \mathbf{B} \cdot \mathbf{M}.$$

Согласно теореме Гаусса для электростатического поля:

Поток вектора напряжённости электростатического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на произведение $\varepsilon_0 \varepsilon$.

$$\oint_{S} \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_{0} \varepsilon} \cdot \sum_{i=1}^{N} q_{\text{OXB.}}.$$
(34.3)

Введем дополнительную характеристику электростатического поля

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \,, \tag{34.4}$$

которую называют вектором электростатической индукции (электрическим смещением).

В этом случае теорему Гаусса можно записать следующим образом:

$$\oint_{S} \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^{N} q_{\text{OXB.}} \,. \tag{34.5}$$

34.2 Примеры расчёта электростатических полей

При расчёте электростатических полей в этом разделе предполагается, что проводники находятся в вакууме, т.е. ϵ =1.

34.2.1 Поле равномерно заряженной бесконечно длинной нити

Пусть бесконечно длинная нить заряжена равномерно с линейной плотностью заряда т. *Линейной плотностью заряда* называется величина, численно

равная заряду, приходящемуся на единицу длины. При равномерном распределении заряда

$$\tau = \frac{q}{l}. \tag{34.6}$$

$$[\tau] = \frac{K\pi}{M}.$$

 \vec{E} [τ

Рисунок 34.2

В качестве замкнутой поверхности выберем коаксиальный цилиндр радиуса r и высоты l (рис. 34.2). Из соображений симметрии следует, что напряжённость поля в

любой точке должна быть направлена по радиальной прямой, перпендикулярной оси нити (заряд считается положительным). Поток Ф через торцы цилиндра равен нулю, так как линии напряжённости перпендикулярны оси. Поток через боковую поверхность

$$\Phi = \int_{S} \vec{E} d\vec{S} = E \cdot 2\pi rl \ .$$

По теореме Гаусса (см. формулу (34.3)):

$$E \cdot 2\pi rl = q \cdot \frac{1}{\varepsilon_0} = \frac{\tau l}{\varepsilon_0},$$

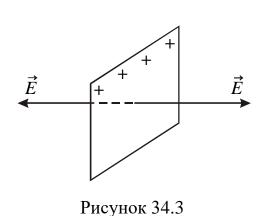
Отсюда:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}.\tag{34.7}$$

Поле отрицательно заряженной нити отличается только направлением вектора напряжённости \vec{E} .

34.2.2 Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

Пусть плоскость заряжена равномерно с поверхностной плотностью заряда от. *Поверхностной плотностью заряда* называется величина, численно равная заряду, приходящемуся на единицу площади. При равномерном распределении заряда



$$\sigma = \frac{q}{S}. \tag{34.8}$$

$$[\sigma] = \frac{K\pi}{M^2}.$$

Напряжённость поля равномерно заряженной бесконечной плоскости определяется следующим образом:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \,. \tag{34.9}$$

Это означает, что на любых расстояниях от бесконечной плоскости напряжённость поля одинакова по величине (рис. 34.3).

Две равномерно, с одинаковой плотностью σ , разноимённо заряженные бесконечные параллельные плоскости создают однородное электрическое поле. Напряжённость E поля между плоскостями определяется соотношением:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. (34.10)$$

34.2.3 Поле равномерно заряженной сферической поверхности

Поле, создаваемое сферической поверхностью радиуса R, заряженной с постоянной поверхностной плотностью заряда σ, будет центрально-

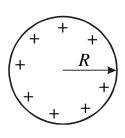


Рисунок 35.4

симметричным (рис. 35.4). Это означает, что направление вектора \vec{E} в любой точке проходит через центр сферы, а величина напряжённости зависит от расстояния r от центра сферы.

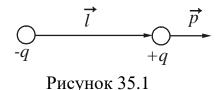
Напряжённость поля равномерно заряженной сферической поверхности:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}.$$
 (34.11)

Сферическая поверхность радиуса r < R не будет содержать зарядов, поэтому внутри сферы, заряженной с постоянной поверхностной плотностью, поле отсутствует, т.е. E = 0.

§35 Электрический диполь

Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине разноимённых точечных зарядов +q и -q, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы.



Прямая, проходящая через оба заряда, называ- \overrightarrow{l} ется *осью диполя*. Вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между ними, называется плечом ди*поля* \vec{l} (рис. 35.1).

Вектор, совпадающий по направлению с плечом диполя и численно равный произведению модуля заряда |q| на плечо \vec{l} , называется электрическим моментом диполя или дипольным моментом (рис. 35.1).

$$\vec{p} = |q|\vec{l} . \tag{35.1}$$

 $[p] = K \pi \cdot M$.

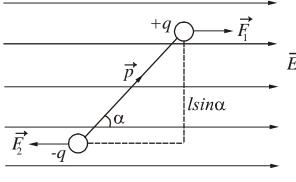


Рисунок 35.2

Ели диполь поместить во внешнее электрическое поле напряжённостью \vec{E} (рис. 35.2), то заряды +q и -q окажутся под действием равных по величине, но противоположных по направлению сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . Модуль каждой силы F=qE .

Плечо этой пары сил равно $l\sin\alpha$. Вращающий момент сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 стремится развернуть диполь вдоль поля. Величина момента: равна:

$$M = F l \sin \alpha = qEl \sin \alpha$$
.

Так как ql = p, то

$$M = pE\sin\alpha. (35.2)$$

Данное выражение можно представить в векторном виде

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} \,. \tag{35.3}$$

Таким образом, поведение диполя в электрическом поле определяется его дипольным моментом.

§36 Диэлектрики в электрическом поле

Диэлектрики (изоляторы) — это вещества, не способные проводить электрический ток. Идеальных изоляторов в природе не существует. Все вещества хотя бы в ничтожной степени проводят электрический ток. Однако, вещества, которые называются диэлектриками, проводят ток в 10^{15} — 10^{20} раз хуже, чем вещества, которые называются проводниками.

Посмотрите лекционную демонстрацию.

Проводимость проводников и изоляторов.

$\underline{http://www.youtube.com/watch?list=PLWM8IO-3TQjPep7daowLe6lYQzw4d2eQm}$

Согласно молекулярно-кинетической теории все вещества состоят из атомов или молекул. В свою очередь, атомы состоят из положительно заряженных ядер и отрицательно заряженных электронов, расстояние между которыми очень мало ($\sim 10^{-10}$ м), поэтому атомы и молекулы, находящиеся в электрическом поле, можно рассматривать как диполи. Если диэлектрик внести в электрическое поле, то это поле и сам диэлектрик претерпевают существенные изменения.

36.1 Классификация диэлектриков

По своей структуре диэлектрики можно разделить на три группы.

1. Вещества, молекулы которых имеют симметричное строение (N_2 , H_2 , O_2 , CH_4 , CO_2).

Если внешнее поле отсутствует ($\vec{E}=0$), то центр тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадает (рис. 36.1 а). Дипольный момент молекулы $\vec{p}=0$. Такие молекулы называются **неполярными**. Если напряжённость внешнего поля не равна нулю ($\vec{E}\neq 0$), то заряды неполярных молекул смещаются (рис. 36.1 б). Молекула приобретает дипольный момент \vec{p} , величина которого пропорциональна напряжённости электрического поля \vec{E} .

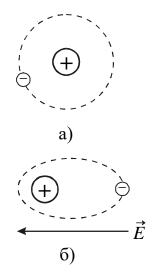


Рисунок 36.1

2. Вещества, молекулы которых имеют асимметричное строение (NH_3 , H_2O , SO_2 , CO).

Центры тяжести положительных и отрицательных зарядов не совпадают (рис. 36.2). Такие молекулы называют **полярными**. Если напряжённость внешнего электрического поля равна нулю ($\vec{E}=0$), то молекулы все равно обладают дипольным моментом. Действие внешнего поля на полярную молекулу сводится в основном к стремлению повернуть молекулу так, чтобы ее дипольный момент установился по направлению поля.

3. Вещества, молекулы которых имеют ионное строение (NaCl, KCl, KBr и др.).

При наложении на кристалл электрического поля происходит некоторая деформация решетки. При этом возникает дипольный момент.

Посмотрите лекционные демонстрации.

- 1. Модель неполярного диэлектрика. http://www.youtube.com/watch?v=_Usst7xzdEg
- 2. Модель полярного диэлектрика: стеклянная палочка между пластинами конденсатора.

http://www.youtube.com/watch?v=6iK3vwH0DnE

36.2 Поляризация диэлектриков

Заряды, входящие в состав диэлектрика, называются связанными. Покинуть пределы молекулы связанные заряды не могут. Под действием электрического поля связанные заряды могут лишь смещаться относительно положений равновесия.

Если внешнее электрическое поле отсутствует, то дипольные моменты молекул диэлектрика или равны нулю (неполярные молекулы), или распределены по направлениям в пространстве хаотическим образом (полярные молекулы). В обоих случаях суммарный дипольный момент диэлектрика равен нулю.

При помещении диэлектрика во внешнее электрическое поле его молекулы приобретают дипольные моменты или поворачиваются так, что их дипольные моменты устанавливаются по направлению поля. В результате диэлектрик приобретает дипольный момент

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i \,, \tag{36.1}$$

где $\, \vec{p}_i \, -$ дипольный момент одной молекулы.

Это означает, что в диэлектрике под действием электрического поля возникают *поляризационные заряды*.

Возникновение в диэлектрике поляризационного заряда под действием электрического поля называется поляризацией диэлектрика.

Для количественного описания поляризации диэлектрика вводят векторную величину, которую называют поляризованностью.

Поляризованность (\vec{P}_V) — векторная физическая величина, численно равная дипольному моменту единицы объёма диэлектрика:

$$\vec{P}_V = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i \,, \tag{36.2}$$

где ΔV – физически бесконечно малый объём, взятый вблизи рассматриваемой точки.

$$[P_V] = \frac{\mathbf{K} \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{M}}{\mathbf{M}^3} = \frac{\mathbf{K} \mathbf{\Pi}}{\mathbf{M}^2}.$$

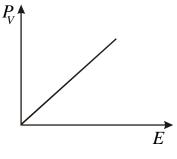


Рисунок 36.4

В слабых полях поляризованность изотропных диэлектриков пропорциональна напряжённости электрического поля (рис. 36.4) в той же точке:

$$\vec{P}_V = \chi \, \varepsilon_0 \vec{E} \,, \tag{36.3}$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость среды – величина, характеризующая электрические свойства диэлектрика.

Диэлектрическая восприимчивость χ величина безразмерная, всегда положительная, для большинства диэлектриков численное значение составляет несколько единиц.

Посмотрите лекционную демонстрацию:

Притяжение предметов к наэлектризованному телу. http://www.youtube.com/watch?v=RSBB8kfWXaM

36.3 Поле внутри диэлектрика

Рассмотрим две бесконечные параллельные плоскости с равными по величине, но разными по знаку зарядами. Между пластинами возникает однородное электрическое поле напряжённостью \vec{E}_0 . Напряжённость поля в вакууме будет определяться зарядами на пластинах (см. формулу 34.10)

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$
,

где σ – поверхностная плотность заряда на пластинах.

Внесем в это поле пластинку из диэлектрика (рис. 36.5). В результате поляризации на левой грани диэлектрика образуется избыток отрицательных поляризационных (связанных) зарядов с поверхностной плотностью $-\sigma'$. На правой грани — избыток положительных с поверхностной плотностью $+\sigma'$. Связанные заряды создают дополнительное электрическое поле напряжённостью \vec{E}_i

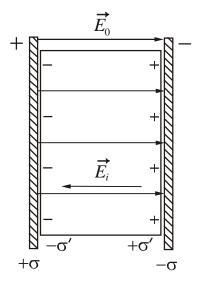


Рисунок 36.5

 \vec{E}_{i} Напряжённость поля связанных зарядов направлена против внешнего поля \vec{E}_0 . Результирующее поле внутри диэлектрика

$$E = E_0 - E_i. (36.4)$$

Учитывая то, что поляризованность пропорциональна напряжённости электрического поля (см. формулу (36.3)), можно получить следующее соотношение:

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} \,. \tag{36.5}$$

Безразмерная величина

$$\varepsilon = 1 + \chi \tag{36.7}$$

называется диэлектрической проницаемостью среды.

Тогда напряжённость поля внутри диэлектрика

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}. (36.8)$$

Таким образом, диэлектрик всегда ослабляет электрическое поле.

Диэлектрическая проницаемость среды – это характеристика вещества, которая показывает, во сколько раз поле внутри однородного диэлектрика меньше, чем в вакууме.

§37 Проводники в электрическом поле

Проводники – вещества, в которых имеются носители заряда, способные перемещаться под действием сколь угодно малой силы.

Внесем проводник в электрическое поле. Под действием поля носители заряда в проводнике начинают перемещаться. В результате их перемещения концы проводника приобретают заряды противоположно знака (рис. 37.1). Их называют

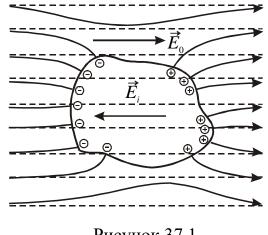


Рисунок 37.1

индуцированными. Поле индуцированных зарядов \vec{E}_i противоположно направлению внешнего поля \vec{E}_0 . Перераспределение зарядов происходит до тех пор, пока напряжённость поля внутри проводника не станет равной нулю

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i,$$

$$E = E_0 - E_i = 0,$$

а линии напряжённости вне проводника — перпендикулярными к поверхности. Поэтому в случае равновесия зарядов потенциал φ во всех точках проводника будет иметь одно и то же значение.

Индуцированные заряды распределяются по внешней поверхности проводника. Если внутри проводника сделать полость, то напряжённость поля в этой полости равна нулю, независимо от того, какое поле имеется снаружи.

Посмотрите лекционные демонстрации.

- 1. Сетка Кольбе.
- $\underline{http://www.youtube.com/watch?v=NMb3E2Ar4L0}$
- 2. Клетка Фарадея.

http://www.youtube.com/watch?v=63TtyTc9flo

§38 Электроёмкость. Энергия электрического поля

38.1 Электроёмкость уединённого проводника

Если уединённому проводнику сообщить заряд dq, то потенциал этого проводника изменится. Изменение потенциала $d\phi$ пропорционально сообщённому заряду:

$$d\varphi = \frac{1}{C}dq, \qquad (38.1)$$

где C – коэффициент пропорциональности, называемый электрической ёмкостью.

Электрическая ёмкость (электроёмкость) — это скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника накапливать электрический заряд и численно равная заряду, сообщение которого проводнику изменяет его потенциал на один вольт:

$$C = \frac{q}{\Phi}. (38.2)$$

$$[C] = \frac{\mathrm{K}\pi}{\mathrm{B}} = \Phi$$
 (фарад).

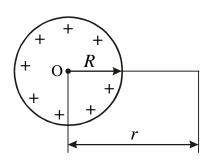


Рисунок 38.1

Фарад — это очень большая величина. Такой ёмкостью обладал бы шар радиуса 9.10^9 м, т.е. радиуса в 1500 раз больше радиуса Земли.

На практике ёмкость измеряют в миллифарадах (м Φ), микрофарадах (мк Φ), нанофарадах (н Φ) и пикофарадах (п Φ).

Электроёмкость зависит от геометрии проводника и диэлектрической проницаемости среды, окружающей проводник.

Пример. Электроёмкость уединённой проводящей сферы (рис. 38.1).

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R. \tag{38.3}$$

Посмотрите лекционную демонстрацию:

Влияние диэлектрика на электроёмкость. http://www.youtube.com/watch?v=ERsFC-sXfho

38.2 Конденсаторы

Уединённые проводники имеют небольшую ёмкость. Например, шар размером с Землю имеет ёмкость 700 мкФ. На практике необходимы устройства, способные накапливать на себе («конденсировать») большие заряды. Их называют конденсаторами.

Конденсатор – это система из двух проводников, заряженных разноимённо, равными по абсолютному значению зарядами. Проводники расположены близко друг к другу и разделены диэлектриком.

Условное обозначение на схемах: — —

Образующие конденсатор проводники называют обкладками. Чтобы внешние тела не оказывали влияния на ёмкость конденсатора, обкладкам придают такую форму и так их располагают, чтобы поле было сосредоточено внутри конденсатора. Этому условию отвечают:

- две пластины, расположенные близко друг к другу;
- два коаксиальных цилиндра;
- две концентрические сферы.

Соответственно, по форме конденсаторы бывают:

- о плоские;
- о цилиндрические;
- о сферические.

Основной характеристикой конденсатора является электроёмкость C. По определению, электроёмкость равна отношению заряда на конденсаторе к разности потенциалов между обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},\tag{38.4}$$

где $\phi_1 - \phi_2 = U$ – напряжение между обкладками;

q – заряд положительной обкладки.

Величина электроёмкости конденсатора определяется формой и размерами обкладок и величиной зазора между ними, а также диэлектрическими свойствами среды, заполняющей пространство между обкладками.

Формулы для расчёта электроёмкости некоторых видов конденсаторов.

1. Плоский конденсатор (рис. 38.2).

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d},\tag{38.5}$$

d

Рисунок 38.2

где S – площадь обкладки;

d – расстояние между обкладками;

 ϵ – диэлектрическая проницаемость среды (диэлектрика), которая находится между обкладками.

Посмотрите лекционную демонстрацию.

Зависимость электроёмкости плоского конденсатора от его геометрических параметров.

http://www.youtube.com/watch?v=1N9Xkl-dd8k

2. Цилиндрический конденсатор (рис. 38.3).

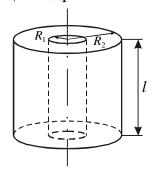


Рисунок 38.3

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_2}{R_1}},\tag{38.6}$$

где l – длина конденсатора;

 R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней обкладок.

Помимо ёмкости каждый конденсатор характеризуется предельным напряжением $U_{\rm max}$, которое можно прикладывать к обкладкам конденсатора, не опасаясь пробоя. При превышении этого напряжения

между обкладками проскакивает искра, в результате чего разрушается диэлектрик и конденсатор выходит из строя.

При последовательном соединении конденсаторов (рис. 38.4) они соединяются разноимённо заряженными обкладками. При этом выполняются следующие соотношения:

$$C_1$$
 C_2 C_n $Q_{06iii} = q_1 = q_2 = ... = q_n$ $U = U_1 + U_2 + ... + U_n$ $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$ (38.7)

Результирующая ёмкость всегда меньше минимальной электроёмкости, входящей в батарею. При последовательном соединении уменьшается возможность пробоя конденсаторов, потому что на каждом конденсаторе имеется лишь часть общей разности потенциалов, поданной на всю батарею.

При параллельном соединении конденсаторов (рис. 38.5) соединяются одноимённые обкладки. При этом выполняются соотношения:

$$C_1$$
 $Q_{\text{общ}} = q_1 + q_2 + \dots + q_n$
 C_2
 $U = U_1 = U_2 = \dots = U_n$
 C_1
 C_2
 C_3
 C_4
 C_4
 C_5
 C_7
 C_7

Рисунок 38.5

Параллельное соединение конденсаторов используют для получения больших электроёмкостей.

38.3 Энергия электрического поля

1. Энергия заряженного уединённого проводника.

Пусть имеется уединённый проводник. Обозначим:

q – заряд проводника, C – электроёмкость, φ – потенциал.

Если перенести заряд q из бесконечности на незаряженный уединённый проводник, то он приобретет энергию

$$W = \frac{C\phi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\phi}{2}.$$
 (38.9)

2. Энергия заряженного конденсатора.

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией. Энергия заряженного конденсатора определяется соотношениями:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}.$$
 (38.10)

Формулу для энергии поля конденсатора можно преобразовать, используя величины, характеризующие электрическое поле.

$$W = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} V, \qquad (38.11)$$

где V = Sd — объём конденсатора.

Если поле однородно (что имеет место в плоском конденсаторе), то заключенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной плотностью.

Величина, равная отношению энергии поля к занимаемому объёму, называется *объёмной плотностью энергии*.

$$w = \frac{W}{V}. ag{38.12}$$

Для электрического поля:

$$w_{\rm em} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2}.$$
 (38.13)

Формула (38.10) связывает энергию с ёмкостью конденсатора, а формула (38.13) – плотность энергии с напряжённостью электрического поля.

Посмотрите лекционную демонстрацию.

Энергия заряженного конденсатора.

https://www.youtube.com/watch?v=4HPhCLOwAAs&index=1

§39 Электрический ток. Характеристики тока

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов.

Для протекания тока необходимо наличие в проводнике (или в данной среде) *носителей заряда* — заряженных частиц, которые могут перемещаться в пределах всего проводника. Ими могут быть электроны, ионы или макроскопические частицы, несущие на себе заряд. Ток возникает при условии, что внутри проводника существует электрическое поле.

Ток, возникающий в проводящих средах, называется *током проводимостии*. Примером тока проводимости является ток в металлах. Для существования постоянного электрического тока проводимости необходимо выполнение следующих условий:

- 1. Наличие свободных носителей заряда.
- 2. Наличие внешнего электрического поля, энергия которого должна расходоваться на упорядоченное перемещение электрических зарядов.
- 3. Цепь постоянного тока проводимости должна быть замкнутой. Количественной характеристикой электрического тока является сила тока.

 $\it Cuna\ moкa\ (i)$ — скалярная физическая величина, численно равная заряду, переносимому через поперечное сечение проводника за единицу времени.

$$i = \frac{dq}{dt}. (39.1)$$

[i] = A (ампер).

За направление тока принимается направление перемещения положительных зарядов. Если сила тока и его направление не изменяются, то ток называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}. (39.2)$$

Другой характеристикой тока является плотность тока.

Плотность тока (\vec{j}) — векторная физическая величина, численно равная электрическому заряду, переносимому за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению движения носителей тока.

$$j = \frac{dq}{dtdS_{\perp}} = \frac{di}{dS_{\perp}}; \tag{39.3}$$

Для постоянного тока

$$j = \frac{I}{S},\tag{39.4}$$

где S — площадь поперечного сечения проводника.

$$[j] = \frac{A}{M^2}.$$

За направление вектора плотности тока принимается направление движения положительных носителей тока.

$$\vec{j} = j \cdot \frac{\vec{v}}{v},\tag{39.5}$$

где \vec{v} – скорость движения положительных частиц.

Зная вектор плотности тока в каждой точке пространства, можно найти силу тока через произвольное сечение S:

$$i = \int_{S} \vec{j} \, d\vec{S} \,. \tag{39.6}$$

§40 Электродвижущая сила. Напряжение

Если в цепи на носители заряда действуют только силы электростатического поля, то потенциал всех точек поля выравнивается, и электростатическое поле внутри проводника исчезает. Чтобы поддерживать ток длительное время, в цепи должно работать устройство, которое способно создавать и поддерживать разность потенциалов за счёт работы сил неэлектростатического происхождения. Это устройство называют *источником тока*. Работа совершается за счёт некоторого запаса механической, тепловой или химической энергии.

Силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называются *сторонними*.

Полная работа по перемещению заряда

$$A = A_{\text{кул}} + A_{\text{стор}}. (40.1)$$

Разделим обе части на величину переносимого заряда q:

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{\text{кул}}}{q} + \frac{A_{\text{crop}}}{q} \,. \tag{40.2}$$

Величина, равная отношению полной работы, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении заряда, к величине заряда называется *напряжением* на данном участке.

$$U = \frac{A}{q}. (40.3)$$

Величина, равная отношению работы, совершаемой сторонними силами при перемещении заряда, к величине этого заряда называется электродвижущей силой (эдс)

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{crop}}}{q}.$$
 (40.4)

$$\frac{A_{\text{кул}}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2. \tag{40.5}$$

Подставив записанные выражения в (40.2), получим:

$$R$$
 ε , r φ_2

Рисунок 40.1

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \tag{40.6}$$

Напряжение на участке цепи (рис. 40.1) равно сумме разности потенциалов и электродвижущей силы.

Участок, на котором на носители заряда действуют сторонние силы, называют *неоднородным*. Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называют *однородным*.

Для однородного участка ($\epsilon = 0$):

$$U = \varphi_1 - \varphi_2, \tag{40.7}$$

т.е. напряжение на однородном участке совпадает с разностью потенциалов на концах участка.

§41 Закон Ома

41.1 Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление

Немецкий физик Г. Ом экспериментально установил закон, согласно которому сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению на этом проводнике.

$$I = \frac{U}{R} \,, \tag{41.1}$$

где R — электрическое сопротивление.

 $[R] = O_{M}$.

Электрическое сопротивление (R) — скалярная физическая величина, характеризующая свойство проводника противодействовать пропусканию электрического тока и равная отношению напряжения U на концах проводника к силе тока I, протекающего по нему:

$$R = \frac{U}{I} \,. \tag{41.2}$$

Сопротивление проводника зависит от материала проводника и его геометрических размеров. Для однородного цилиндрического проводника оно может быть рассчитано по формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S},\tag{41.3}$$

где l – длина проводника,

S – площадь поперечного сечения проводника;

ρ – удельное электрическое сопротивление.

Удельное электрическое сопротивление проводника — величина, характеризующая материал проводника и численно равная сопротивлению однородного цилиндрического проводника единичной длины и единичной площади поперечного сечения.

$$[\rho] = O_{M} \cdot M$$
.

Сопротивление металлов линейно возрастает с ростом температуры.

$$R = R_0 (1 + \alpha t), \tag{41.4}$$

где R – сопротивление при температуре t°C,

 R_0 – сопротивление при 0°С,

α – температурный коэффициент сопротивления.

Температурный коэффициент характеризует температурную стабильность материала и численно равен относительному изменению сопротивления проводника при изменении температуры на 1 К. Для чистых металлов температурный коэффициент представляет величину порядка $\alpha \approx 0{,}004~{\rm K}^{-1}$.

Посмотрите лекционные демонстрации.

- 1. Зависимость сопротивления металлов от температуры. http://www.youtube.com/watch?v=NL1vjrwQNX8
- 2. Опыты с жидким азотом: уменьшение сопротивления металла. http://www.youtube.com/watch?v=kjhNxoMrN7c

Величина G, обратная сопротивлению, называется электропроводимостью.

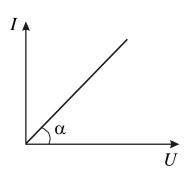


Рисунок 41.1

$$G = \frac{1}{R}. (41.5)$$

$$[G] = \frac{1}{O_{M}} = C_{M} \text{ (сименс)}.$$

Удельная электрическая проводимость (электропроводность) σ связана с удельным электрическим сопротивлением ρ соотношением:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \,. \tag{41.6}$$

$$[\sigma] = \frac{1}{O_{M} \cdot M} = \frac{C_{M}}{M}.$$

Зависимость силы тока от напряжения называется *вольт-амперной ха- рактеристикой* (BAX). Для металлов эта зависимость имеет линейный характер (рис. 41.1).

При последовательном соединении проводников конец предыдущего проводника соединяется с началом последующего и между проводниками ток не разветвляется (рис. 41.2).

$$I = I_1 = I_2 = \dots = I_n$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$
Pucyhok 41.2
$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$
(41.7)

Если n проводников сопротивлением $R_1, R_2, ..., R_n$ соединены между собой последовательно, то через проводники течет одинаковый ток и напряжение на концах соединения равно сумме напряжений на отдельных проводниках.

Если начала проводников соединены в одной точке (узле), а концы в другой, то соединение называют параллельным (рис. 41.3).

При параллельном соединении проводников сила тока в неразветвлённой части цепи равна сумме сил токов, текущих в разветвлённых участках цепи, напряжение на параллельно соединённых участках цепи одинаково.

$$I = I_{1} + I_{2} + \dots + I_{n}$$

$$U = U_{1} = U_{2} = \dots = U_{n}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{1}} + \frac{1}{R_{2}} + \dots + \frac{1}{R_{n}}$$

$$(41.8)$$

Рисунок 41.3

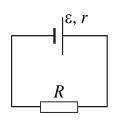
41.2 Закон Ома для неоднородного участка

Напряжение между двумя точками электрической цепи равно сумме разности потенциалов и электродвижущей силы:

$$U=\phi_1-\phi_2+\epsilon\,.$$
 Тогда
$$I=rac{U}{R}=rac{\phi_1-\phi_2+\epsilon}{R}, \eqno(41.9)$$
 или
$$IR=\phi_1-\phi_2+\epsilon\,. \eqno(41.10)$$

Выражение (41.10) называется законом Ома для неоднородного участка.

При отсутствии сторонних сил величины U и $\phi_1 - \phi_2$ совпадают. Поэтому в задачах электростатики и задачах на ток, где рассматриваются участки цепи, не содержащие эдс, понятия напряжения и разности потенциалов часто отождествляют.



Если цепь содержит источник тока, эдс которого ϵ , и при этом замкнута, то $\phi_1 = \phi_2$. Для замкнутой цепи (рис. 41.4) закон Ома примет вид:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r},\tag{41.11}$$

Рисунок 41.4

где r — сопротивление источника тока; R — сопротивление нагрузки; (R+r) — полное сопротивление цепи.

41.3 Закон Ома в дифференциальной форме

Преобразуем закон Ома для участка цепи. Заменим силу тока через плотность тока:

$$I = jS$$
;

напряжение на концах проводника – через напряжённость поля:

$$U = El$$
:

сопротивление – через геометрические размеры проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Сделаем подстановку в формулу (41.1). Проведя сокращения, получим

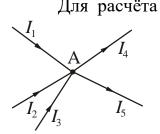
$$j = \frac{E}{\rho}. (41.12)$$

С учетом формулы (41.6) выражение (41.12) можно переписать в виде:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \,. \tag{41.13}$$

Плотность тока пропорциональна напряжённости поля в данной точке проводника. Это выражение называется законом Ома в дифференциальной форме.

§42 Разветвлённые цепи. Правила Кирхгофа



Для расчёта разветвлённых электрических цепей постоянного тока используют правила Кирхгофа. Этих правил два. Первое относится к узлам цепи. *Узлом* называется точка, в которой сходится более чем два проводника – точка А на рис. 42.1.

Первое правило: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю, т.е.

Рисунок 42.1
$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots = \sum_{i=1}^{N} I_i = 0.$$
 (42.1)

Токи считаются положительными, если они подходят к узлу. Токи, отходящие от узла, считаются отрицательными.

Для узла A, изображённого на рис. 42.1, первое правило запишется следующим образом:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$
.

Второе правило: в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвлённой электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивления R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме имеющихся в контуре эдс:

$$\sum_{i=1}^{N} I_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i , \qquad (42.2)$$

где I_i – сила тока на i-м участке; R_i – активное сопротивление i-го участка; ε_i – эдс источников тока на i-м участке; N – число участков, содержащих активное сопротивление; k – число источников тока.

Расчёт разветвлённой цепи постоянного тока проводится в такой последовательности:

- 1) произвольно выбираются направления токов во всех участках цепи и направление обхода контура;
- 2) записываются (n-1) независимых уравнений правила узлов, где n число узлов в цепи;

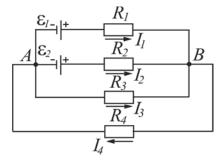


Рисунок 42.2

- 3) произвольные замкнутые контуры выделяются так, чтобы каждый новый контур содержал, по крайней мере, один участок цепи, не входящий в ранее рассмотренные контуры;
- 4) если токи совпадают с выбранным направлением обхода контура, то они считаются положительными. Эдс считаются положительными, если они повышают потенциал в направлении обхода контура.

Для контура AR_1BR_2A (рис. 42.2) второе правило Кирхгофа запишется следующим образом:

$$I_1(R_1+r_1)-I_2(R_2+r_2)=\varepsilon_1-\varepsilon_2$$
,

где r_i —сопротивление i-го источника. Контур обходили по часовой стрелке.

§43 Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

При упорядоченном движении заряженных частиц в проводнике электрическое поле совершает работу. Её принято называть *работой тока*.

Рассмотрим произвольный участок цепи постоянного тока, к концам которого приложено напряжение U. За время t через сечение проводника проходит заряд q = It. Это равносильно тому, что заряд It переносится за время t из одного конца проводника в другой. При этом силы электростатического поля и сторонние силы, действующие на данном участке, совершают работу:

$$A = Uq = UI t. (43.1)$$

Разделив работу A на время t, за которое она совершается, получим мощность, развиваемую током на рассматриваемом участке цепи:

$$P = UI (43.2)$$

Эта мощность может расходоваться на совершение рассматриваемым участком цепи работы над внешними телами, на протекание химических реакций, на нагревание данного участка цепи и т.д.

Если проводник неподвижен и в нем не происходит химических превращений, то работа поля по перемещению зарядов идет на изменение внутренней энергии проводника, т.е. проводник нагревается. При этом выделяется количество тепла:

$$Q = A = IUt$$
.

По закону Ома U = IR. Сделав замену, получаем

$$Q = I^2 Rt. (43.3)$$

Данное выражение называется законом Джоуля – Ленца.

Посмотрите лекционные демонстрации:

- 1. Плавкий предохранитель. Пережигание проволоки. http://www.youtube.com/watch?v=1SJ_NFRYPjg
- 2. Закон Джоуля Ленца. Цепочка из различных металлов. http://www.youtube.com/watch?v=N638UEoSRY0