CNED

# DÉCOU. APP. LA FORME DE LA TERRE

www.cned.fr



CNED, BP 60200, 86980 Futuroscope Chasseneuil Cedex, France - © CNED

# Table des matières

# 1 Chapitre 1 – La Forme de la Terre

## 1.1 Introduction de la séance

Illustration : une mappemonde

Illustration : une mappemonde

La forme de la Terre et ses dimensions ont été le sujet de plusieurs siècles de débats. Ce chapitre vise à :

- Comprendre comment a évolué notre vision de la forme de la Terre ;
- Acquérir des méthodes de mesure de distance utilisées en géodésie ;

### 1.1.1 Ce que nous allons aborder

- Relation entre angle et arc ;
- Méthode de triangulation plane ;
- Évolution de la « Figure de la Terre » ;
- Mesure de la longueur du méridien terrestre par Ératosthène, ainsi que par Delambre et Méchain : contexte, méthode, résultats.

### 1.1.2 Temps de travail indicatif

2h 20

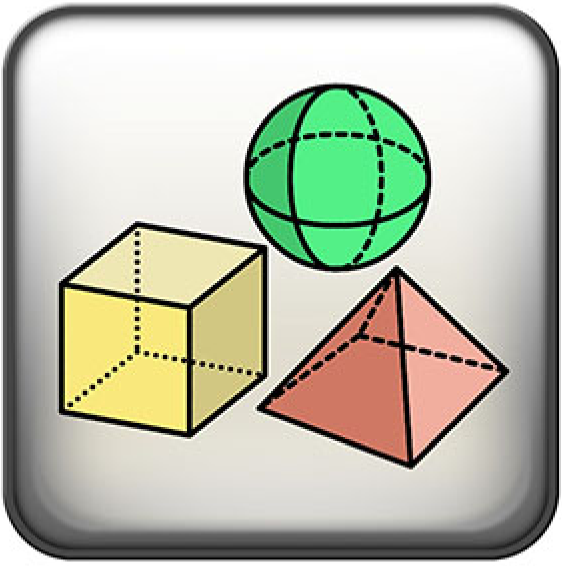
## 1.2 Savoir où j'en suis !

### 1.2.1 Activité 1 : Coordonnées géographiques

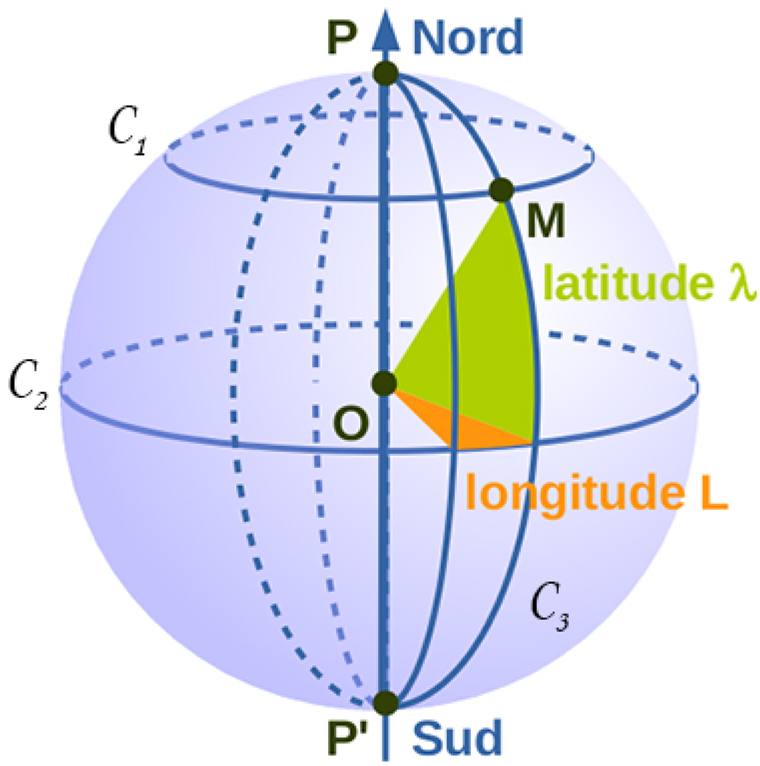
#### 1.2.1.1 Introduction

- Repérage d'un lieu à la surface de la Terre ;
- Conventions de signes.

Illustration : formes géométriques à 3 dimensions : sphère, cube et pyramide à base carrée.



#### 1.2.1.2 Question 2




Un schéma montrant le point M sur la Terre, repéré par sa latitude lambda et sa longitude L.
Le point M se trouve dans l'hémisphère Nord et à l'est du méridien de référence.
Le point P est situé au pôle Nord et le point P' au pôle Sud.
Le grand cercle vertical passant par M est noté (C3), le petit cercle horizontal passant par M est noté (C1).
Enfin le grand cercle horizontal est noté (C2).
Exercice 1 - Corrigé à la page 43

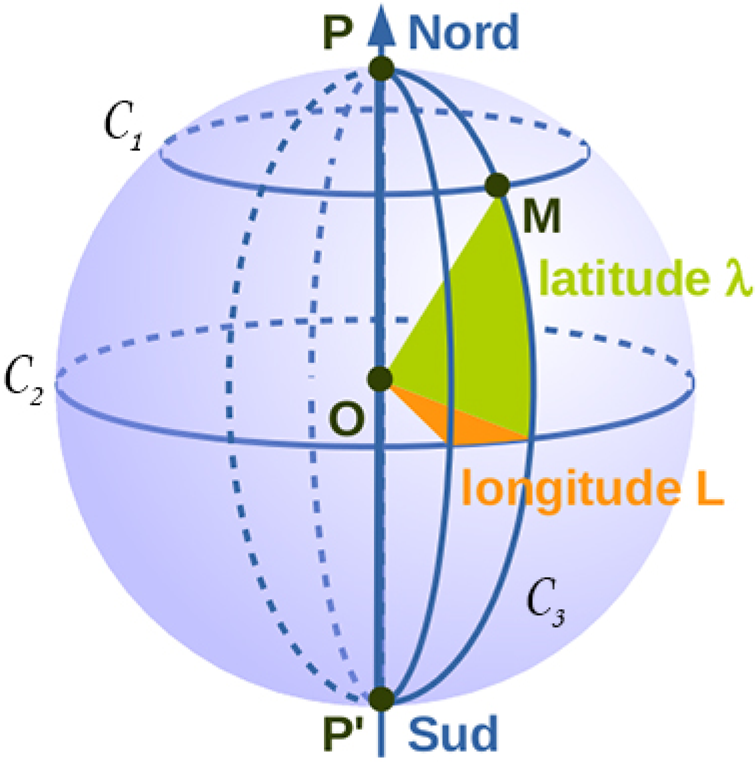
*Complétez le texte à trous suivant concernant les coordonnées géographiques.*

Sur le schéma ci-contre, le point P indique le pôle Nord et le point P' indique le pôle Sud.
Le cercle (C3) centré en O et passant par les points M, P et P' est appelé ................................. (1) .
Les points de ce cercle ont ................................. (2) .
La longitude de M est nulle si la ville de ................................. (3) se trouve sur le même méridien que M.

**Solutions proposées:**

| | |
|---|---|
| 1: | Sélectionnez, méridien, parallèle, équateur |
| 2: | Sélectionnez, la même longitude que M, la même latitude que M, une longitude nulle |
| 3: | Sélectionnez, Greenwich, New York, Tokyo |

### 1.2.1.3 Question 3




Un schéma montrant le point M sur la Terre, repéré par sa latitude lambda et sa longitude L.
Le point M se trouve dans l'hémisphère Nord et à l'est du méridien de référence.
Le point P est situé au pôle Nord et le point P' au pôle Sud.
Le grand cercle vertical passant par M est noté (C3), le petit cercle horizontal passant par M est noté (C1).
Enfin le grand cercle horizontal est noté (C2).
Exercice 2 - Corrigé à la page 43

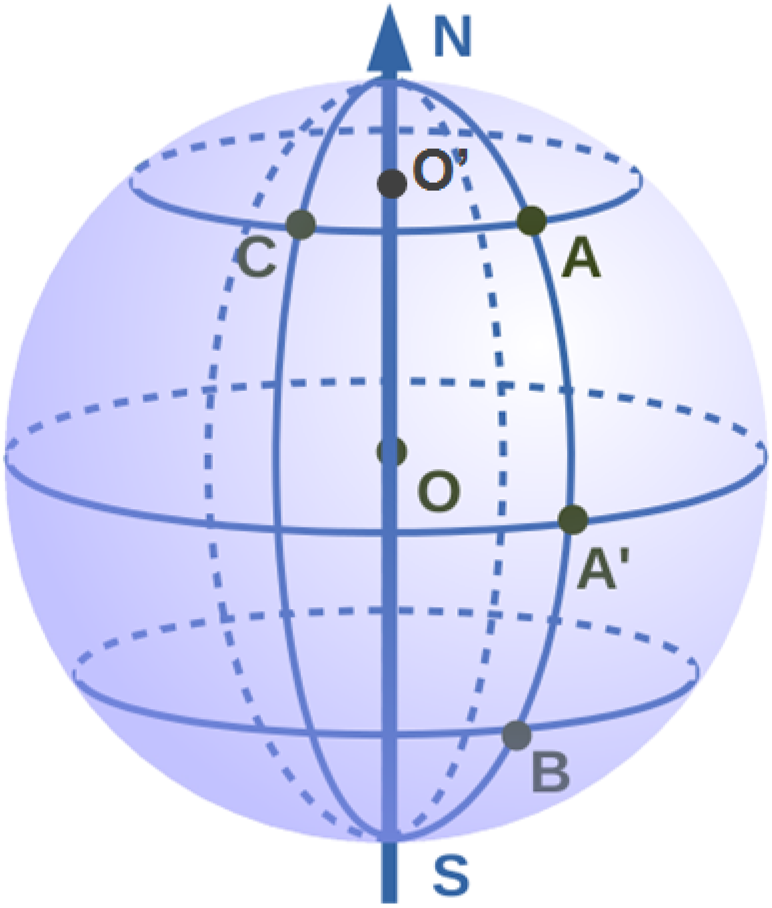
*Complétez le texte à trous suivant concernant les coordonnées géographiques.*

Le parallèle du point M est l'ensemble des points ayant .................................. (1) .
Sur le schéma ci-contre, il s'agit du cercle .................................. (2) .

**Solutions proposées:**

| | |
|---|---|
| 1: | Sélectionnez, la même latitude que M, la même longitude que M, une latitude nulle |
| 2: | Sélectionnez, C1, C2, C3 |

### 1.2.1.4 Question 4




Un schéma montrant trois points à la surface de la Terre : A, B et C. Leurs coordonnées géographiques sont celles indiquées dans l'énoncé.
Le point A' est un lieu de l'Equateur sur le même méridien que A.
Le centre de la Terre est noté O. Le centre du parallèle passant par A est noté O'.
Exercice 3 - Corrigé à la page 43

*A, B et C sont trois lieux à la surface de la Terre, ayant pour coordonnées géographiques :*
*A (50°N, 10°E), B(40°S, 10°E), C(50°N, 35°O).*

***Indiquez les affirmations correctes :***

☐ A et B sont sur le même méridien

☐ A et B sont sur le même parallèle

☐ A et C sont sur le même méridien

☐ A et C sont sur le même parallèle

☐ B et C sont sur le même méridien

#### 1.2.1.5 Que retenir ?

- On repère un point à la surface de la Terre par deux coordonnées angulaires :

– sa latitude ;
– sa longitude.

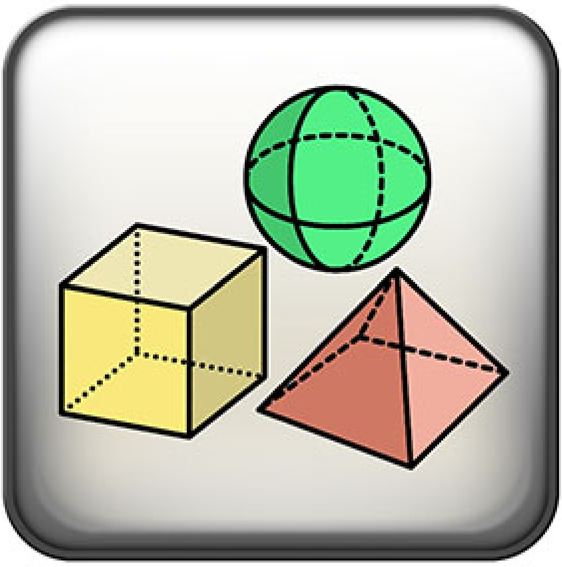
- On peut également déterminer son altitude par rapport à un niveau de référence comme le niveau de la mer.

### 1.2.2 Activité 2 : Triangles

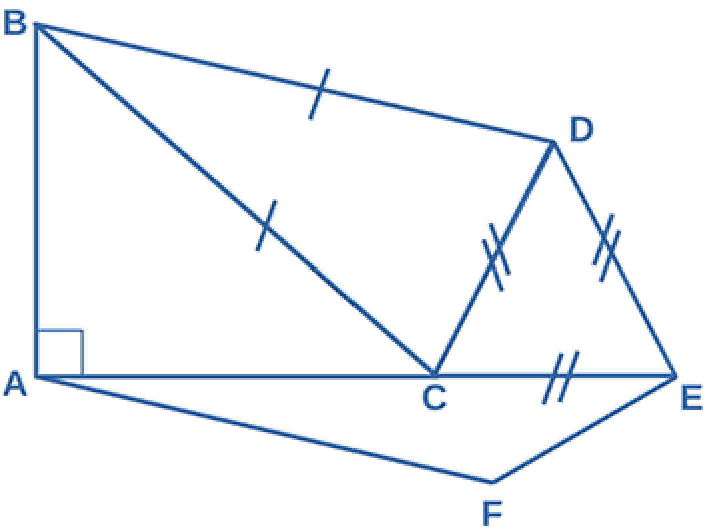
#### 1.2.2.1 Introduction

- Triangles particuliers ;
- Relations dans un triangle.

Illustration : formes géométriques à 3 dimensions : sphère, cube et pyramide à base carrée.



#### 1.2.2.2 Question 1




Les points A, B, C, D, E et F forment plusieurs triangles :

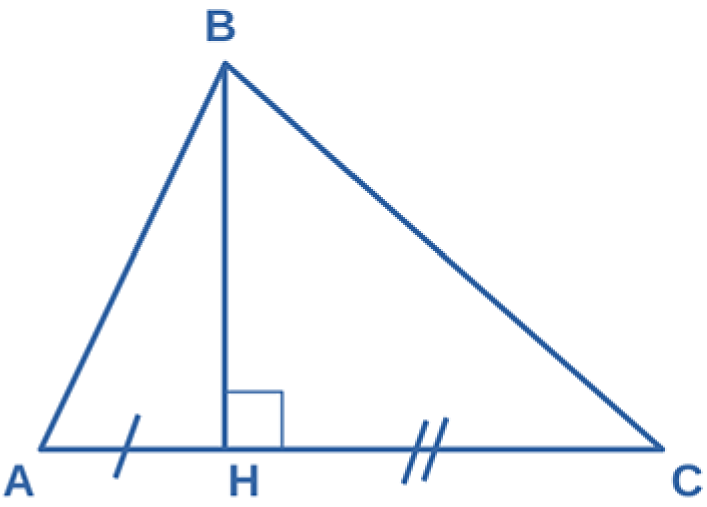
- Dans le triangle ABC, l'angle A est droit et les côtés sont de longueurs toutes différentes ;
- Dans le triangle BCD, les longueurs BC et BD sont égales ;
- Dans le triangle CDE, les longueurs CD, DE et CE sont égales ;
- Dans le triangle AEF, les côtés sont de longueurs toutes différentes et aucun angle n'est droit.

Exercice 4 - Corrigé à la page 44

*Indiquez la ou les particularité(s) éventuelle(s) de chacun des triangles sur le schéma ci-contre :*

| | rectangle | isocèle | équilatéral |
|---|---|---|---|
| Triangle ABC | ☐ | ☐ | ☐ |
| Triangle BCD | ☐ | ☐ | ☐ |
| Triangle CDE | ☐ | ☐ | ☐ |
| Triangle AEF | ☐ | ☐ | ☐ |

### 1.2.2.3 Question 2




Le triangle ABC est quelconque et H est un point du côté AC. Les longueurs AH et HC sont différentes, et les droites (BH) et (AC) sont perpendiculaires.

Exercice 5 - Corrigé à la page 44

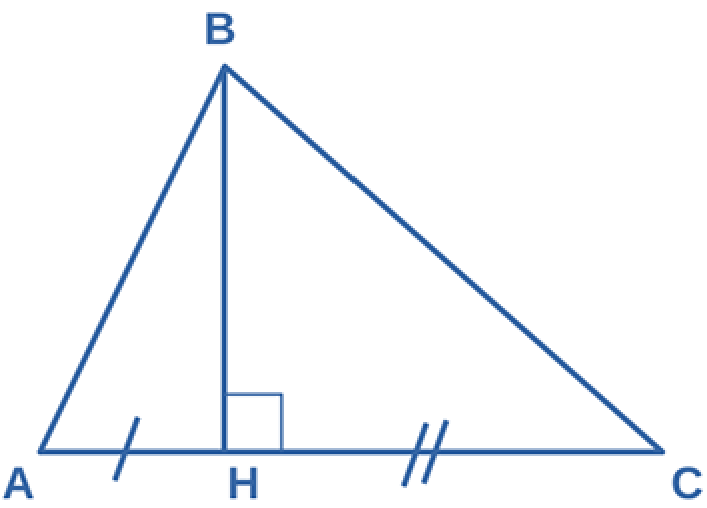
*Dans le triangle ci-contre, le segment [BH] est :*

○ la hauteur issue de B

○ la médiatrice de [AC]

○ la bissectrice de l'angle $\widehat{B}$

### 1.2.2.4 Question 3




Le triangle ABC est quelconque et H est un point du côté AC. Les longueurs AH et HC sont différentes, et les droites (BH) et (AC) sont perpendiculaires.

Exercice 6 - Corrigé à la page 44

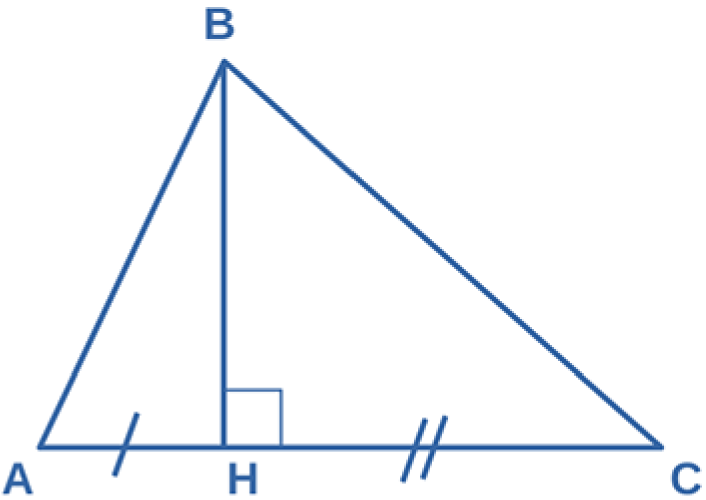
*La longueur BH vaut :*

○ $AB \times \sin(\widehat{A})$

○ $AB \times \cos(\widehat{A})$

○ $AC \times \sin(\widehat{A})$

#### 1.2.2.5 Question 4




Le triangle ABC est quelconque et H est un point du côté AC. Les longueurs AH et HC sont différentes, et les droites (BH) et (AC) sont perpendiculaires.
Exercice 7 - Corrigé à la page 45

*L'aire de la surface de ce triangle vaut* $\frac{AC \times BH}{2}$ *ce qui est équivalent à :*

○ $\frac{AC \times AB \times \sin(\widehat{A})}{2}$

○ $\frac{AC \times BC \times \sin(\widehat{A})}{2}$

○ $\frac{AB \times AC \times \cos(\widehat{A})}{2}$

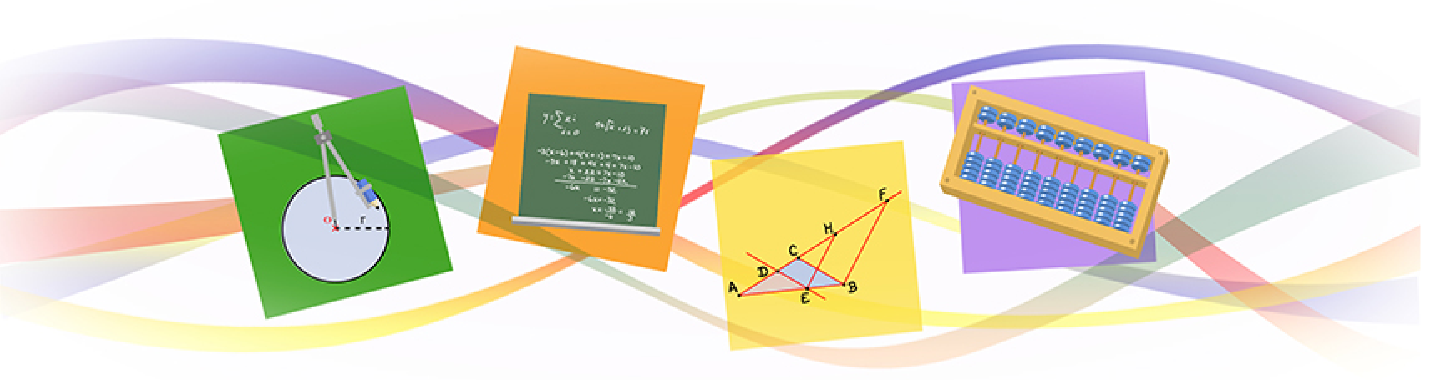
## 1.3 Découvrir !

### 1.3.1 Activité 1 : Relation entre angle et arc

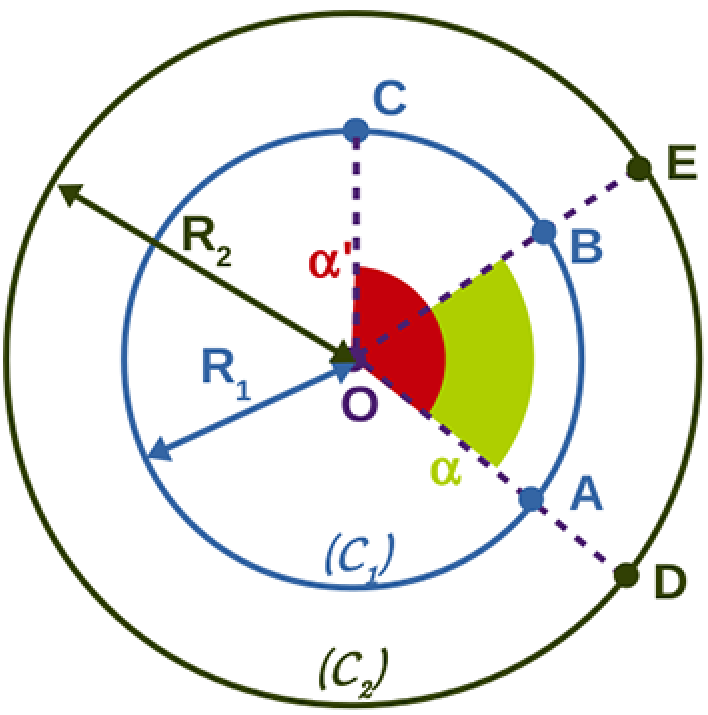
### 1.3.1.1 Introduction

- Définition d'un arc de cercle ;
- Variation de la longueur de l'arc avec l'angle au centre ;
- Une unité de mesure d'angle : le radian ;
- Distance le long d'un méridien ou d'un parallèle ;
- Chemin le plus court.

Illustration : pictogrammes représentant les mathématiques.



### 1.3.1.2 Question 1




Un schéma montrant deux cercles de même centre, C1 et C2. Le rayon de C2 est plus grand que celui de C1.

L'angle alpha définit, sur C1, l'arc AB et sur C2, l'arc DE. L'angle alpha-prime, plus grand que alpha, définit sur le cercle C1, l'arc AC.

Exercice 8 - Corrigé à la page 45

*Un arc de cercle est une partie d'un cercle. L'angle le définissant se trouve entre les deux rayons joignant le centre aux extrémités de l'arc.*

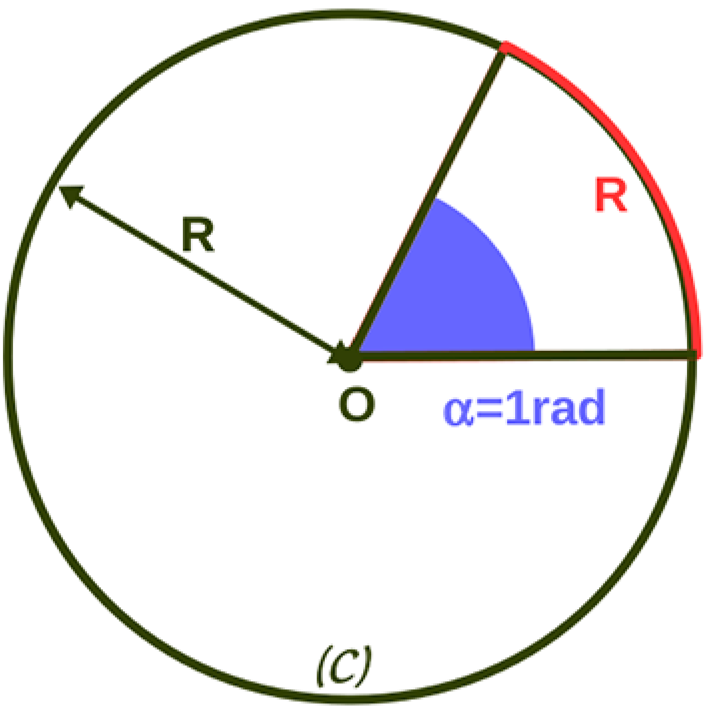
*Ci-contre, le cercle (* $C_1$ *) de rayon R1 et le cercle (* $C_2$ *) de rayon* $R_2$ > $R_1$ *sont centrés en O.*

*L'angle □ définit, sur (* $C_1$ *), l'arc AB, et sur (* $C_2$ *), l'arc DE. L'angle □'>□ définit, sur (* $C_1$ *), l'arc AC.*

***Indiquez les affirmations correctes :***

- □ $AB < AC$
- □ $AB > AC$
- □ $AB < DE$
- □ $AB > DE$

### 1.3.1.3 Question 2



Un schéma montrant un arc de cercle défini par un angle au centre de 1 radian. Le rayon du cercle vaut R, ainsi que la longueur de l'arc.
Exercice 9 - Corrigé à la page 46

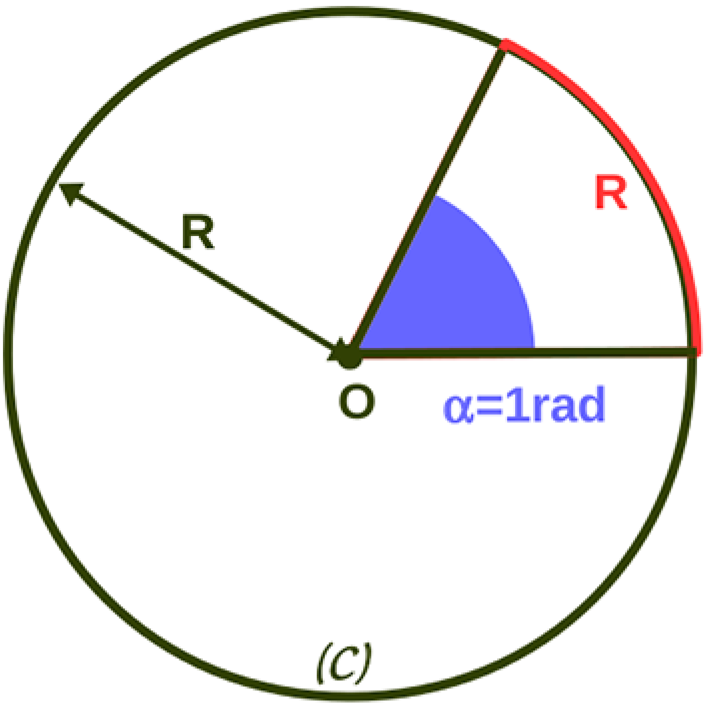
*Complétez le texte à trous suivant concernant le radian et l'arc de cercle.*

Le radian (noté rad) est une unité d'angle. La longueur de l'arc défini par un angle de 1 rad, sur un cercle de rayon R, vaut aussi R. On admettra, à partir de cette définition, que la longueur d'un arc de cercle est le produit de l'angle définissant cet arc, exprimé en radians, et du rayon du cercle.
Le périmètre d'un cercle de rayon R vaut .................................. (1) .
On peut en déduire qu'un tour complet correspond à un angle de .................................. (2) .
Sachant qu'un tour complet fait 360°, on peut déduire qu'un angle de 1 rad vaut donc environ .................................. (3) .

Solutions proposées:

| | |
|---|---|
| 1: | Sélectionnez, $2\pi R$, $\pi R$, $\pi R^2$ |
| 2: | Sélectionnez, $2\pi\ rad$, $\pi\ rad$, $360\ rad$ |
| 3: | Sélectionnez, 47, 57°, 180° |

### 1.3.1.4 Question 3



Un schéma montrant un arc de cercle défini par un angle au centre de 1 radian. Le rayon du cercle vaut R, ainsi que la longueur de l'arc.
Exercice 10 - Corrigé à la page 46

***Complétez ces conversions en associant les angles en radians aux angles correspondants en degrés.***

| | |
|---|---|
| 1 | 360° |
| 2 | 180° |
| 3 | 90° |
| 4 | 60° |

| | |
|---|---|
| ….. | 2π rad |
| ….. | π/2 rad |
| ….. | π rad |
| ….. | π/3 rad |
| ….. | π/4 rad |

### 1.3.2 Activité 2 : Preuve de la rotondité

#### 1.3.2.1 Contexte

On sait depuis longtemps que la Terre est ronde mais cela n'est pas forcément visible dans notre environnement.

- Comment expliquer et montrer aux enfants qu'elle n'est pas plate ?

Cette situation explique bien qu'une partie de certaines éoliennes est masquée par l'horizon.

- Mais jusqu'où peut-on voir ?

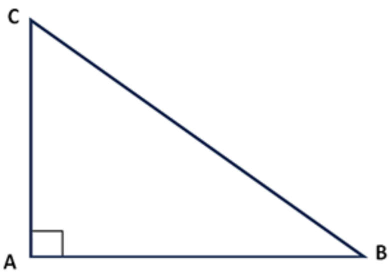
Photo : Lieven / Commons Wikimedia.

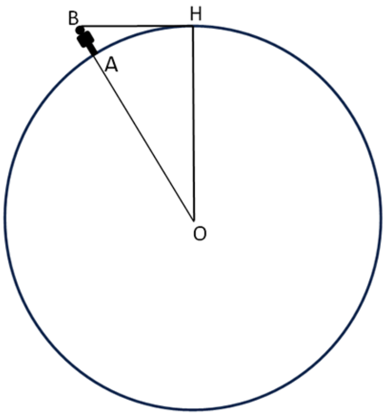
#### 1.3.2.2 Question 1

### 1.3.3 Distance à l'horizon

- Rappel théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle en A, on peut écrire :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$






On suppose qu'une personne de 1,70 m se trouve sur une plage. On représente la situation, et on cherche à déterminer la distance à l'horizon à laquelle elle peut voir. Le rayon moyen de la Terre est de 6378 km.
Exercice 11 - Corrigé à la page 47

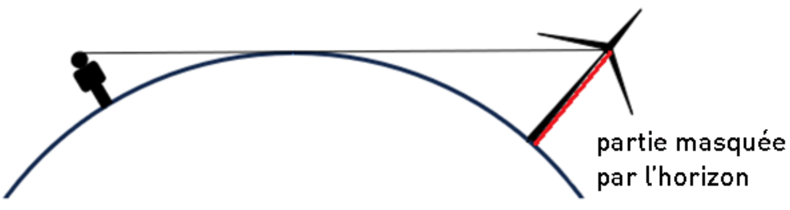
***Sélectionner la bonne réponse :***

Le triangle OBH est .................................. (1) .
La distance OB vaut .................................. (2) .
On peut calculer $BH^2$ en appliquant .................................. (3)
$BH^2$ vaut alors .................................. (4) .
On peut en déduire BH : .................................. (5)

Solutions proposées:

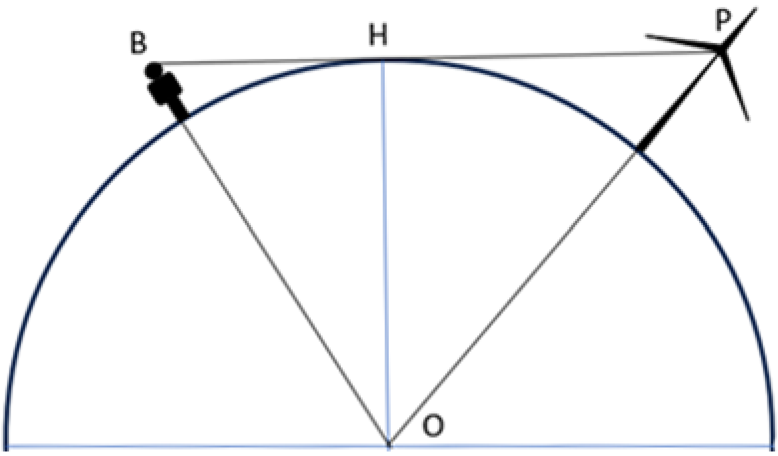
| | |
|---|---|
| 1: | Sélectionnez, rectangle en B, rectangle en H, isocèle, équilatéral |
| 2: | Sélectionnez, 6378 km, 6379,7 km, 6378,0017 km |
| 3: | Sélectionnez, $OB^2+OH^2$, $OB^2-OH^2$, $OH^2-OB^2$ |
| 4: | Sélectionnez, 21, 22, 21688 |
| 5: | Sélectionnez, 4,7 km, 4,7 m, 147 m, 147 km, |

### 1.3.3.1 Question 2




### 1.3.4 Et au-delà...

Dans certaines situations, on peut voir des objets se situant au-delà de l'horizon.




Exercice 12 - Corrigé à la page 47

*Sélectionner la bonne réponse :*

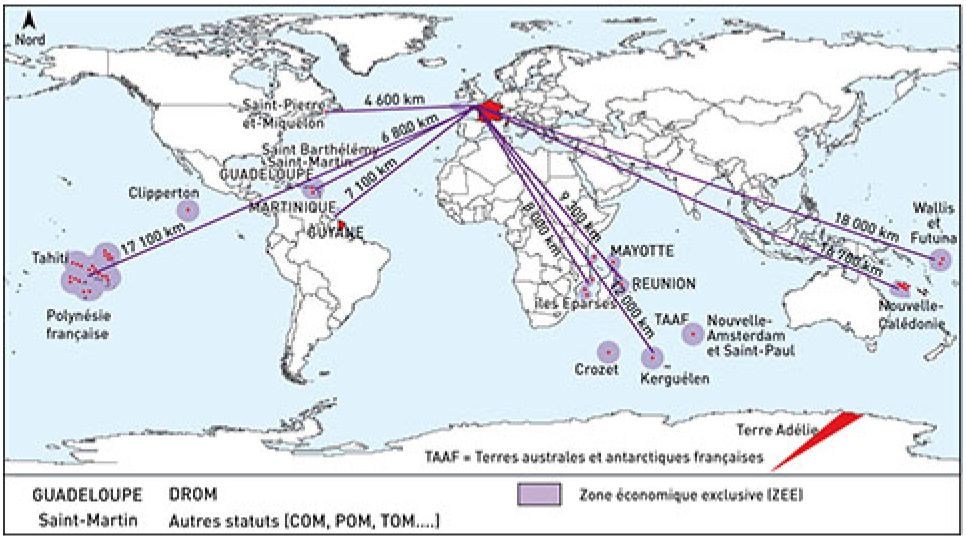
Si le mât de l'éolienne mesure 122m, la distance OP vaut .................................. (1) .
On en déduit alors la distance HP .................................. (2) .
La distance qui sépare l'observateur de l'éolienne est de .................................. (3) .

**Solutions proposées:**

| | |
|---|---|
| 1: | Sélectionnez, 6500 km, 6378 km, 6378,122 km |
| 2: | Sélectionnez, 39 km, 0,122 km, 9019 m, |
| 3: | Sélectionnez, 34,3 km, 8,6 km, 43,7 km |

### 1.3.5 Distances à la surface de la Terre

#### 1.3.5.1 Question 1




Le segment reliant Paris à Nouméa passe par le Sud de l'Europe, la Turquie, le Proche-Orient, la Péninsule Arabique, l'Inde, l'Océanie, le Nord de l'Australie.

La distance indiquée entre Paris et Nouméa est de 16700 km environ.

Exercice 13 - Corrigé à la page 47

*Le planisphère ci-contre montre les distances entre la métropole et plusieurs départements et territoires d'outre-mer.*

*On s'intéresse au trajet en avion liant, par exemple, Paris à Nouméa (Nouvelle-Calédonie), en supposant un vol direct.*

***Indiquez les pays survolés lors du trajet Paris-Nouméa, en supposant que le trajet suivi est le segment représenté ci-contre :***

- ☐ Russie
- ☐ Grèce
- ☐ Finlande
- ☐ Arabie
- ☐ Japon
- ☐ Inde

### 1.3.5.2 Question 2


Le segment reliant Paris à Nouméa passe par le Sud de l'Europe, la Turquie, le Proche-Orient, la Péninsule Arabique, l'Inde, l'Océanie, le Nord de l'Australie.
La distance parcourue est de 18 569 km environ.
Exercice 14 - Corrigé à la page 48

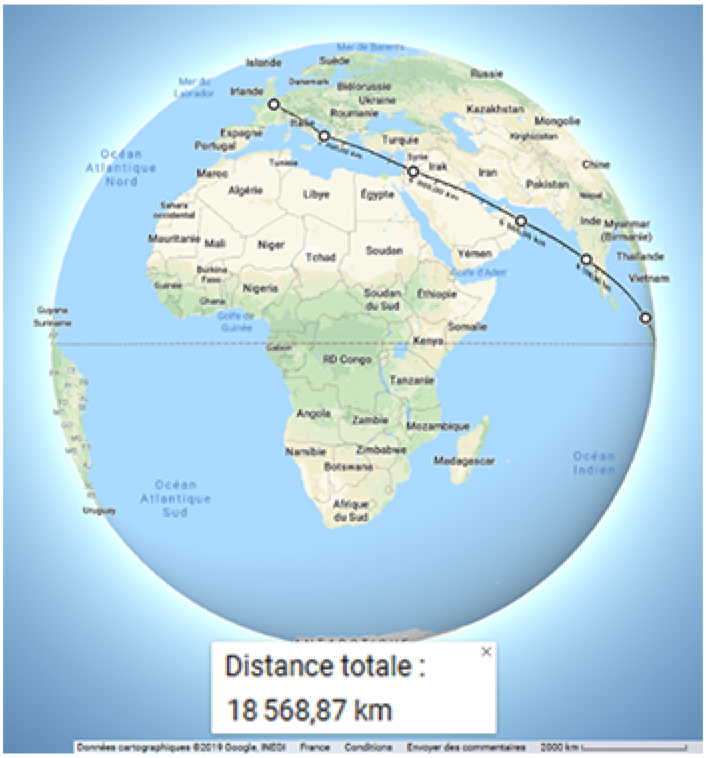
*Le planisphère ci-contre montre un trajet direct de Paris à Nouméa, en « ligne droite ». Les pays survolés sont les mêmes que sur le planisphère précédent.*
*Le tracé et la mesure de distance ont été obtenues à l'aide d'un site internet bien connu de localisation et de cartographie.*
***La distance parcourue, d'après la figure ci-contre, est-elle :***

○ supérieure à la distance indiquée sur la page précédente

○ inférieure à la distance indiquée sur la page précédente

○ égale à la distance indiquée sur la page précédente

### 1.3.5.3 Question 3




Le segment reliant Paris à Nouméa passe par le Sud de l'Europe, la Turquie, le Proche-Orient, la Péninsule Arabique, l'Inde, l'Océanie, le Nord de l'Australie.
La distance parcourue est de 18 569 km environ.
La vue est maintenant celle du globe terrestre : la première image montre le début du trajet, ainsi que l'Europe et l'Afrique.
La deuxième image montre la deuxième moitié du trajet, ainsi que l'Asie et l'Océanie.
On peut voir que le trajet est légèrement incurvé vers le Sud puis vers le Nord.
Exercice 15 - Corrigé à la page 48

*Le trajet suivi sur les pages précédentes semblait être le plus court car il était « en ligne droite » sur le planisphère.*

*Or, la Terre est ronde, et les figures ci-contre montrent la forme de ce même trajet à la surface du globe terrestre.*

***Le trajet suivi est-il :***

○ incurvé vers le Sud puis légèrement vers le Nord

○ très incurvé vers le Nord uniquement

○ le plus direct possible à la surface du globe terrestre

### 1.3.5.4 Question 4


L'image montre le globe terrestre : l'Asie, l'Arctique, l'Océan Pacifique et le Nord de l'Amérique sont visibles.
Le trajet reliant Paris à Nouméa passe par le Nord de l'Europe, la Sibérie, l'Extrême-Orient, avant de survoler l'Océan Pacifique.
La distance parcourue est de 16 739 km environ et le trajet semble décrire une ligne droite.
Exercice 16 - Corrigé à la page 48

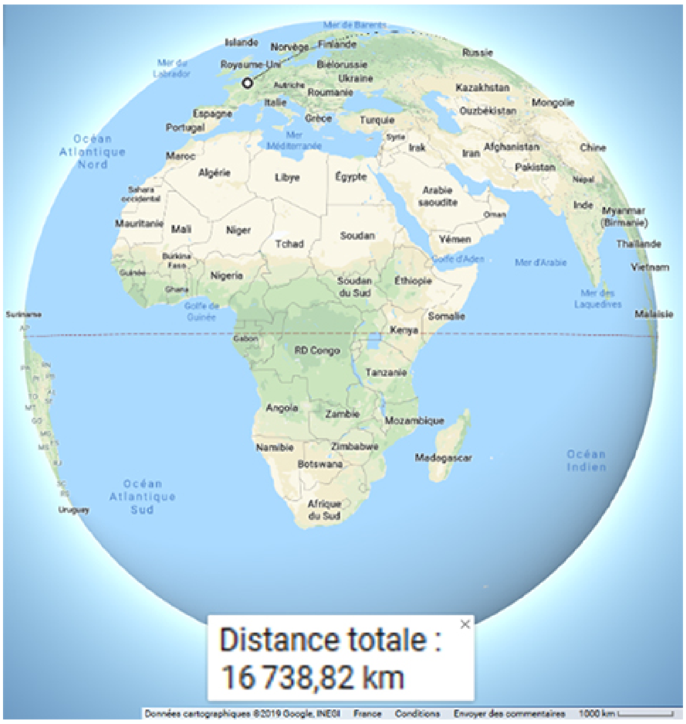
*Dans le plan, « le plus court chemin entre deux points est une ligne droite ».*
*Le chemin le plus direct doit donc avoir l'apparence d'un segment de droite, vu à la surface du globe : la figure ci-contre montre un tel chemin.*
***La distance parcourue, d'après la figure ci-contre, est-elle :***

○ nettement supérieure à la distance indiquée sur la carte des DOM-TOM

○ inférieure à la distance indiquée sur la carte des DOM-TOM

○ presqu'égale à la distance indiquée sur la carte des DOM-TOM

#### 1.3.5.5 Chemin le plus court

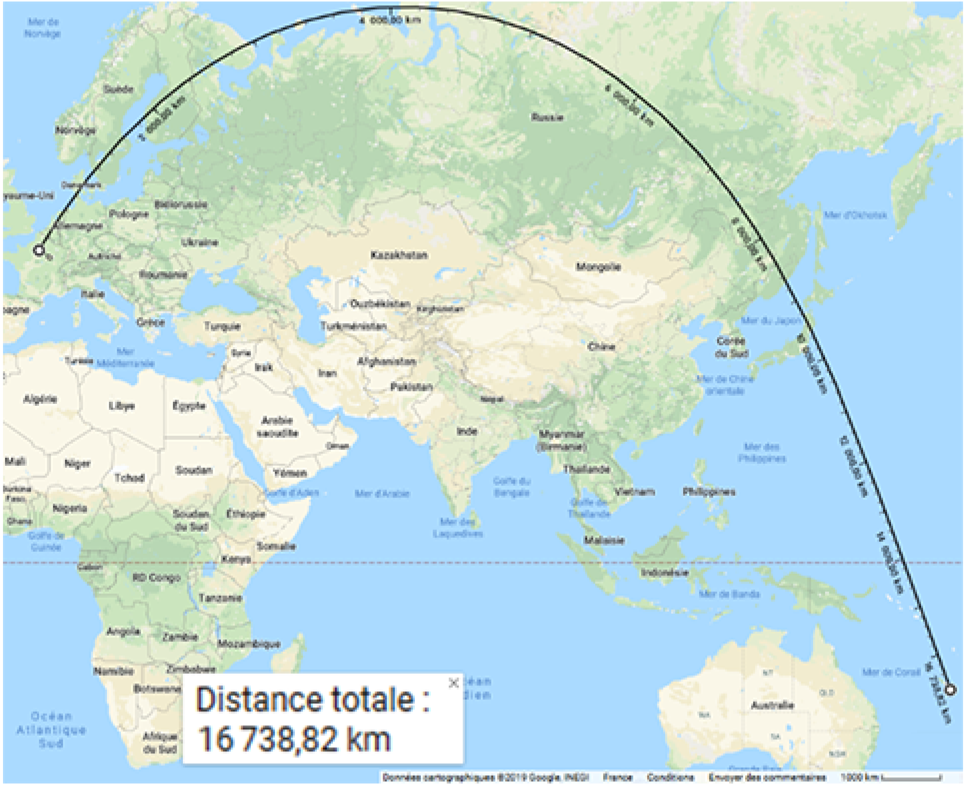




Les images montrent le globe terrestre : l'Europe et l'Afrique sont visibles sur la première, l'Asie et l'Océanie sur la deuxième.
Le trajet reliant Paris à Nouméa passe par le Nord de l'Europe, la Sibérie, l'Extrême-Orient, avant de survoler l'Océan Pacifique.
La distance parcourue est de 16 739 km environ et le trajet semble décrire un vaste arc de cercle incurvé vers le Nord.

Dans le plan, « le plus court chemin entre deux points est une ligne droite ».
À la surface d'une sphère, il s'agit d'un arc du grand cercle passant par ces deux points. Les figures ci-dessus montrent l'arc de grand cercle reliant Paris à Nouméa.

### 1.3.5.6 Question 5




Sur ce planisphère, le trajet reliant Paris à Nouméa passe par le Nord de l'Europe, la Sibérie, l'Extrême-Orient, avant de survoler l'Océan Pacifique.
La distance parcourue est de 16 739 km environ et le trajet semble décrire un vaste arc de parabole très incurvé vers le Nord.
Exercice 17 - Corrigé à la page 49

*La figure ci-contre montre le trajet précédent, représenté sur un planisphère. On a montré qu'il s'agit bien du chemin le plus court, compte tenu de la forme de la Terre.*
*On imagine à nouveau un trajet en avion, sans escale, de Paris à Nouméa.*

***Indiquez les pays survolés lors du trajet Paris-Nouméa, en supposant que le trajet suivi est celui représenté ci-contre :***

☐ Russie

☐ Grèce

☐ Finlande

☐ Arabie

☐ Japon

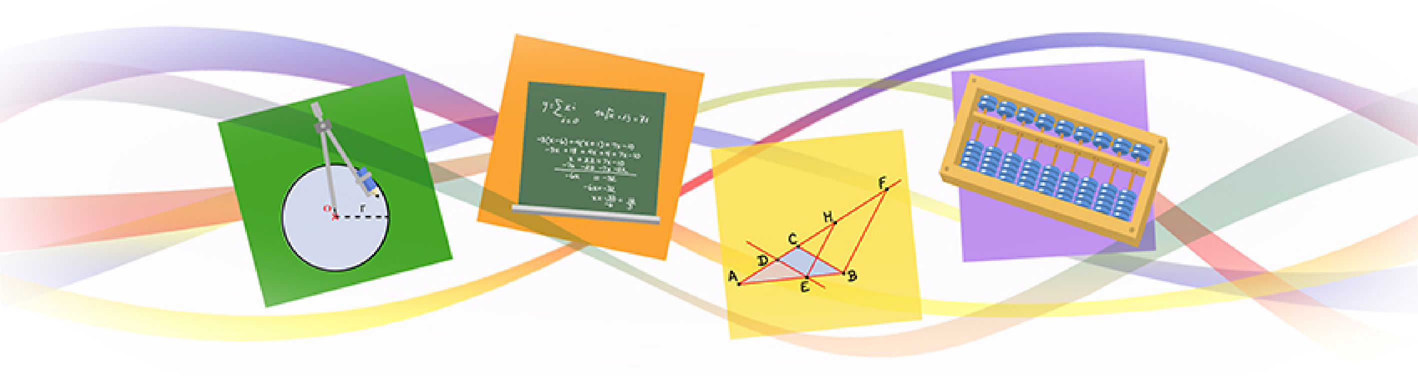
☐ Inde

### 1.3.6 Activité 3 : Méthode de triangulation plane

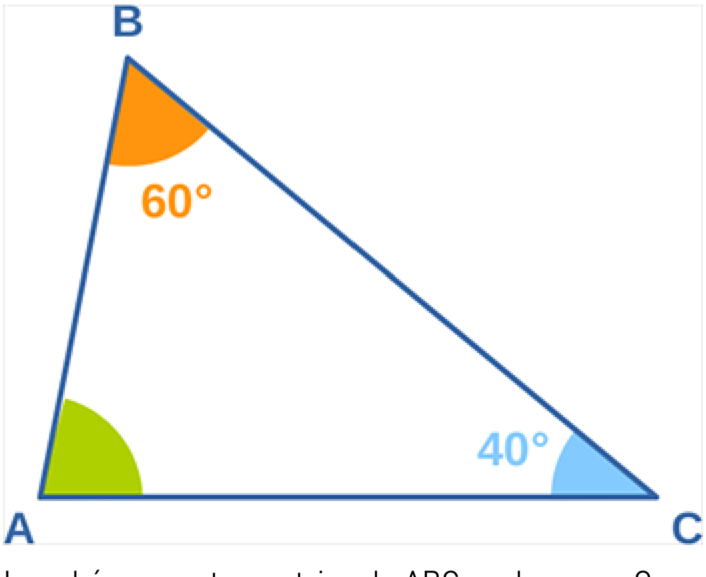
#### 1.3.6.1 Introduction

- Application de la relation des sinus pour la détermination d'une distance.

Illustration : pictogrammes représentant les mathématiques.



#### 1.3.6.2 Loi des sinus




Le schéma montre un triangle ABC quelconque. On connaît deux angles et une longueur: B=60°, C=40°.
Exercice 18 - Corrigé à la page 49

$$\frac{\sin(\widehat{B})}{AC} = \frac{\sin(\widehat{A})}{BC} = \frac{\sin(\widehat{C})}{AB}$$

*Voici la relation appelée « loi des sinus » dans un triangle ABC :*
*On la doit aux travaux du mathématicien persan Abu Nasr Mansur (~960 – 1036).*

***Complétez le texte à trous suivant :***

Connaissant uniquement les angles B et C, quelle distance faut-il connaitre pour calculer AB ?
.................................. (1) .

Dans le triangle ci-contre, on peut en déduire la valeur de l'angle $\widehat{A}$ : .................................. (2) .

**Solutions proposées:**

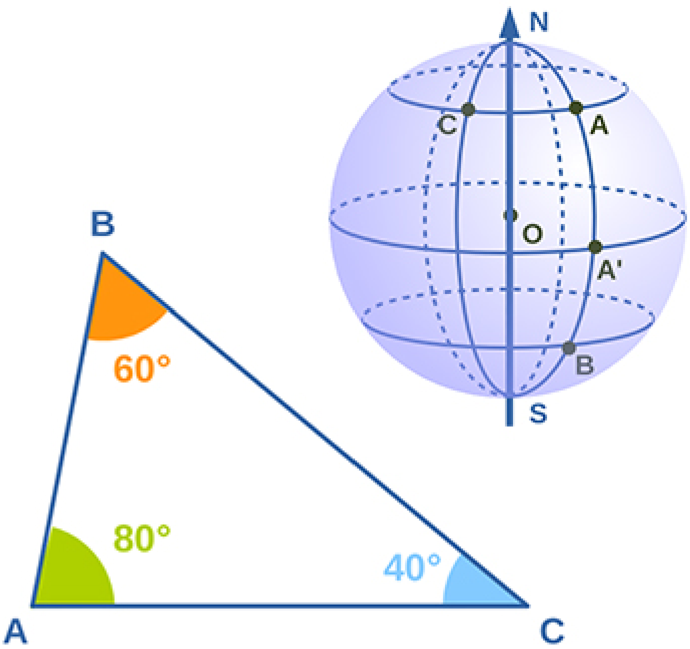
| | |
|---|---|
| 1: | Sélectionnez, AC, BC, BC et AC, BC ou AC |
| 2: | Sélectionnez, 80°, 90 °, 100 °150 |

### 1.3.6.3 Que retenir ?

La longueur d'un arc de cercle est égale au produit du rayon du cercle et de l'angle définissant cet arc, exprimé en radians :

$$AB = R \times \widehat{AOB}$$

On peut alors calculer des distances à la surface de la Terre :
Grâce à la méthode de triangulation plane, on peut déterminer une distance si on connait au moins deux angles et une longueur d'un triangle correctement choisi.




Le schéma du haut montre trois points à la surface de la Terre : A, B et C, avec A et B sur le même méridien, et A et C sur le même parallèle.
Le schéma du bas montre trois point A, B et C dans le plan. Les valeurs des angles sont indiquées (A = 80°, B = 60°, C = 40°) ainsi que la distance AB = 30km.

## 1.4 Apprendre

### 1.4.1 Activité 1 : La « figure de la Terre »

#### 1.4.1.1 Introduction

- Astronomie et géodésie ;
- Évolution de la « figure de la Terre » et preuve de sa rotondité de l'Antiquité à nos jours ;
- Distinction des arguments philosophiques et des arguments scientifiques.

Illustration : représentation du Système Solaire et carte du ciel.

#### 1.4.1.2 Question 1

Exercice 19 - Corrigé à la page 50

*Cette partie décrit plusieurs études de géodésie réalisées par des astronomes. Ces disciplines sont voisines mais différentes :*

- L'astronomie est *l'étude* des astres.
- La géodésie est *l'étude* de la forme de la Terre.

Indiquez dans la liste suivante les problématiques auxquelles répond chacune de ces sciences :

| | astronomie | géodésie |
|---|---|---|
| Quelle est la place de la Terre dans l'Univers ? | ○ | ○ |
| Quelles sont les dimensions de la Terre ? | ○ | ○ |
| Quelles sont les positions et mouvements relatifs des planètes et étoiles ? | ○ | ○ |
| La Terre est-elle plate ou sphérique ? | ○ | ○ |
| Où se trouvent les comètes et astéroïdes – notamment géocroiseurs ? | ○ | ○ |
| Quelle est la fréquence des éclipses de Lune et de Soleil ? | ○ | ○ |

### 1.4.1.3 Question 2

Exercice 20 - Corrigé à la page 50

*La "simple" curiosité scientifique est une raison suffisante de poursuivre l'une ou l'autre de ces disciplines, afin de mieux comprendre le monde qui nous entoure. Cependant, ces deux sciences ont (ou ont eu) des utilités pratiques précises.*

***Indiquez quelle science, selon vous, permet chacun des usages ci-dessous :***

| | astronomie | géodésie |
|---|---|---|
| Établir un calendrier agricole ou religieux | ○ | ○ |
| Définir des fuseaux horaires et synchroniser les horaires (trains, avions) | ○ | ○ |
| Prévoir le risque de collision avec un astéroïde géocroiseur | ○ | ○ |

| | | |
|---|---|---|
| Assurer la géolocalisation et la navigation, sur Terre, par-rapport à des repères au sol | ○ | ○ |
| Assurer la géolocalisation et la navigation, sur Terre, sur mer ou dans les airs, d'après les positions apparentes des étoiles | ○ | ○ |
| Établir des cartes de la surface terrestre et des routes commerciales | ○ | ○ |

### 1.4.1.4 Un peu d'histoire

On appelle « Figure de la Terre » la représentation que nous nous faisons de la forme de notre planète et de ses dimensions géométriques. Cette représentation a évolué avec le temps, avec des influences propres à chaque région du monde et à chaque culture. En Europe occidentale par exemple :

- Les philosophes Grecs, dès -600, notamment Thalès de Milet et Pythagore, établissent entre autres la sphéricité de la Terre.

- Aristote (vers -350) et Ptolémée (vers 150) présentent les arguments suivants pour justifier de la sphéricité de la Terre : la forme de l'ombre projetée par la Terre sur la Lune durant les éclipses de Lune ; la variation, avec le lieu d'observation du champ d'étoiles observables ; le fait que les navires s'éloignant de la côte « disparaissent » progressivement, masqués par la courbure de l'horizon.
- Ces travaux sont transmis et augmentés par les mathématiciens astronomes Arabe, avec notamment l'invention de la trigonométrie (au Xe s. Al-Badtani introduit la notion de sinus et des méthodes de calcul pour les triangles sphériques), la construction de catalogues détaillés des étoiles, des relevés des éclipses et des conjonctions (notamment Al-Sufi au Xe s.), le développement de l'astrolabe, un instrument d'observation et de calcul astronomique.

### 1.4.1.5 Plus récemment

- En Europe occidentale une théorie de la Terre plate basée sur les mythes antiques et chrétiens est imposée jusqu'au XIIIe s., où les travaux des philosophes, mathématiciens, et astronomes sont « redécouverts » et enseignés à l'Université.

- Des mathématiciens, astronomes, et physiciens comme Giordano Bruno, Copernic, Galilée, démontrent que non seulement la Terre est ronde mais qu'elle n'est pas immobile au centre de l'Univers, se basant pour cela sur des observations astronomiques.
- Delambre et Méchain, Picard, Cassini, fournissent plusieurs mesures du méridien terrestre, et donc du rayon de la Terre (sphérique).
- Des mesures ultérieures montrent que la Terre n'est pas parfaitement sphérique mais légèrement aplatie aux pôles.

### 1.4.2 Activité 2 : Mesure du méridien terrestre par Eratosthène

#### 1.4.2.1 Introduction

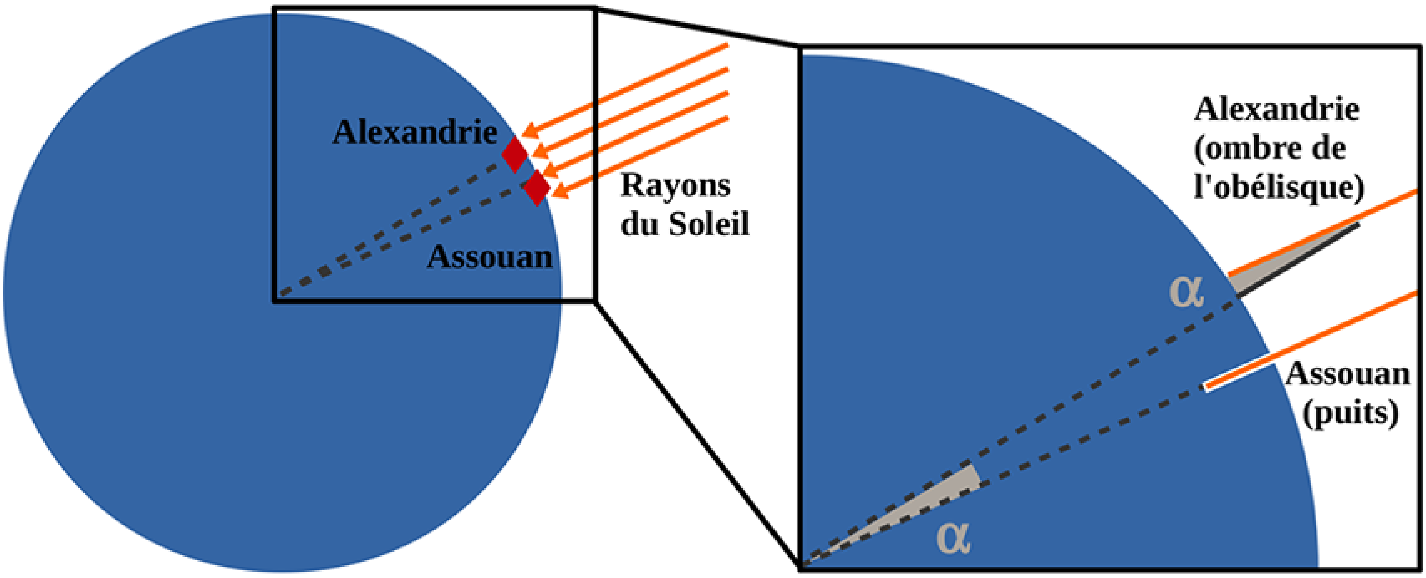
- Contexte et motivation ;
- Méthode de mesure : théorie et mise en œuvre ;

Illustration : globe terrestre et méridien d'Alexandrie.

### 1.4.2.2 Contexte

Ératosthène de Cyrène était un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec du III$^{e}$ siècle av. J.-C.
Il a été directeur de la grande bibliothèque d'Alexandrie.
Vers -300, il réalise une mesure du rayon de la Terre (alors supposée de forme sphérique). Il avait remarqué que le 22 juin (jour du solstice d'été), le Soleil était au zénith à Syène (proche de l'actuelle Assouan), mais pas à Alexandrie.
Voici ses hypothèses : les rayons du Soleil arrivent parallèles entre eux du fait de la grande distance de la Terre au Soleil, la Terre est sphérique, les deux villes sont sur le même méridien.


### 1.4.2.3 Question 1




Alexandrie et Assouan sont sur le même grand cercle, ou méridien.
Les rayons du Soleil arrivent parallèles entre eux à la surface de la Terre, à Assouan et à Alexandrie.
Le Soleil, Assouan et le centre de la Terre sont alignés.
L'angle entre les rayons du Soleil et la verticale, à Alexandrie, est noté alpha.
Il est égal à l'angle entre les deux rayons reliant : le centre de la Terre à Assouan d'une part, le centre de la Terre à Alexandrie d'autre part.
Exercice 21 - Corrigé à la page 51

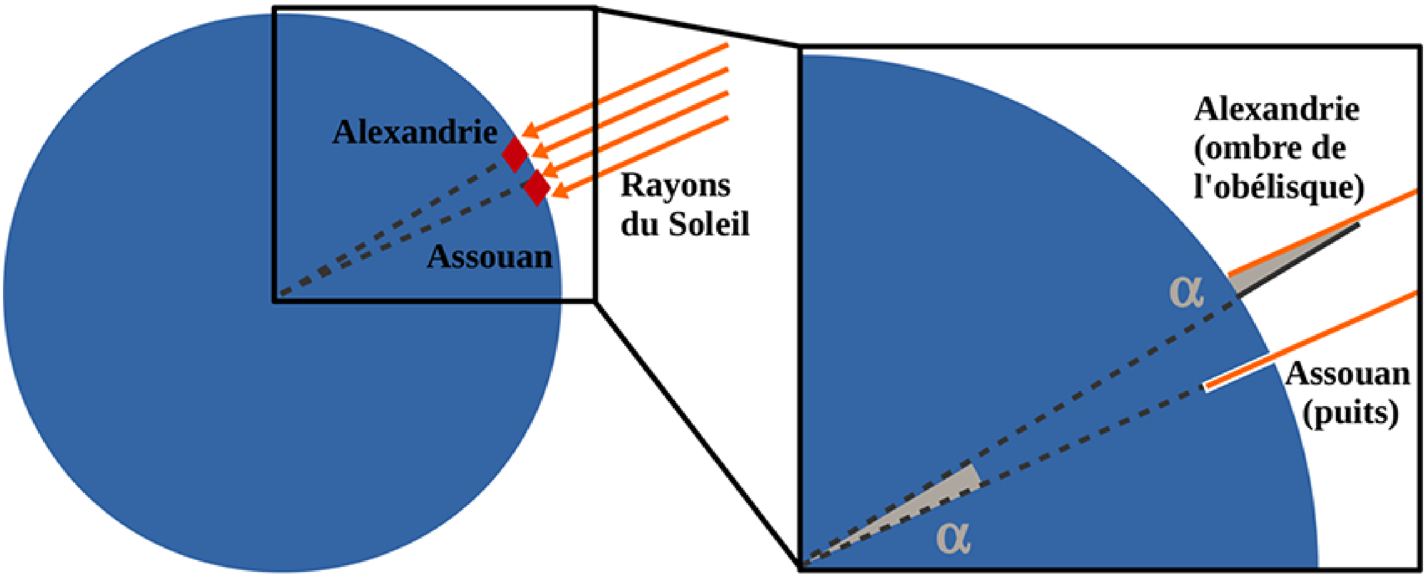
***Complétez le texte à trous suivant à l'aide des indications fournies :***

Sur la représentation ci-dessus, dans quelle ville le soleil est-il au Zenith ? .................................. (1) ?
Au même moment, à Alexandrie, Eratosthène mesure un angle de 7° entre les rayons du Soleil et la verticale ce qui correspond à .................................. (2) radians.

**Solutions proposées:**

| | |
|---|---|
| 1: | Sélectionnez, Alexandrie, Assouan |
| 2: | Sélectionnez, 0,122, 7, 0,244 |

### 1.4.2.4 Question 2




Alexandrie et Assouan sont sur le même grand cercle, ou méridien.
Les rayons du Soleil arrivent parallèles entre eux à la surface de la Terre, à Assouan et à Alexandrie.
Le Soleil, Assouan et le centre de la Terre sont alignés.
L'angle entre les rayons du Soleil et la verticale, à Alexandrie, est noté alpha.
Il est égal à l'angle entre les deux rayons reliant : le centre de la Terre à Assouan d'une part, le centre de la Terre à Alexandrie d'autre part.
Exercice 22 - Corrigé à la page 51

***Complétez le texte à trous suivant à l'aide des indications fournies :***

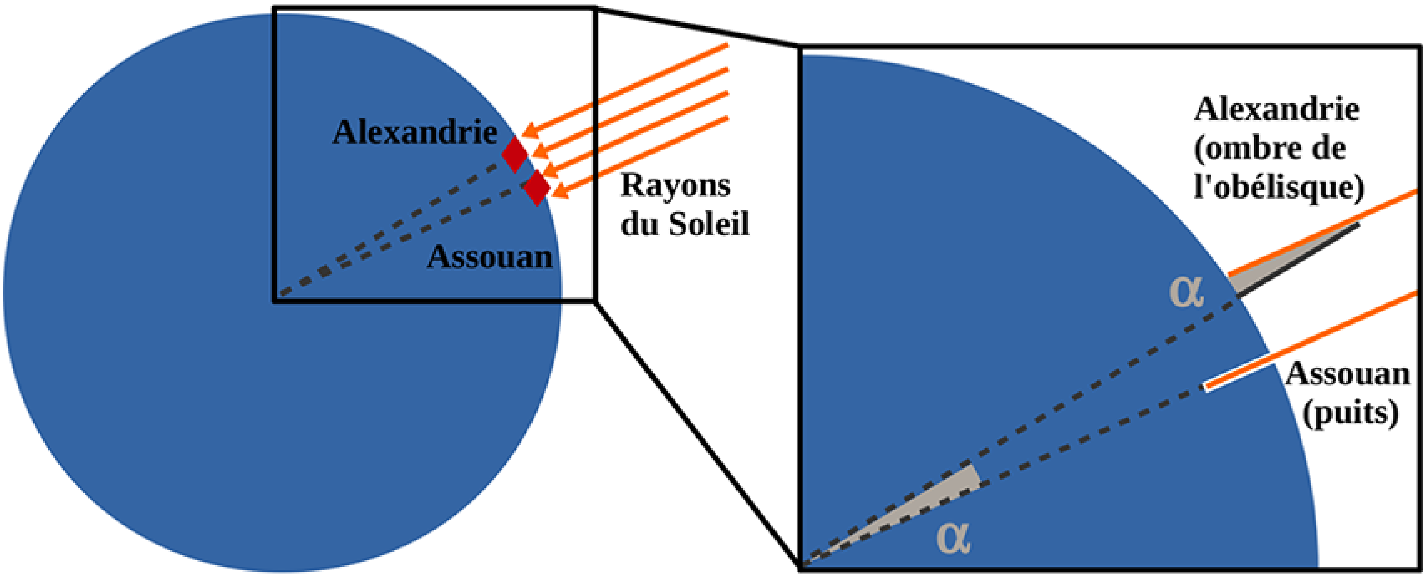
D'après les estimations des caravaniers, la distance d entre les deux villes est d'environ 800 km. Cette importante route commerciale était en effet empruntée régulièrement, à l'aide de chameaux, dont l'allure est très régulière.
Eratosthène a pu déduire la valeur du rayon terrestre RT à partir de l'angle  et de la distance d entre les 2 villes,

Quelle expression mathématique a-t 'il utilisée ?
.................................. (1)
D'où une estimation du rayon de la Terre de .................................. (2) km environ,

**Solutions proposées:**

| | |
|---|---|
| 1: | Sélectionnez, $R_T = \alpha \times d$, $R_T = \frac{\alpha}{d}$, $R_T = \frac{d}{\alpha}$ |
| 2: | Sélectionnez, 6560, 5600, 13120 |

### 1.4.2.5 Question 3




Alexandrie et Assouan sont sur le même grand cercle, ou méridien.
Les rayons du Soleil arrivent parallèles entre eux à la surface de la Terre, à Assouan et à Alexandrie.
Le Soleil, Assouan et le centre de la Terre sont alignés.
L'angle entre les rayons du Soleil et la verticale, à Alexandrie, est noté alpha.
Il est égal à l'angle entre les deux rayons reliant : le centre de la Terre à Assouan d'une part, le centre de la Terre à Alexandrie d'autre part.
Exercice 23 - Corrigé à la page 51

*Complétez le texte à trous suivant à l'aide des indications fournies :*

L'estimation du rayon de la Terre est de 6560 km.
Finalement quelle est la longueur du méridien terrestre mesurée par Eratosthène ? ..................................
(1) km environ.

Solutions proposées:

| | |
|---|---|
| 1: | Sélectionnez, 41200, 35185, 40000 |

### 1.4.3 Activité 3 : Mesure du méridien terrestre par Delambre et Méchain

#### 1.4.3.1 Introduction

- Contexte et motivation ;
- Méthode de mesure : théorie et mise en œuvre ;
- Résultat de la mesure : précision et discussion.

Illustration : représentation du Système Solaire et carte du ciel.

#### 1.4.3.2 Contexte

Dans l'Ancien Régime en France, les unités de mesure de longueur telles que le lieu, la toise, etc. étaient utilisées mais leur définition pouvait varier d'une région à l'autre.
Lors de la Révolution Française, un nouveau calendrier est introduit (le calendrier révolutionnaire), et avec lui le système métrique de mesures de distances. La définition du mètre, proposée par Lavoisier, est « un quart de millionième de la longueur du méridien terrestre ».
Une expédition est alors organisée pour estimer la longueur du méridien de Paris : une mesure précise de la distance entre Dunkerque et Barcelone, le long de ce méridien, est entreprise. Après plusieurs changements, ce sont finalement deux astronomes qui réalisent cette expédition, de 1792 à 1795 : Jean-Baptiste Delambre (Amiens, 1749 – Paris, 1822) (portrait de gauche ci-contre) et Pierre Méchain (Laon, 1744 – Castellon de la Plana, Espagne, 1804).

### 1.4.3.3 Méthode de mesure

Exercice 24 - Corrigé à la page 52

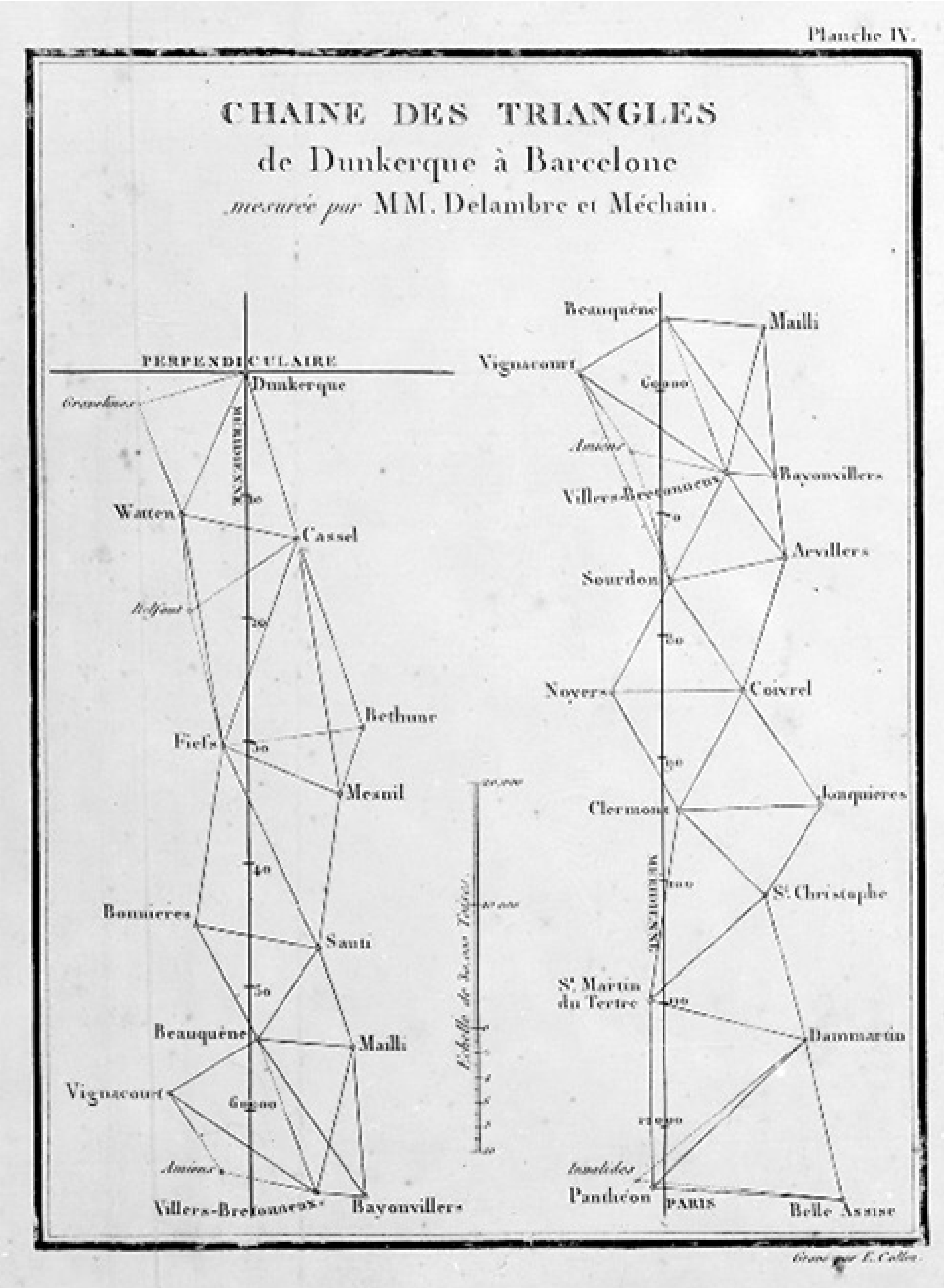
*La carte ci-contre montre les lieux des relevés effectués par Delambre et Méchain au début de leur expédition, entre Dunkerque et Paris.*
*En préparation de chaque mesure, un travail préparatoire était nécessaire afin de trouver des repères visuels visibles de loin (clochers, détails géographiques caractéristiques), permettant des mesures de visée précises.*

***D'après la figure ci-contre, quelle méthode géométrique a permis de mesurer la distance entre Dunkerque et Barcelone ?***

○ Triangulation plane

○ Mesure d'un arc de méridien

○ Mesure d'un arc de parallèle




La carte est nommée « chaîne des triangles de Dunkerque à Barcelone » et montre les relevés et mesures effectuées sur une partie de ce trajet, de Dunkerque à Paris. Ce relevé consiste en une succession de triangles, dont les sommets sont des villes, villages ou autres repères géographiques. Deux triangles successifs ont toujours un côté commun.

### 1.4.3.4 Précision

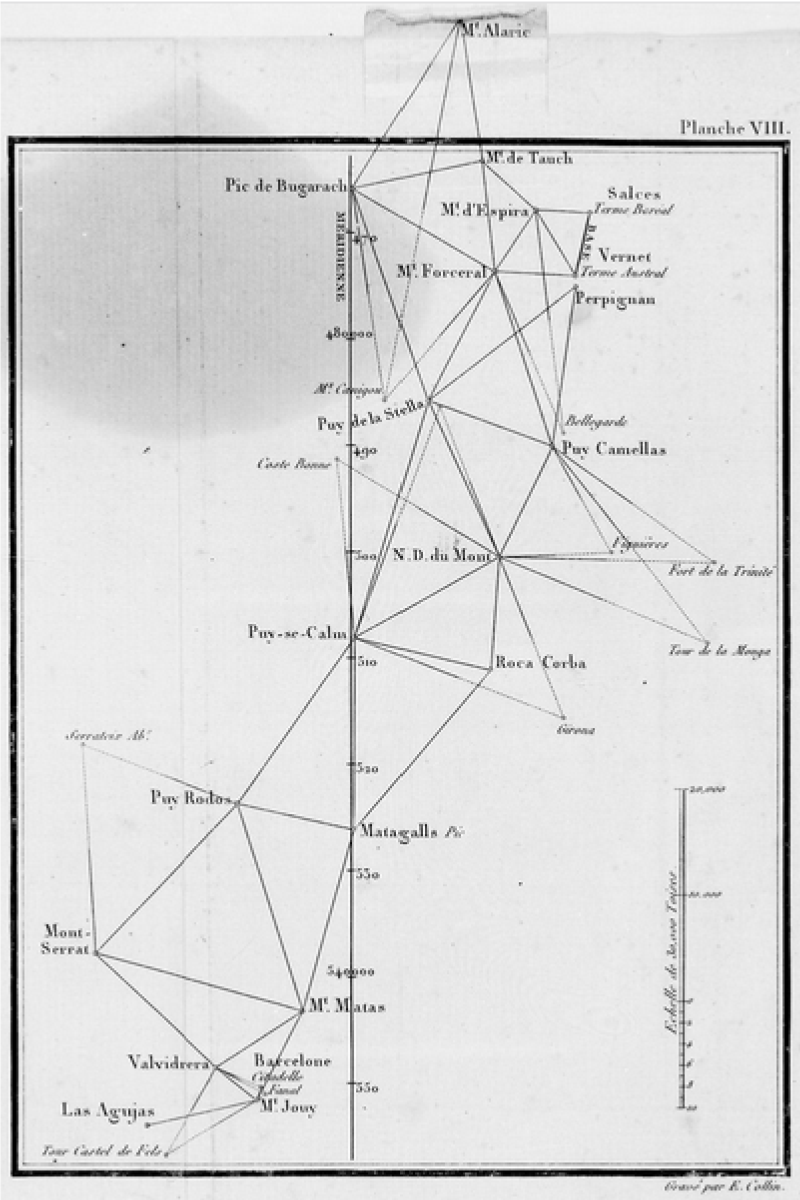
Exercice 25 - Corrigé à la page 52

*La mesure de distance effectuée par Delambre et Méchain leur a permis de calculer la longueur du méridien terrestre, en toises, et ainsi de définir la nouvelle unité de mesure qu'était le mètre.*
*Une étude ultérieure de leurs résultats a montré que leurs mesures de visée étaient d'une grande précision. Une erreur subsistait cependant sur le résultat final, en particulier les mesures de visées effectuées entre Perpignan et Barcelone. En effet dans cette zone l'estimation de la verticale était faussée par... la masse de la chaîne des Pyrénées, qui déviait très légèrement le fil à plomb utilisé. L'effet est très faible, à la hauteur de la précision des mesures réalisées lors de cette expédition.*
***Pour estimer la longueur du méridien d'après la mesure effectuée, quelle méthode géométrique a été utilisée ?***

○ Triangulation plane

○ Mesure d'un arc de méridien

○ Mesure d'un arc de parallèle

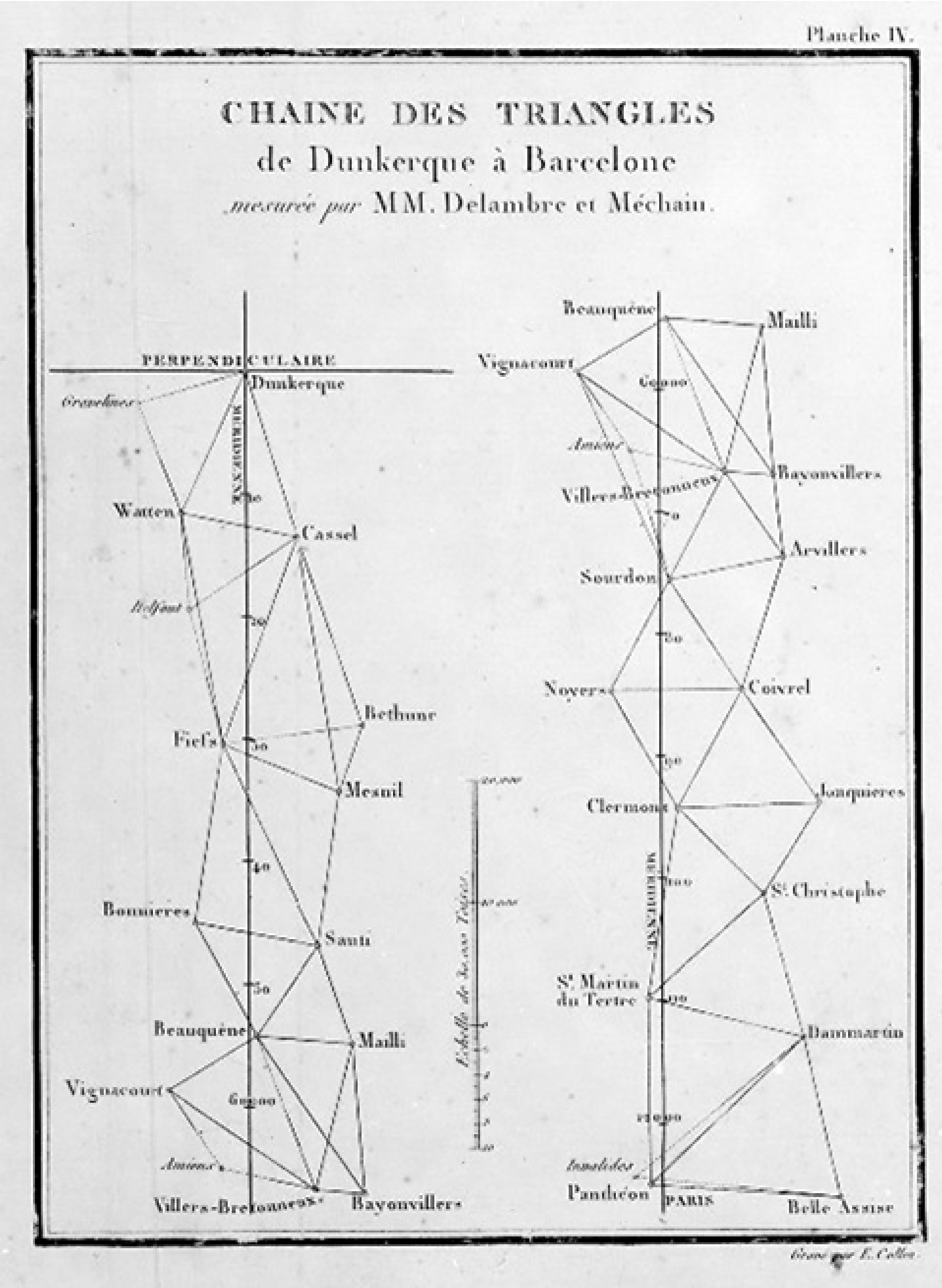



### 1.4.3.5 Que retenir ?

La géodésie est l'étude de la forme de la Terre. La détermination de la forme de la Terre et de ses dimensions a permis, notamment, d'établir des cartes du monde précises utiles notamment aux explorations et aux échanges commerciaux.
On appelle « Figure de la Terre » la représentation que nous nous faisons de la forme de notre planète et de ses dimensions géométriques. Cette représentation a évolué avec le temps, avec des influences propres à chaque région du monde et à chaque culture, se basant tantôt sur des arguments philosophiques tantôt sur des observations scientifiques.
L'observation montre que la Terre est de forme (quasi) sphérique.
Deux exemples célèbres de mesures du rayon terrestre :

- La mesure d'Ératosthène, vers -300 : utilisant la relation entre un angle au centre et la longueur de l'arc de cercle correspondant, d'après des mesures effectuées en Égypte.

- La mesure de Delambre et Méchain, en 1795 : utilisant d'abord la méthode de triangulation plane pour mesurer la distance entre Dunkerque et Barcelone, puis la relation citée précédemment. Cette deuxième mesure est l'une de celles ayant permis de définir le mètre, unité internationale de longueur de l'époque moderne.




La carte est nommée « chaîne des triangles de Dunkerque à Barcelone » et montre les relevés et mesures effectuées sur une partie de ce trajet, de Dunkerque à Paris. Ce relevé consiste en une succession de triangles, dont les sommets sont des villes, villages ou autres repères géographiques. Deux triangles successifs ont toujours un côté commun.

Solutions

Exercice 1 - Page ##PAGEREFQ_L5533##

*Le point M situé à la surface de la Terre est repéré par sa latitude et sa longitude.*

***Reliez la représentation de l'angle (figure ci-contre) à son nom :***

| | |
|---|---|
| 1 | Latitude |
| 2 | Longitude |

| | |
|---|---|
| 1 | ANGLE □ |
| 2 | ANGLE L |

Bravo ! C'est très bien.

Exercice 2 - Page 5

***Complétez le texte à trous suivant  concernant les coordonnées géographiques.***

Sur le schéma ci-contre, le point P indique le pôle Nord et le point P' indique le pôle Sud.
Le cercle (C3) centré en O et passant par les points M, P et P' est appelé **méridien (1)** .
Les points de ce cercle ont **la même longitude que M (2)** .
La longitude de M est nulle si la ville de **Greenwich (3)** se trouve sur le même méridien que M.

Bravo ! C'est très bien.

Exercice 3 - Page 6

***Complétez le texte à trous suivant  concernant les coordonnées géographiques.***

Le parallèle du point M est l'ensemble des points ayant **la même latitude que M (1)** .
Sur le schéma ci-contre, il s'agit du cercle **C1 (2)** .

Bravo ! C'est très bien.

Exercice 4 - Page 7

*A, B et C sont trois lieux à la surface de la Terre, ayant pour coordonnées géographiques :*
*A (50°N, 10°E), B(40°S, 10°E), C(50°N, 35°O).*

***Indiquez les affirmations correctes :***

■ A et B sont sur le même méridien

☐ A et B sont sur le même parallèle

☐ A et C sont sur le même méridien

■ A et C sont sur le même parallèle

☐ B et C sont sur le même méridien

Bravo !
Exercice 5 - Page 9

*Indiquez la ou les particularité(s) éventuelle(s) de chacun des triangles sur le schéma ci-contre :*

| | rectangle | isocèle | équilatéral |
|---|---|---|---|
| Triangle ABC | ■ | ☐ | ☐ |
| Triangle BCD | ☐ | ■ | ☐ |
| Triangle CDE | ☐ | ☐ | ■ |
| Triangle AEF | ☐ | ☐ | ☐ |

Bravo !
Exercice 6 - Page 10

*Dans le triangle ci-contre, le segment [BH] est :*

● la hauteur issue de B

○ la médiatrice de [AC]

○ la bissectrice de l'angle $\widehat{B}$

Bravo !
Exercice 7 - Page 10

*La longueur BH vaut :*

- ● $AB \times \sin(\widehat{A})$
- ○ $AB \times \cos(\widehat{A})$
- ○ $AC \times \sin(\widehat{A})$

Bravo !
Exercice 8 - Page 11

***L'aire de la surface de ce triangle vaut $\frac{AC \times BH}{2}$ ce qui est équivalent à :***

- ● $\frac{AC \times AB \times \sin(\widehat{A})}{2}$
- ○ $\frac{AC \times BC \times \sin(\widehat{A})}{2}$
- ○ $\frac{AB \times AC \times \cos(\widehat{A})}{2}$

Bravo !
Exercice 9 - Page 13

*Un arc de cercle est une partie d'un cercle. L'angle le définissant se trouve entre les deux rayons joignant le centre aux extrémités de l'arc.*

*Ci-contre, le cercle ( $C_1$ ) de rayon R1 et le cercle ( $C_2$ ) de rayon $R_2$ > $R_1$ sont centrés en O.*

*L'angle □ définit, sur ( $C_1$ ), l'arc AB, et sur ( $C_2$ ), l'arc DE. L'angle □'>□ définit, sur ( $C_1$ ), l'arc AC.*

***Indiquez les affirmations correctes :***

- ■ AB < AC

☐ AB > AC

■ AB < DE

☐ AB > DE

Bravo !
Exercice 10 - Page 14

*Complétez le texte à trous suivant concernant le radian et l'arc de cercle.*

Le radian (noté rad) est une unité d'angle. La longueur de l'arc défini par un angle de 1 rad, sur un cercle de rayon R, vaut aussi R. On admettra, à partir de cette définition, que la longueur d'un arc de cercle est le produit de l'angle définissant cet arc, exprimé en radians, et du rayon du cercle.

Le périmètre d'un cercle de rayon R vaut $2\pi R$ **(1)** .

On peut en déduire qu'un tour complet correspond à un angle de $2\pi\ rad$ **(2)** .
Sachant qu'un tour complet fait 360°, on peut déduire qu'un angle de 1 rad vaut donc environ **57° (3)** .

Bravo ! C'est très bien.
Exercice 11 - Page 15

*Complétez ces conversions en associant les angles en radians aux angles correspondants en degrés.*

| | |
|---|---|
| 1 | 360° |
| 2 | 180° |
| 3 | 90° |
| 4 | 60° |

| | |
|---|---|
| 1 | 2π rad |
| 3 | π/2 rad |
| 2 | π rad |
| 4 | π/3 rad |
| X | π/4 rad |

Bravo ! C'est très bien.
Exercice 12 - Page 17

***Sélectionner la bonne réponse :***

Le triangle OBH est **rectangle en H (1)** .
La distance OB vaut **6378,0017 km (2)** .
On peut calculer $BH^2$ en appliquant **$OB^2$-$OH^2$ (3)**
$BH^2$ vaut alors **22 (4)** .
On peut en déduire BH : **4,7 km (5)**

Réponse correcte
Exercice 13 - Page 18

***Sélectionner la bonne réponse :***

Si le mât de l'éolienne mesure 122m, la distance OP vaut **6378,122 km (1)** .
On en déduit alors la distance HP **39 km (2)** .
La distance qui sépare l'observateur de l'éolienne est de **43,7 km (3)** .

Réponse correcte
Exercice 14 - Page 19

*Le planisphère ci-contre montre les distances entre la métropole et plusieurs départements et territoires d'outre-mer.*
*On s'intéresse au trajet en avion liant, par exemple, Paris à Nouméa (Nouvelle-Calédonie), en supposant un vol direct.*
***Indiquez les pays survolés lors du trajet Paris-Nouméa, en supposant que le trajet suivi est le segment représenté ci-contre :***

☐ Russie

■ Grèce

☐ Finlande

■ Arabie

☐ Japon

■ Inde

Bravo !
Exercice 15 - Page 20

*Le planisphère ci-contre montre un trajet direct de Paris à Nouméa, en « ligne droite ». Les pays survolés sont les mêmes que sur le planisphère précédent.*
*Le tracé et la mesure de distance ont été obtenues à l'aide d'un site internet bien connu de localisation et de cartographie.*
***La distance parcourue, d'après la figure ci-contre, est-elle :***

- ● supérieure à la distance indiquée sur la page précédente
- ○ inférieure à la distance indiquée sur la page précédente
- ○ égale à la distance indiquée sur la page précédente

Bravo !
Exercice 16 - Page 21

*Le trajet suivi sur les pages précédentes semblait être le plus court car il était « en ligne droite » sur le planisphère.*

*Or, la Terre est ronde, et les figures ci-contre montrent la forme de ce même trajet à la surface du globe terrestre.*

***Le trajet suivi est-il :***

- ● incurvé vers le Sud puis légèrement vers le Nord
- ○ très incurvé vers le Nord uniquement
- ○ le plus direct possible à la surface du globe terrestre

Bravo !
Exercice 17 - Page 22

*Dans le plan, « le plus court chemin entre deux points est une ligne droite ».*
*Le chemin le plus direct doit donc avoir l'apparence d'un segment de droite, vu à la surface du globe : la figure ci-contre montre un tel chemin.*
***La distance parcourue, d'après la figure ci-contre, est-elle :***

○ nettement supérieure à la distance indiquée sur la carte des DOM-TOM

○ inférieure à la distance indiquée sur la carte des DOM-TOM

● presqu'égale à la distance indiquée sur la carte des DOM-TOM

Bravo !
Exercice 18 - Page 24

*La figure ci-contre montre le trajet précédent, représenté sur un planisphère. On a montré qu'il s'agit bien du chemin le plus court, compte tenu de la forme de la Terre.*
*On imagine à nouveau un trajet en avion, sans escale, de Paris à Nouméa.*

***Indiquez les pays survolés lors du trajet Paris-Nouméa, en supposant que le trajet suivi est celui représenté ci-contre :***

■ Russie

□ Grèce

■ Finlande

□ Arabie

■ Japon

□ Inde

Bravo !
Exercice 19 - Page 25

*Voici la relation appelée « loi des sinus » dans un triangle ABC :* $\frac{\sin(\widehat{B})}{AC} = \frac{\sin(\widehat{A})}{BC} = \frac{\sin(\widehat{C})}{AB}$
*On la doit aux travaux du mathématicien persan Abu Nasr Mansur (~960 – 1036).*

***Complétez le texte à trous suivant :***

Connaissant uniquement les angles B et C, quelle distance faut-il connaitre pour calculer AB ? AC (1) .

Dans le triangle ci-contre, on peut en déduire la valeur de l'angle $\widehat{A}$ : 80° (2) .

Bravo ! C'est très bien.
Exercice 20 - Page 27

*Cette partie décrit plusieurs études de géodésie réalisées par des astronomes. Ces disciplines sont voisines mais différentes :*

- L'astronomie est *l'étude* des astres.
- La géodésie est *l'étude* de la forme de la Terre.

**Indiquez dans la liste suivante les problématiques auxquelles répond chacune de ces sciences :**

| | astronomie | géodésie |
|---|---|---|
| Quelle est la place de la Terre dans l'Univers ? | ● | ○ |
| Quelles sont les dimensions de la Terre ? | ○ | ● |
| Quelles sont les positions et mouvements relatifs des planètes et étoiles ? | ● | ○ |
| La Terre est-elle plate ou sphérique ? | ○ | ● |
| Où se trouvent les comètes et astéroïdes – notamment géocroiseurs ? | ● | ○ |
| Quelle est la fréquence des éclipses de Lune et de Soleil ? | ● | ○ |

Bravo !
Exercice 21 - Page 29

*La "simple" curiosité scientifique est une raison suffisante de poursuivre l'une ou l'autre de ces disciplines, afin de mieux comprendre le monde qui nous entoure. Cependant, ces deux sciences ont (ou ont eu) des utilités pratiques précises.*

***Indiquez quelle science, selon vous, permet chacun des usages ci-dessous :***

| | astronomie | géodésie |
|---|---|---|
| Établir un calendrier agricole ou religieux | ● | ○ |
| Définir des fuseaux horaires et synchroniser les horaires (trains, avions) | ○ | ● |

| | | |
|---|---|---|
| Prévoir le risque de collision avec un astéroïde géocroiseur | ● | ○ |
| Assurer la géolocalisation et la navigation, sur Terre, par-rapport à des repères au sol | ○ | ● |
| Assurer la géolocalisation et la navigation, sur Terre, sur mer ou dans les airs, d'après les positions apparentes des étoiles | ● | ○ |
| Établir des cartes de la surface terrestre et des routes commerciales | ○ | ● |

Bravo !
Exercice 22 - Page 34

*Complétez le texte à trous suivant à l'aide des indications fournies :*

Sur la représentation ci-dessus, dans quelle ville le soleil est-il au Zenith ? **Assouan (1)** ?
Au même moment, à Alexandrie, Eratosthène mesure un angle de 7° entre les rayons du Soleil et la verticale ce qui correspond à **0,122 (2)** radians.

Bravo ! C'est très bien.
Exercice 23 - Page 35

*Complétez le texte à trous suivant à l'aide des indications fournies :*

D'après les estimations des caravaniers, la distance d entre les deux villes est d'environ 800 km. Cette importante route commerciale était en effet empruntée régulièrement, à l'aide de chameaux, dont l'allure est très régulière.
Eratosthène a pu déduire la valeur du rayon terrestre RT à partir de l'angle □ et de la distance d entre les 2 villes,
Quelle expression mathématique a-t 'il utilisée ?

$$R_T = \frac{d}{\alpha}$$

**(1)**
D'où une estimation du rayon de la Terre de **6560 (2)** km environ,

Bravo ! C'est très bien.
Exercice 24 - Page 36

*Complétez le texte à trous suivant à l'aide des indications fournies :*

L'estimation du rayon de la Terre est de 6560 km.
Finalement quelle est la longueur du méridien terrestre mesurée par Eratosthène ? **41200 (1)** km environ.

Bravo ! C'est très bien.
Exercice 25 - Page 38

*La carte ci-contre montre les lieux des relevés effectués par Delambre et Méchain au début de leur expédition, entre Dunkerque et Paris.*
*En préparation de chaque mesure, un travail préparatoire était nécessaire afin de trouver des repères visuels visibles de loin (clochers, détails géographiques caractéristiques), permettant des mesures de visée précises.*

***D'après la figure ci-contre, quelle méthode géométrique a permis de mesurer la distance entre Dunkerque et Barcelone ?***

● Triangulation plane

○ Mesure d'un arc de méridien

○ Mesure d'un arc de parallèle

Bravo !
Exercice 26 - Page 39

*La mesure de distance effectuée par Delambre et Méchain leur a permis de calculer la longueur du méridien terrestre, en toises, et ainsi de définir la nouvelle unité de mesure qu'était le mètre.*
*Une étude ultérieure de leurs résultats a montré que leurs mesures de visée étaient d'une grande précision. Une erreur subsistait cependant sur le résultat final, en particulier les mesures de visées effectuées entre Perpignan et Barcelone. En effet dans cette zone l'estimation de la verticale était faussée par... la masse de la chaîne des Pyrénées, qui déviait très légèrement le fil à plomb utilisé. L'effet est très faible, à la hauteur de la précision des mesures réalisées lors de cette expédition.*
***Pour estimer la longueur du méridien d'après la mesure effectuée, quelle méthode géométrique a été utilisée ?***

○ Triangulation plane

● Mesure d'un arc de méridien

○ Mesure d'un arc de parallèle

Bravo !