

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №2**  
**по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»**  
**Тема: Жадный алгоритм и  $A^*$**

Студент гр. 9383

\_\_\_\_\_

Гладких А.А.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

2021

### **Цель работы.**

Применить на практике знания о построение жадного алгоритма поиска пути в графе и алгоритма  $A^*$  – «А звездочка». Реализовать программу, которая считывает граф и находит в нем путь от стартовой вершины к конечной с помощью жадного алгоритма и алгоритма  $A^*$ .

### **Задание.**

#### **Жадный алгоритм.**

Разработайте программу, которая решает задачу построения пути в ориентированном графе при помощи жадного алгоритма. Жадность в данном случае понимается следующим образом: на каждом шаге выбирается последняя посещённая вершина. Переместиться необходимо в ту вершину, путь до которой является самым дешёвым из последней посещённой вершины. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес.

Пример входных данных:

*a e*

*a b 3.0*

*b c 1.0*

*c d 1.0*

*a d 5.0*

*d e 1.0*

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины.

Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес.

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет:

*abcde*

**A\*.**

Разработайте программу, которая решает задачу построения кратчайшего пути в ориентированном графе методом A\*. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес. В качестве эвристической функции следует взять близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII.

Пример входных данных:

*a e*

*a b 3.0*

*b c 1.0*

*c d 1.0*

*a d 5.0*

*d e 1.0*

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины.

Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес.

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет:

*ade*

**Вариант 5.** Реализация алгоритма, оптимального по используемой памяти (абсолютно, не только через O-нотацию).

**Ход работы:**

1. Произведён анализ задания.
2. Был реализован жадный алгоритм поиска пути в графе:
  1. Сперва все вершины помещаются в двоичную кучу. Изначально метки всех вершин равны максимально возможному значению — в нашем случае это максимальное значение типа float.
  2. Стартовой вершине задается метка 0.

3. Затем начинается цикл, который прекратится тогда, когда в двоичной куче не останется элементов.
  1. Из кучи выбирается вершина с минимальной меткой (Сперва это стартовая вершина).
  2. Эта вершина удаляется из кучи и помечается как просмотренная.
  3. Если текущая вершина — конечная, то цикл завершается.
  4. Для всех вершин, соседствующих с текущей:
    1. Если вершина уже была посещена, то она пропускается.
    2. Если вершина еще не была посещена и ее метка больше, чем путь до нее через соединяющее эту вершину с текущей ребро, то ее метка обновляется.
4. В конце программа восстанавливает путь от конечной вершины до стартовой.
3. Был реализован поиск пути в графе с помощью алгоритма A\*. Алгоритм в целом повторяет жадный алгоритм, за исключением пункта 3.4 — даже, если вершина уже была посещена, алгоритм будет обновлять ее метку, если она больше, чем сумма пути и эвристической функции для данной вершины.
4. В ходе оптимизации алгоритмов по памяти были сделаны следующие корректировки в алгоритмах:
  1. Граф было принято считывать в структуру `vector` из стандартной библиотеки языка C++. Это было сделано для того, чтобы в дальнейшем сделать на основе этого динамического массива двоичную кучу с помощью функции `std::make_heap()`, чтобы не создавать ее дополнительно и копировать в нее заново вершины.
  2. Для создания кучи был сделан специальный компаратор `vertex_pair_cmp`, сравнивающий метки вершин.
  3. Единственные издержки по памяти — дополнительный массив `utility_vector_`, в который копируются указатели на вершины. Это было

сделано ради очистки памяти по итогу программы, формально к самим алгоритмам этот массив имеет лишь косвенное отношение.

5. В случае реализации алгоритмов на бинарной куче их сложность можно оценить как  $O(E)$ , где  $E$  – количество ребер, во временном плане и  $O(V)$ , где  $V$  – количество вершин, в плане занимаемого места.
6. Были написаны тесты с использованием библиотеки Catch2 для тестирования корректности работы обоих алгоритмов.
7. Код разработанной программы расположен в Приложении А.

### **Описание функций и структур данных:**

1. Структура Vertex – представление вершины графа. Имеет поле name для хранения названия вершины, поле edges\_arr – массив ребер графа, указатель на вершину, из которой в данную вершину пришли prev, поле типа bool для того, чтобы отмечать была посещена вершина или нет, isVisited и поле типа float для хранения метки вершины – priority.
2. Структура Edge – представление ребра вершины графа. Содержит два поля — вес ребра weight и указатель на вершину, в которую ребро приходит, end\_vertex.
3. Класс Graph – представление графа. Имеет следующие поля — start\_vertex\_symbol\_ и end\_vertex\_symbol – названия стартовой и конечной вершины, bool input\_error\_ - для проверки корректности ввода, vertices\_arr\_ - массив вершин и его копия utility\_vector\_, указатель на стартовую и конечную вершину start\_vertex\_ и end\_vertex\_ соответственно, а также строка path\_ для записи полученного пути.  
Также класс имеет следующие методы — find\_path\_a\_star() и find\_path\_greedy() для поиска пути алгоритмом  $A^*$  и жадным алгоритмом, метод для считывания ребер из потока — read\_edges(), метод вывода считанного массива вершин в виде строки print\_vector\_to\_string(), метод check\_input\_error() для проверки корректности ввода, метод heuristics()

для получения значения эвристической функции для двух вершин и метод поиска вершины в векторе вершин `get_vertex_from_vector()`.

4. Функция `main()` - функция, в которой происходит инициализация графа и запуск алгоритмов.

### Примеры работы программы.

Таблица 1 – Пример работы программы

№ п/п	Входные данные	Выходные данные
1.	a e a b 3.0 b c 1.0 c d 1.0 a d 5.0 d e 1.0	Greedy Path: abcde
2.	a e a b 3.0 b c 1.0 c d 1.0 a d 5.0 d e 1.0	A Star Path: ade
3.	a z a b 3.0 b c 1.0 c d 1.0 a d 5.0 d e 1.0	A Star Path: no path

### Иллюстрация работы программы.

**Greedy Path: abcde**

Рисунок 1 - Пример работы программы на входных данных №1

**A Star Path: ade**

Рисунок 2 - Пример работы программы на входных данных №2

**A Star Path: no path**

Рисунок 3 - Пример работы программы на входных данных №3

## **Выводы.**

Были применены на практике знания о построение жадного алгоритма поиска пути и алгоритма  $A^*$  – «А звездочка». Была реализована программа, которая считывает граф и находит в нем путь от стартовой вершины к конечной с помощью жадного алгоритма и алгоритма  $A^*$ . Была выполнена оптимизация алгоритмов по используемой памяти — для этого было минимизировано копирование структур, хранящих вершины графа.



## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### ФАЙЛ MAIN.CPP

```
#INCLUDE "GRAPH.HPP"

INT MAIN() {

    CHAR START_VERTEX, END_VERTEX;
    STD::CIN >> START_VERTEX >> END_VERTEX;

    GRAPH GRAPH(START_VERTEX, END_VERTEX, STD::CIN);
    //STD::COUT << GRAPH.PRINT_VECTOR_TO_STRING() << "\n";
    STD::COUT << "A STAR PATH: " << GRAPH.FIND_PATH_A_STAR() << '\n';
    //STD::COUT << "GREEDY PATH: " << GRAPH.FIND_PATH_GREEDY() << '\n';

    RETURN 0;
}
```

### ФАЙЛ GRAPH.HPP

```
#INCLUDE <Iostream>
#include <vector>
#include <queue>
#include <map>
#include <string>
#include <algorithm>

STRUCT EDGE;

STRUCT VERTEX{
    CHAR NAME;
    STD::VECTOR<EDGE> EDGES_ARR;
    VERTEX* PREV;
    BOOL ISVISITED = FALSE;
    FLOAT PRIORITY = __FLT_MAX__;
};

STRUCT EDGE{
    VERTEX* END_VERTEX;
    FLOAT WEIGHT;
};

CLASS GRAPH{
PUBLIC:

    GRAPH(CHAR START_VERTEX, CHAR END_VERTEX, STD::Istream& IN);
    ~GRAPH();

    STD::STRING FIND_PATH_A_STAR();
    STD::STRING FIND_PATH_GREEDY();

    VOID READ_EDGES(STD::Istream& IN);

    STD::STRING PRINT_VECTOR_TO_STRING();

    BOOL CHECK_INPUT_ERROR() { RETURN INPUT_ERROR; };
};
```

```

    FLOAT HEURISTICS (CONST CHAR& START, CONST CHAR& FINISH);

PRIVATE:
    CHAR START_VERTEX_SYMBOL_, END_VERTEX_SYMBOL_;

    BOOL INPUT_ERROR_;

    STD::VECTOR<VERTEX*> VERTICES_ARR_;
    STD::VECTOR<VERTEX*> UTILITY_VECTOR_;

    VERTEX* START_VERTEX_;
    VERTEX* END_VERTEX_;

    STD::STRING PATH_;

    VERTEX* GET_VERTEX_FROM_VECTOR (CHAR TARGET_VERTEX_NAME);

};

```

## ФАЙЛ GRAPH.HPP

```

#include "GRAPH.HPP"

GRAPH::GRAPH (CHAR START_VERTEX, CHAR END_VERTEX, STD::ISTREAM& IN) {
    START_VERTEX_SYMBOL_ = START_VERTEX;
    END_VERTEX_SYMBOL_ = END_VERTEX;

    INPUT_ERROR_ = FALSE;

    READ_EDGES (IN);
}

STD::STRING GRAPH::FIND_PATH_A_STAR() {
    IF (VERTICES_ARR_.SIZE() < 2 || INPUT_ERROR_) RETURN "ERROR";

    AUTO VERTEX_PAIR_CMP = [] (VERTEX* LEFT, VERTEX* RIGHT) -> BOOL {
        IF (LEFT->PRIORITY == RIGHT->PRIORITY && LEFT->NAME < RIGHT->NAME)
            RETURN TRUE;
        RETURN LEFT->PRIORITY > RIGHT->PRIORITY;
    };

    START_VERTEX_ = GET_VERTEX_FROM_VECTOR (START_VERTEX_SYMBOL_);
    START_VERTEX_ -> PRIORITY = 0 + HEURISTICS (START_VERTEX_SYMBOL_,
END_VERTEX_SYMBOL_);

    END_VERTEX_ = GET_VERTEX_FROM_VECTOR (END_VERTEX_SYMBOL_);

    STD::MAKE_HEAP (VERTICES_ARR_.BEGIN(), VERTICES_ARR_.END(), VERTEX_PAIR_CMP);

    VERTEX* CUR_VERTEX;

    WHILE (!VERTICES_ARR_.EMPTY()) {
        CUR_VERTEX = VERTICES_ARR_.FRONT();

```

```

    IF (CUR_VERTEX->NAME == END_VERTEX_SYMBOL_) {
        WHILE (CUR_VERTEX->PREV) {
            PATH_ += CUR_VERTEX->NAME;
            CUR_VERTEX = CUR_VERTEX->PREV;
        }
        PATH_ += CUR_VERTEX->NAME;
        BREAK;
    }

    FOR (AUTO& EDGE : CUR_VERTEX->EDGES_ARR) {
        FLOAT TEMP = CUR_VERTEX->PRIORITY - HEURISTICS(CUR_VERTEX->NAME,
END_VERTEX_SYMBOL_) + EDGE.WEIGHT;
        IF (EDGE.END_VERTEX->PRIORITY > TEMP) {

            EDGE.END_VERTEX->PRIORITY = TEMP + HEURISTICS(EDGE.END_VERTEX-
>NAME, END_VERTEX_SYMBOL_);
            EDGE.END_VERTEX->PREV = CUR_VERTEX;
        }
    }
    VERTICES_ARR_.ERASE(VERTICES_ARR_.BEGIN());

    STD::MAKE_HEAP(VERTICES_ARR_.BEGIN(), VERTICES_ARR_.END(),
VERTEX_PAIR_CMP);
}

REVERSE(PATH_.BEGIN(), PATH_.END());

IF (VERTICES_ARR_.EMPTY() || PATH_[0] != START_VERTEX_SYMBOL_)
    RETURN "NO PATH";

RETURN PATH_;
}

STD::STRING GRAPH::FIND_PATH_GREEDY() {
    IF (VERTICES_ARR_.SIZE() < 2 || INPUT_ERROR_) RETURN "ERROR";

    AUTO VERTEX_PAIR_CMP = [] (VERTEX* LEFT, VERTEX* RIGHT) -> BOOL {
        RETURN LEFT->PRIORITY > RIGHT->PRIORITY;
    };

    START_VERTEX_ = GET_VERTEX_FROM_VECTOR(START_VERTEX_SYMBOL_);
    START_VERTEX_->PRIORITY = 0;

    STD::MAKE_HEAP(VERTICES_ARR_.BEGIN(), VERTICES_ARR_.END(), VERTEX_PAIR_CMP);

    VERTEX* CUR_VERTEX;

    WHILE (!VERTICES_ARR_.EMPTY()) {

        CUR_VERTEX = VERTICES_ARR_.FRONT();

        CUR_VERTEX->ISVISITED = TRUE;

        IF (CUR_VERTEX->NAME == END_VERTEX_SYMBOL_) {
            WHILE (CUR_VERTEX->PREV) {

```

```

        PATH_ += CUR_VERTEX->NAME;
        CUR_VERTEX = CUR_VERTEX->PREV;
    }
    PATH_ += CUR_VERTEX->NAME;
    BREAK;
}

FOR (AUTO& EDGE : CUR_VERTEX->EDGES_ARR) {
    IF (EDGE.END_VERTEX->PRIORITY > EDGE.WEIGHT && !EDGE.END_VERTEX-
>isVisited) {
        EDGE.END_VERTEX->PRIORITY = EDGE.WEIGHT;
        EDGE.END_VERTEX->PREV = CUR_VERTEX;
    }
}

VERTICES_ARR_.ERASE (VERTICES_ARR_.BEGIN());

STD::MAKE_HEAP (VERTICES_ARR_.BEGIN(), VERTICES_ARR_.END(),
VERTEX_PAIR_CMP);
}

REVERSE (PATH_.BEGIN(), PATH_.END());

IF (VERTICES_ARR_.EMPTY() || PATH_[0] != START_VERTEX_SYMBOL_)
    RETURN "NO PATH";

RETURN PATH_;
}

VOID GRAPH::READ_EDGES (STD::ISTREAM& IN) {
    CHAR EDGE_START_NAME, EDGE_END_NAME;
    FLOAT EDGE_WEIGHT;

    VERTEX* FIRST_VERTEX;
    VERTEX* SECOND_VERTEX;

    WHILE (IN >> EDGE_START_NAME >> EDGE_END_NAME >> EDGE_WEIGHT) {

        IF (EDGE_WEIGHT < 0.0 || !ISALPHA (EDGE_START_NAME) || !
ISALPHA (EDGE_END_NAME)) {
            INPUT_ERROR_ = TRUE;
            RETURN;
        }

        FIRST_VERTEX = GET_VERTEX_FROM_VECTOR (EDGE_START_NAME);
        IF (!FIRST_VERTEX) {
            FIRST_VERTEX = NEW VERTEX ({EDGE_START_NAME});
            VERTICES_ARR_.PUSH_BACK (FIRST_VERTEX);
        }

        SECOND_VERTEX = GET_VERTEX_FROM_VECTOR (EDGE_END_NAME);
        IF (!SECOND_VERTEX) {
            SECOND_VERTEX = NEW VERTEX ({EDGE_END_NAME});
            VERTICES_ARR_.PUSH_BACK (SECOND_VERTEX);
        }
    }
}

```

```

        FIRST_VERTEX->EDGES_ARR.PUSH_BACK({SECOND_VERTEX, EDGE_WEIGHT});

        IF(IN.EOF()) {
            BREAK;
        }

    }

    IF(VERTICES_ARR_.SIZE() == 0) {
        INPUT_ERROR_ = TRUE;
    }

    UTILITY_VECTOR_ = VERTICES_ARR_;
}

STD::STRING GRAPH::PRINT_VECTOR_TO_STRING() {
    STD::STRING OUT = "";
    FOR (CONST AUTO& CUR_VERTEX : VERTICES_ARR_) {
        OUT += CUR_VERTEX->NAME;
        OUT += " = [ ";
        FOR (CONST AUTO& NEIGHBOUR: CUR_VERTEX->EDGES_ARR) {
            OUT += NEIGHBOUR.END_VERTEX->NAME;
            OUT += " ";
        }
        OUT += "]; ";
    }
    RETURN OUT;
}

GRAPH::~~GRAPH() {
    FOR(AUTO& VERTEX: UTILITY_VECTOR_) {
        DELETE VERTEX;
    }
}

VERTEX* GRAPH::GET_VERTEX_FROM_VECTOR(CHAR TARGET_VERTEX_NAME) {
    FOR(AUTO& CUR_VERTEX: VERTICES_ARR_) {
        IF(CUR_VERTEX->NAME == TARGET_VERTEX_NAME) {
            RETURN CUR_VERTEX;
        }
    }

    RETURN nullptr;
}

FLOAT GRAPH::HEURISTICS(CONST CHAR& START, CONST CHAR& FINISH) {
    RETURN ABS(START - FINISH);
}

```

## ФАЙЛ TEST.CPP

```

#define CATCH_CONFIG_MAIN

#include "../CATCH.HPP"
#include "../SOURCE/GRAPH.HPP"

```

```

#include <sstream>

TEST_CASE("GRAPH CONSTRUCTOR AND READ INPUT TEST", "[INTERNAL GRAPH TEST]" ) {

    CHAR FROM_VERTEX = 'A';
    CHAR TO_VERTEX = 'E';

    STD::stringstream INPUT_TEST;
    INPUT_TEST << "A B 3.0\NB C 1.0\NC D 1.0\NA D 5.0\ND E 1.0";

    GRAPH GRAPH(FROM_VERTEX, TO_VERTEX, INPUT_TEST);

    STD::STRING RES = GRAPH.PRINT_VECTOR_TO_STRING();
    REQUIRE(RES == "A = [ B D ]; B = [ C ]; C = [ D ]; D = [ E ]; E =
[ ]; ");

    STD::stringstream INPUT_TEST2;
    INPUT_TEST2 << "A B 3.0\NB C 1.0\NC D -1.0\NA D 5.0\ND E 1.0";

    GRAPH GRAPH2(FROM_VERTEX, TO_VERTEX, INPUT_TEST2);

    REQUIRE(GRAPH2.CHECK_INPUT_ERROR() == TRUE);

    STD::stringstream INPUT_TEST3;
    INPUT_TEST3 << "; B 3.0\NB C 1.0\NC D 1.0\NA D 5.0\ND E 1.0";

    GRAPH GRAPH3(FROM_VERTEX, TO_VERTEX, INPUT_TEST3);

    REQUIRE(GRAPH3.CHECK_INPUT_ERROR() == TRUE);

    STD::stringstream INPUT_TEST4;
    INPUT_TEST4 << "";

    GRAPH GRAPH4(FROM_VERTEX, TO_VERTEX, INPUT_TEST4);

    REQUIRE(GRAPH4.CHECK_INPUT_ERROR() == TRUE);

}

TEST_CASE("FIND PATH GREEDY TEST", "[INTERNAL GRAPH TEST]" ) {

    CHAR FROM_VERTEX = 'A';
    CHAR TO_VERTEX = 'E';

    STD::stringstream INPUT_TEST;
    INPUT_TEST << "A B 3.0\NB C 1.0\NC D 1.0\NA D 5.0\ND E 1.0";

    GRAPH GRAPH(FROM_VERTEX, TO_VERTEX, INPUT_TEST);

    STD::STRING RES = GRAPH.FIND_PATH_GREEDY();
    REQUIRE(RES == "ABCDE");
}

```

```

STD::STRINGSTREAM INPUT_TEST2;
INPUT_TEST2 << "A B 3.0\NB C 1.0";

GRAPH GRAPH2 (FROM_VERTEX, TO_VERTEX, INPUT_TEST2);

RES = GRAPH2.FIND_PATH_GREEDY();
REQUIRE (RES == "NO PATH");
}

TEST_CASE("Heuristic Test", "[INTERNAL GRAPH TEST]" ) {
    CHAR FROM_VERTEX = 'A';
    CHAR TO_VERTEX = 'E';

    STD::STRINGSTREAM INPUT_TEST;
    INPUT_TEST << "A B 3.0\NB C 1.0\NC D 1.0\NA D 5.0\ND E 1.0";

    GRAPH GRAPH (FROM_VERTEX, TO_VERTEX, INPUT_TEST);

    REQUIRE (GRAPH.HEURISTICS ('A', 'E') == 4);

    REQUIRE (GRAPH.HEURISTICS ('B', 'C') == 1);
}

TEST_CASE("Find Path A* Test", "[INTERNAL GRAPH TEST]" ) {
    CHAR FROM_VERTEX = 'A';
    CHAR TO_VERTEX = 'E';

    STD::STRINGSTREAM INPUT_TEST;
    INPUT_TEST << "A B 3.0\NB C 1.0\NC D 1.0\NA D 5.0\ND E 1.0";

    GRAPH GRAPH (FROM_VERTEX, TO_VERTEX, INPUT_TEST);

    STD::STRING RES = GRAPH.FIND_PATH_A_STAR();
    REQUIRE (RES == "ADE");

    STD::STRINGSTREAM INPUT_TEST2;
    INPUT_TEST2 << "A B 3.0\NB C 1.0\NC D 1.0\NA D 5.0\ND E 1.0\NA E 1.0";

    GRAPH GRAPH2 (FROM_VERTEX, TO_VERTEX, INPUT_TEST2);

    RES = GRAPH2.FIND_PATH_A_STAR();
    REQUIRE (RES == "AE");

    STD::STRINGSTREAM INPUT_TEST3;
    INPUT_TEST3 << "A B 3.0\NB C 1.0";

    GRAPH GRAPH3 (FROM_VERTEX, TO_VERTEX, INPUT_TEST3);

    RES = GRAPH3.FIND_PATH_A_STAR();
    REQUIRE (RES == "NO PATH");
}

```

## ФАЙЛ MAKEFILE

```
FLAGS = -STD=C++17 -Wall -Wextra
BUILD = BUILD
SOURCE = SOURCE
TEST = TEST

$(SHELL) mkdir -p $(BUILD)

ALL: LAB2 RUN_TESTS

LAB2: $(BUILD)/MAIN.O $(BUILD)/GRAPH.O
    @ECHO "To start enter ./LAB2"
    @G++ $(BUILD)/MAIN.O $(BUILD)/GRAPH.O -o LAB2 $(FLAGS)

RUN_TESTS: $(BUILD)/TEST.O $(BUILD)/GRAPH.O
    @ECHO "To run tests enter ./RUN_TESTS"
    @G++ $(BUILD)/TEST.O $(BUILD)/GRAPH.O -o RUN_TESTS

$(BUILD)/MAIN.O: $(SOURCE)/MAIN.CPP
    @G++ -c $(SOURCE)/MAIN.CPP -o $(BUILD)/MAIN.O

$(BUILD)/GRAPH.O: $(SOURCE)/GRAPH.CPP
    @G++ -c $(SOURCE)/GRAPH.CPP -o $(BUILD)/GRAPH.O

$(BUILD)/TEST.O: $(TEST)/TEST.CPP
    @G++ -c $(TEST)/TEST.CPP -o $(BUILD)/TEST.O

CLEAN:
    @RM -rf $(BUILD) /
    @RM -rf *.O LAB2
```