МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА) Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2

по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»

Тема: Жадный алгоритм и А*

Студент гр. 9383	 Гладких А.А
Преподаватель	Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

Цель работы.

Применить на практике знания о построение жадного алгоритма поиска пути в графе и алгоритма A^* – «А звездочка». Реализовать программу, которая считывает граф и находит в нем путь от стартовой вершины к конечной с помощью жадного алгоритма и алгоритма A^* .

Задание.

Жадный алгоритм.

Разработайте программу, которая решает задачу построения пути в ориентированном графе при помощи жадного алгоритма. Жадность в данном случае понимается следующим образом: на каждом шаге выбирается последняя посещённая вершина. Переместиться необходимо в ту вершину, путь до которой является самым дешёвым из последней посещённой вершины. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес.

Пример входных данных:

a e

a b 3.0

b c 1.0

c d 1.0

a d 5.0

d e 1.0

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины.

Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес.

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет:

abcde

A*.

Разработайте программу, которая решает задачу построения кратчайшего пути в ориентированном графе методом А*. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес. В качестве эвристической функции следует взять близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII.

Пример входных данных:

a e

a b 3.0

b c 1.0

c d 1.0

a d 5.0

d e 1.0

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины.

Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес.

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет:

ade

Вариант 5. Реализация алгоритма, оптимального по используемой памяти (абсолютно, не только через О-нотацию).

Ход работы:

- 1. Произведён анализ задания.
- 2. Был реализован жадный алгоритм поиска пути в графе:
 - 1. Сперва все вершины помещаются в двоичную кучу. Изначально метки всех вершин равны максимально возможному значению в нашем случае это максимальное значение типа float.

- 2. Стартовой вершине задается метка 0.
- 3. Затем начинается цикл, который прекратится тогда, когда в двоичной куче не останется элементов.
 - 1. Из кучи выбирается вершина с минимальной меткой (Сперва это стартовая вершина).
 - 2. Эта вершина удаляется из кучи и помечается как просмотренная.
 - 3. Если текущая вершина конечная, то цикл завершается.
 - 4. Для всех вершин, соседствующих с текущей:
 - 1. Если вершина уже была посещена, то она пропускается.
 - 2. Если вершина еще не была посещена и ее метка больше, чем путь до нее через соединяющее эту вершину с текущей ребро, то ее метка обновляется.
- 4. В конце программа восстанавливает путь от конечной вершины до стартовой.
- 3. Был реализован поиск пути в графе с помощью алгоритма А*. Алгоритм в целом повторяет жадный алгоритм, за исключением пункта 3.4 даже, если вершина уже была посещена, алгоритм будет обновлять ее метку, если она больше, чем сумма пути и эвристической функции для данной вершины.
- 4. В ходе оптимизации алгоритмов по памяти были сделаны следующие корректировки в алгоритмах:
 - 1. Граф было принято считывать в структуру vector из стандартной библиотеки языка C++. Это было сделано для того, чтобы в дальнейшем сделать на основе этого динамического массива двоичную куча с помощью функции std::make_heap(), чтобы не создавать ее дополнительно и копировать в нее заново вершины.
 - 2. Для создания кучи был сделан специальный компаратор vertex_pair_cmp, сравнивающий метки вершин.

- 3. Единственные издержки по памяти дополнительный массив utility_vector_, в который копируются указатели на вершины. Это было сделано ради очистки памяти по итогу программы, формально к самим алгоритмам этот массив имеет лишь косвенное отношение.
- 5. В случае реализации алгоритмов на бинарной куче их сложность можно оценить как O(V*logV) во временном плане и O(V) в плане занимаемого места, где V количество вершин.
- 6. Были написаны тесты с использованием библиотеки Catch2 для тестирования корректности работы обоих алгоритмов. Были протестированы функции ввода данных и их корректная работа, а также работа самих алгоритмов.

Рисунок 1 - Иллюстрация результатов тестирования программы

7. Код разработанной программы расположен в Приложении А.

Описание функций и структур данных:

- 1. Структура Vertex представление вершины графа. Имеет поле name для хранения названия вершины, поле edges_arr массив ребер графа, указатель на вершину, из которой в данную вершину пришли prev, поле типа bool для того, чтобы отмечать была посещена вершина или нет, is Visited и поле типа float для хранения метки вершины priority.
- Структура Edge представление ребра вершины графа. Содержит два поля
 — вес ребра weight и указатель на вершину, в которую ребро приходит, end_vertex.
- 3. Класс Graph представление графа. Имеет следующие поля start_vertex_symbol_ и end_vertex_symbol названия стартовой и конечной вершины, bool input_error_ для проверки корректности ввода, vertices_arr_ -

массив вершин и его копия utility_vector_, указатель на стартовую и конечную вершину start_vertex_ и end_vertex_ соответственно, а также строка path для записи полученного пути.

Также класс имеет следующие методы — find_path_a_star() и find_path_greedy() для поиска пути алгоритмом A* и жадным алгоритмом, метод для считывания ребер из потока — read_edges(), метод вывода считанного массива вершин в виде строки print_vector_to_string(), метод check_input_error() для проверки корректности ввода, метод heuristics() для получения значения эвристической функции для двух вершин и метод поиска вершины в векторе вершин get_vertex_from_vector().

4. Функция main() - функция, в которой происходит инициализация графа и запуск алгоритмов.

Примеры работы программы.

Таблица 1 – Пример работы программы

№ п/п	Входные данные	Выходные данные	
1.	a e	Greedy Path: abcde	
	a b 3.0		
	b c 1.0		
	c d 1.0		
	a d 5.0		
	d e 1.0		
2.	a e	A Star Path: ade	
	a b 3.0		
	b c 1.0		
	c d 1.0		
	a d 5.0		
	d e 1.0		
3.	a z	A Star Path: no path	
	a b 3.0		
	b c 1.0		
	c d 1.0		
	a d 5.0		
	d e 1.0		

Иллюстрация работы программы.

Greedy Path: abcde

Рисунок 2 - Пример работы программы на входных данных №1

A Star Path: ade

Рисунок 3 - Пример работы программы на входных данных №2

A Star Path: no path

Рисунок 4 - Пример работы программы на входных данных №3

Выводы.

Были применены на практике знания о построение жадного алгоритма поиска пути и алгоритма A^* — «А звездочка». Была реализована программа, которая считывает граф и находит в нем путь от стартовой вершины к конечной с помощью жадного алгоритма и алгоритма A^* . Была выполнена оптимизация алгоритмов по используемой памяти — для этого было минимизировано копирование структур, хранящих вершины графа: бинарная куча строится на основе массива, в который изначально происходит чтение информации о вершинах.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Файл маін.срр

```
#INCLUDE "GRAPH.HPP"
INT MAIN() {
    CHAR START_VERTEX, END_VERTEX;
    STD::CIN >> START_VERTEX >> END_VERTEX;

GRAPH GRAPH(START_VERTEX, END_VERTEX, STD::CIN);
    //STD::COUT << GRAPH.PRINT_VECTOR_TO_STRING() << "\n";
    STD::COUT << "A STAR PATH: " << GRAPH.FIND_PATH_A_STAR() << '\n';
    //STD::COUT << "GREEDY PATH: " << GRAPH.FIND_PATH_GREEDY() << '\n';
    RETURN 0;
}</pre>
```

Файл Graph. HPP

```
#INCLUDE <IOSTREAM>
#INCLUDE <VECTOR>
#INCLUDE <QUEUE>
#INCLUDE <MAP>
#INCLUDE <STRING>
#INCLUDE <ALGORITHM>
STRUCT EDGE;
STRUCT VERTEX {
   CHAR NAME;
    STD::VECTOR<EDGE> EDGES ARR;
    VERTEX* PREV;
    BOOL ISVISITED = FALSE;
    FLOAT PRIORITY = FLT MAX ;
} ;
STRUCT EDGE {
    VERTEX* END VERTEX;
    FLOAT WEIGHT;
};
CLASS GRAPH {
PUBLIC:
     GRAPH (CHAR START VERTEX, CHAR END VERTEX, STD::ISTREAM& IN);
     ~GRAPH();
     STD::STRING FIND PATH A STAR();
     STD::STRING FIND PATH GREEDY();
    VOID READ EDGES (STD::ISTREAM& IN);
```

```
STD::STRING PRINT VECTOR TO STRING();
    BOOL CHECK INPUT ERROR() { RETURN INPUT ERROR ; };
    FLOAT HEURISTICS (CONST CHAR& START, CONST CHAR& FINISH);
PRIVATE:
    CHAR START VERTEX SYMBOL , END VERTEX SYMBOL ;
    BOOL INPUT ERROR ;
    STD::VECTOR<VERTEX*> VERTICES ARR ;
    STD::VECTOR<VERTEX*> UTILITY VECTOR ;
    VERTEX* START_VERTEX_;
    VERTEX* END VERTEX ;
    STD::STRING PATH ;
    VERTEX* GET VERTEX FROM VECTOR (CHAR TARGET VERTEX NAME);
} ;
Файл Graph. нрр
#INCLUDE "GRAPH.HPP"
GRAPH::GRAPH(CHAR START_VERTEX, CHAR END_VERTEX, STD::ISTREAM& IN) {
    START_VERTEX_SYMBOL_ = START_VERTEX;
    END_VERTEX_SYMBOL = END VERTEX;
    INPUT ERROR = FALSE;
    READ EDGES (IN);
}
STD::STRING GRAPH::FIND PATH A STAR() {
    if (vertices_arr_.size() < 2 || input_error_) return "Error";</pre>
    AUTO VERTEX PAIR CMP = [](VERTEX* LEFT, VERTEX* RIGHT) -> BOOL {
        if (LEFT->priority == RIGHT->priority && LEFT->name < RIGHT->name)
             RETURN TRUE;
         RETURN LEFT->PRIORITY > RIGHT->PRIORITY;
    };
    START VERTEX = GET VERTEX FROM VECTOR (START VERTEX SYMBOL );
             START VERTEX ->PRIORITY = 0 + HEURISTICS (START VERTEX SYMBOL,
END VERTEX SYMBOL );
    END VERTEX = GET VERTEX FROM VECTOR (END VERTEX SYMBOL );
```

```
STD:: MAKE HEAP (VERTICES ARR .BEGIN (), VERTICES ARR .END (), VERTEX PAIR CMP);
    VERTEX* CUR VERTEX;
    WHILE(!VERTICES ARR .EMPTY()) {
         CUR VERTEX = VERTICES ARR .FRONT();
         if (CUR VERTEX->NAME == END VERTEX SYMBOL ) {
              WHILE (CUR VERTEX->PREV) {
                  PATH += CUR VERTEX->NAME;
                  CUR VERTEX = CUR VERTEX->PREV;
              PATH_ += CUR_VERTEX->NAME;
              BREAK;
         }
         FOR (AUTO& EDGE : CUR VERTEX->EDGES ARR) {
              FLOAT TEMP = CUR VERTEX->PRIORITY - HEURISTICS (CUR VERTEX->NAME,
END_VERTEX_SYMBOL_) + EDGE.WEIGHT;
              IF (EDGE.END VERTEX->PRIORITY > TEMP) {
                      EDGE.END VERTEX->PRIORITY = TEMP + HEURISTICS (EDGE.END VERTEX-
>NAME, END VERTEX SYMBOL );
                  EDGE.END VERTEX->PREV = CUR VERTEX;
         }
         VERTICES ARR .ERASE (VERTICES ARR .BEGIN());
                        STD::MAKE HEAP (VERTICES ARR .BEGIN(), VERTICES ARR .END(),
VERTEX_PAIR_CMP);
    }
    REVERSE (PATH .BEGIN(), PATH .END());
    IF (VERTICES ARR .EMPTY() |  | PATH [0] != START VERTEX SYMBOL )
         RETURN "NO PATH";
    RETURN PATH ;
}
STD::STRING GRAPH::FIND PATH GREEDY() {
    IF(VERTICES ARR .SIZE() < 2 || INPUT ERROR ) RETURN "ERROR";</pre>
    AUTO VERTEX_PAIR_CMP = [] (VERTEX* LEFT, VERTEX* RIGHT) -> BOOL {
         RETURN LEFT->PRIORITY > RIGHT->PRIORITY;
    };
    START VERTEX = GET VERTEX FROM VECTOR (START VERTEX SYMBOL );
    START VERTEX \rightarrow PRIORITY = 0;
    STD:: MAKE HEAP (VERTICES ARR .BEGIN (), VERTICES ARR .END (), VERTEX PAIR CMP);
    VERTEX* CUR VERTEX;
```

```
WHILE (!VERTICES ARR .EMPTY()) {
         CUR VERTEX = VERTICES ARR .FRONT();
         CUR VERTEX->ISVISITED = TRUE;
         if (CUR VERTEX->NAME == END VERTEX SYMBOL ) {
              WHILE (CUR VERTEX->PREV) {
                 PATH += CUR VERTEX->NAME;
                  CUR VERTEX = CUR VERTEX->PREV;
              PATH_ += CUR_VERTEX->NAME;
              BREAK;
         }
         FOR (AUTO& EDGE : CUR VERTEX->EDGES ARR) {
                  IF (EDGE.END VERTEX->PRIORITY > EDGE.WEIGHT && !EDGE.END VERTEX-
>ISVISITED) {
                  EDGE.END VERTEX->PRIORITY = EDGE.WEIGHT;
                  EDGE.END VERTEX->PREV = CUR VERTEX;
              }
         }
         VERTICES ARR .ERASE (VERTICES ARR .BEGIN());
                        STD::MAKE HEAP (VERTICES ARR .BEGIN(), VERTICES ARR .END(),
VERTEX PAIR CMP);
    }
    REVERSE (PATH .BEGIN(), PATH .END());
    if (VERTICES_ARR_.EMPTY() || PATH_[0] != START_VERTEX_SYMBOL_)
         RETURN "NO PATH";
    RETURN PATH ;
}
VOID GRAPH::READ EDGES (STD::ISTREAM& IN) {
    CHAR EDGE START NAME, EDGE END NAME;
    FLOAT EDGE WEIGHT;
    VERTEX* FIRST VERTEX;
    VERTEX* SECOND VERTEX;
    WHILE (IN >> EDGE START NAME >> EDGE END NAME >> EDGE WEIGHT) {
                    IF (EDGE WEIGHT < 0.0 || !ISALPHA (EDGE START NAME) || !
ISALPHA (EDGE END NAME) ) {
              INPUT ERROR = TRUE;
              RETURN;
         FIRST VERTEX = GET VERTEX FROM VECTOR (EDGE START NAME);
         if(!first vertex) {
```

```
FIRST VERTEX = NEW VERTEX({EDGE START NAME});
             VERTICES ARR . PUSH BACK (FIRST VERTEX);
         }
         SECOND VERTEX = GET VERTEX FROM VECTOR (EDGE END NAME);
         IF (!SECOND VERTEX) {
              SECOND VERTEX = NEW VERTEX({EDGE END NAME});
              VERTICES ARR .PUSH BACK (SECOND VERTEX);
         FIRST VERTEX->EDGES ARR.PUSH BACK({SECOND VERTEX, EDGE WEIGHT});
         IF(IN.EOF()) {
            BREAK;
    IF (VERTICES ARR .SIZE() == 0) {
         INPUT ERROR = TRUE;
    }
    UTILITY_VECTOR_ = VERTICES_ARR_;
}
STD::STRING GRAPH::PRINT VECTOR TO STRING() {
    STD::STRING OUT = "";
    FOR (CONST AUTO& CUR_VERTEX : VERTICES_ARR_) {
         OUT += CUR VERTEX->NAME;
         OUT += " = [ ";
         FOR (CONST AUTO& NEIGHBOUR: CUR_VERTEX->EDGES_ARR) {
              OUT += NEIGHBOUR.END VERTEX->NAME;
             OUT += " ";
         OUT += "]; ";
    RETURN OUT;
}
GRAPH::~GRAPH() {
    FOR (AUTO & VERTEX: UTILITY VECTOR ) {
        DELETE VERTEX;
    }
}
VERTEX* GRAPH::GET VERTEX FROM VECTOR (CHAR TARGET VERTEX NAME) {
    FOR (AUTO & CUR VERTEX: VERTICES ARR ) {
         IF (CUR VERTEX->NAME == TARGET VERTEX NAME) {
             RETURN CUR VERTEX;
    }
    RETURN NULLPTR;
```

```
}
FLOAT GRAPH:: HEURISTICS (CONST CHAR& START, CONST CHAR& FINISH) {
    RETURN ABS (START - FINISH);
ФАЙЛ ТЕЅТ.СРР
#DEFINE CATCH CONFIG MAIN
#INCLUDE "../../CATCH.HPP"
#INCLUDE "../SOURCE/GRAPH.HPP"
#INCLUDE <SSTREAM>
TEST CASE ("GRAPH CONSTRUCTOR AND READ INPUT TEST", "[INTERNAL GRAPH TEST]" ) {
    CHAR FROM VERTEX = 'A';
    CHAR TO VERTEX = 'E';
    STD::STRINGSTREAM INPUT TEST;
    INPUT TEST << "A B 3.0\NB C 1.0\NC D 1.0\NA D 5.0\ND E 1.0";
    GRAPH GRAPH(FROM_VERTEX, TO_VERTEX, INPUT TEST);
    STD::STRING RES = GRAPH.PRINT VECTOR TO STRING();
    REQUIRE(RES == "A = [ B D ]; B = [ C ]; C = [ D ]; D = [ E ]; E = [ ];
");
    STD::STRINGSTREAM INPUT TEST2;
    INPUT TEST2 << "A B 3.0\NB C 1.0\NC D -1.0\NA D 5.0\ND E 1.0";
    GRAPH GRAPH2 (FROM VERTEX, TO VERTEX, INPUT TEST2);
    REQUIRE (GRAPH2.CHECK INPUT ERROR() == TRUE);
    STD::STRINGSTREAM INPUT TEST3;
    INPUT TEST3 << "; B 3.0\NB C 1.0\NC D 1.0\NA D 5.0\ND E 1.0";
    GRAPH GRAPH3 (FROM VERTEX, TO VERTEX, INPUT TEST3);
    REQUIRE (GRAPH 3. CHECK INPUT ERROR () == TRUE);
    STD::STRINGSTREAM INPUT TEST4;
    INPUT TEST4 << "";
    GRAPH GRAPH4 (FROM VERTEX, TO VERTEX, INPUT TEST4);
    REQUIRE (GRAPH 4. CHECK INPUT ERROR () == TRUE);
}
```

```
TEST CASE ("FIND PATH GREEDY TEST", "[INTERNAL GRAPH TEST]" ) {
    CHAR FROM VERTEX = 'A';
    CHAR TO VERTEX = 'E';
    STD::STRINGSTREAM INPUT TEST;
    INPUT TEST << "A B 3.0\NB C 1.0\NC D 1.0\NA D 5.0\ND E 1.0";
    GRAPH GRAPH (FROM VERTEX, TO VERTEX, INPUT TEST);
    STD::STRING RES = GRAPH.FIND PATH GREEDY();
    REQUIRE (RES == "ABCDE");
    STD::STRINGSTREAM INPUT TEST2;
    INPUT TEST2 << "A B 3.0\NB C 1.0";</pre>
    GRAPH GRAPH2 (FROM VERTEX, TO VERTEX, INPUT TEST2);
    RES = GRAPH2.FIND PATH GREEDY();
    REQUIRE (RES == "NO PATH");
}
TEST_CASE("HEURISTIC TEST", "[INTERNAL GRAPH TEST]" ) {
    CHAR FROM VERTEX = 'A';
    CHAR TO VERTEX = 'E';
    STD::STRINGSTREAM INPUT TEST;
    INPUT TEST << "A B 3.\overline{0}NB C 1.0NC D 1.0NA D 5.0ND E 1.0";
    GRAPH GRAPH (FROM VERTEX, TO VERTEX, INPUT TEST);
    REQUIRE (GRAPH.HEURISTICS ('A', 'E') == 4);
    REQUIRE (GRAPH. HEURISTICS ('B', 'C') == 1);
}
TEST CASE ("FIND PATH A* TEST", "[INTERNAL GRAPH TEST]" ) {
    CHAR FROM VERTEX = 'A';
    CHAR TO VERTEX = 'E';
    STD::STRINGSTREAM INPUT TEST;
    INPUT TEST << "A B 3.0\NB C 1.0\NC D 1.0\NA D 5.0\ND E 1.0";
    GRAPH GRAPH (FROM VERTEX, TO VERTEX, INPUT TEST);
    STD::STRING RES = GRAPH.FIND PATH A STAR();
    REQUIRE (RES == "ADE");
    STD::STRINGSTREAM INPUT TEST2;
    INPUT TEST2 << "A B 3.0\NB C 1.0\NC D 1.0\NA D 5.0\ND E 1.0\NA E 1.0";
    GRAPH GRAPH2 (FROM VERTEX, TO VERTEX, INPUT TEST2);
```

```
RES = GRAPH2.FIND PATH A STAR();
    REQUIRE (RES == "AE");
    STD::STRINGSTREAM INPUT TEST3;
    INPUT TEST3 << "A B 3.0\NB C 1.0";</pre>
    GRAPH GRAPH3 (FROM VERTEX, TO VERTEX, INPUT TEST3);
    RES = GRAPH3.FIND PATH A STAR();
    REQUIRE (RES == "NO PATH");
}
Файл макебіге
```

```
FLAGS = -std = c + +17 - Wall - Wextra
BUILD = BUILD
SOURCE = SOURCE
TEST = TEST
$(SHELL MKDIR -P $(BUILD))
ALL: LAB2 RUN TESTS
Lab2: $(BUILD)/main.o $(BUILD)/graph.o
      @ECHO "TO START ENTER ./LAB2"
      @g++ $(BUILD)/MAIN.0 $(BUILD)/GRAPH.0 -0 LAB2 $(FLAGS)
RUN TESTS: $(BUILD)/TEST.0 $(BUILD)/GRAPH.0
      @ECHO "TO RUN TESTS ENTER ./RUN TESTS"
      @G++ $(BUILD)/TEST.O $(BUILD)/GRAPH.O -O RUN TESTS
$ (BUILD) / MAIN.O: $ (SOURCE) / MAIN.CPP
      @g++ -c $(SOURCE)/MAIN.CPP -o $(BUILD)/MAIN.O
$(BUILD)/GRAPH.O: $(SOURCE)/GRAPH.CPP
      @g++ -c $(SOURCE)/graph.cpp -o $(BUILD)/graph.o
$(BUILD)/TEST.O: $(TEST)/TEST.CPP
      @G++ -C $(TEST)/TEST.CPP -O $(BUILD)/TEST.O
CLEAN:
      @RM -RF $(BUILD)/
      @RM -RF *.O LAB2
```