Modélisation Mathématique pour la Prévention du Churn chez TELCO Inc

1 Objectif

Indiquer quels sont les clients à contacter et quel devrait être le rabais personnalisé pertinent à proposer afin de maximiser le profit futur de TELCO Inc (compromis entre la prévention de la résiliation et la réduction du profit par client après remise). Il y a un coût fixe de 10€ pour contacter un client.

2 Introduction

L'objectif de cette modélisation est de maximiser le profit futur de TELCO Inc. en déterminant les rabais à offrir à chaque client pour minimiser les risques de résiliation (churn). Cette approche prend en compte les coûts associés à la rétention des clients et l'impact des rabais sur la probabilité de churn.

3 Variables et Paramètres

Nous définissons les variables et paramètres suivants :

- p_i : Probabilité initiale que le client i résilie.
- r_i : Revenu annuel actuel du client i sans remise.
- d_i : Rabais proposé au client i (en pourcentage du revenu).
- c : Coût fixe pour contacter un client (10€).
- α : Coefficient représentant l'efficacité du rabais à réduire la probabilité de churn.
- β : Coefficient de pénalité pour le churn (reflète la perte liée à la résiliation d'un client).

4 Modélisation du Churn avec le Rabais

Nous modélisons l'impact d'un rabais d_i sur la probabilité de churn p_i à l'aide de la fonction exponentielle suivante :

$$p_i(d_i) = p_i \times e^{-\alpha d_i} \tag{1}$$

Pour simplifier la suite de notre modélisation, nous noterons cette fonction comme suit :

$$g_i(x) = p_i \times e^{-\alpha x} \tag{2}$$

où $x = d_i$ représente le rabais proposé au client i, avec x appartenant à l'intervalle $[0, 1]$.

5 Fonction de Profit Ajustée

Le profit attendu après avoir proposé un rabais d_i à un client est modélisé comme suit :

$$\text{Profit}_i(d_i) = (1 - p_i(d_i)) \times (r_i \times (1 - d_i)) - c - \beta \times p_i(d_i) \times r_i \tag{3}$$

En substituant $p_i(d_i)$ par $g_i(x)$, nous obtenons la fonction de profit :

$$f_i(x) = (1 - g_i(x))\, r_i(1 - x) - c - \beta g_i(x) r_i \tag{4}$$

En remplaçant $g_i(x)$ par son expression, nous avons :

$$f_i(x) = p_i e^{-\alpha x}(-r_i + r_i x - \beta) + r_i - r_i x - c \tag{5}$$

Cette fonction se compose de deux parties principales :

- $p_i e^{-\alpha x}(-r_i + r_i x - \beta)$: une fonction exponentielle qui convergera vers 0 si la probabilité de résiliation du client i est faible.
- $r_i - r_i x - c$: une droite de pente négative.

Une première conclusion intuitive est que plus la probabilité de churn du client est faible, plus cette fonction sera maximisée à $x = 0$.

6 Optimisation du Rabais

Pour chaque client, nous devons trouver la valeur x (niveau de rabais) qui maximise la fonction de profit $f_i(x)$. Le rabais optimal est celui qui maximise le profit attendu pour TELCO Inc.

Pour trouver ce maximum, nous étudions la dérivée de la fonction $f_i(x)$ et cherchons les points extrêmes :

$$f_i'(x) = p_i e^{-\alpha x}(2r_i - r_i x + \beta) - r_i \tag{6}$$

Les points extrêmes sont tels que $f_i'(x) = 0$. Cependant, cette équation n'est pas facilement résoluble analytiquement, et nous devons donc utiliser une méthode numérique pour trouver x où $f_i'(x) = 0$.

7 Implémentation Numérique

Pour maximiser le gain attendu en fonction de la réduction (x) à offrir aux clients de TELCO Inc., nous avons mis en œuvre une méthode numérique basée sur la dérivée de la fonction de gain. L'objectif est de trouver la valeur de x qui maximise la fonction de gain $f_i(x)$.

7.1 Méthode de la Bissection

Afin de déterminer le rabais optimal x_0 pour lequel la dérivée de la fonction de gain $f_i'(x)$ est nulle, nous avons utilisé la méthode de la bissection. Cette méthode est appropriée pour résoudre des équations de la forme $f_i'(x) = 0$ sur un intervalle donné $[a, b]$ où la fonction change de signe.

La dérivée de la fonction de gain est donnée par :

$$f_i'(x) =_i e^{-\alpha x} \left(2r_i - r_i x + \beta\right) - r_i$$

où x est le taux de réduction proposé, $_i$ la probabilité initiale de churn, r_i le revenu annuel du client, α l'efficacité du rabais, et β la pénalité pour churn.

Nous appliquons la méthode de la bissection sur l'intervalle $[0, 1]$ pour trouver x_0 tel que $f_i'(x_0) = 0$. La fonction de gain maximale est ensuite calculée en substituant x_0 dans la fonction $f_i(x)$.

7.2 Résultats et Visualisation

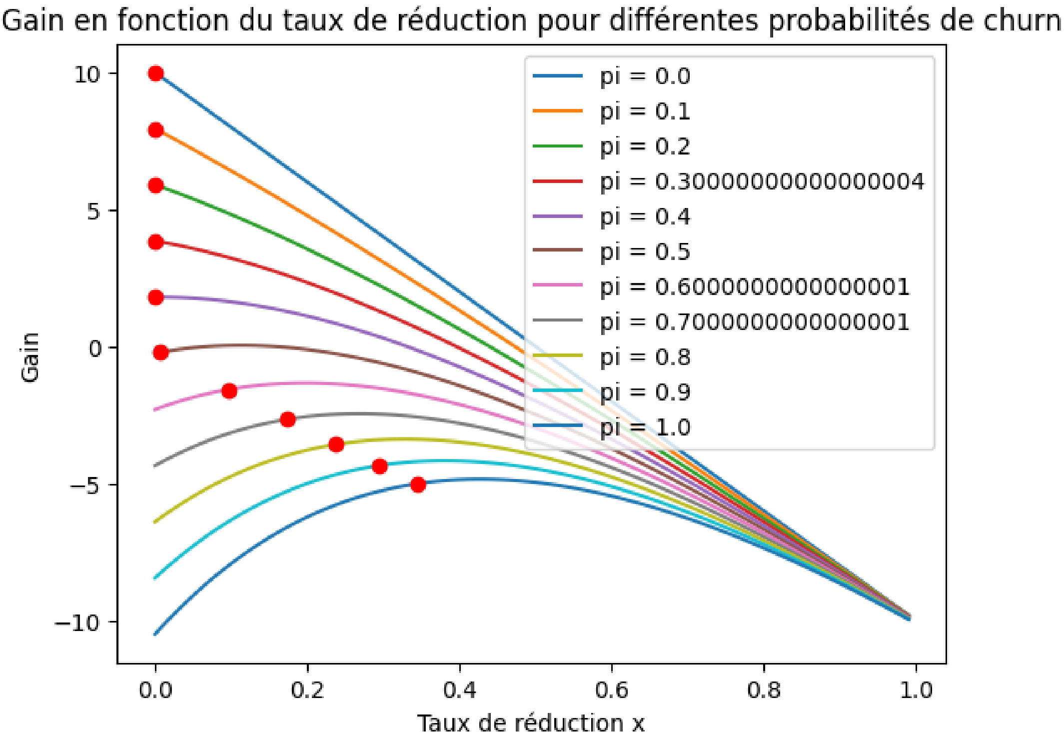
modelisation

August 15, 2024

1 MODELISATION

[8]:
```python
from math import exp
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import bisect
import pandas as pd

def Gain(x, pi, ri=200, beta=0.5, alpha=1.5, cost=10):
    return (pi * exp(-alpha * x) * (-ri + ri * x - beta) + ri - ri * x - cost)

def derivate_Gain(x, pi, ri=200, beta=0.5, alpha=1.5, cost=10):
    return (pi * exp(-alpha * x) * (2 * ri - ri * x + beta) - ri)

probabilities = [i * 0.1 for i in range(11)]
X = [i * 0.01 for i in range(100)]
ri = 20

extremum = []
optimal_x = []

for pi in probabilities:
    # Vérifier les signes de la dérivée aux bornes
    if derivate_Gain(0, pi, ri) * derivate_Gain(1, pi, ri) < 0:
        # Utiliser la méthode de la bissection pour trouver l'extremum
        x0 = bisect(derivate_Gain, 0, 1, args=(pi, ri))
    else:
        x0 = 0

    optimal_x.append(x0)
    extremum.append(Gain(x0, pi, ri))

    # Calculer le gain pour différentes valeurs de réduction x
    Y = [Gain(x, pi, ri) for x in X]
    plt.plot(X, Y, label=f'pi = {pi}')
    plt.plot(x0, Gain(x0, pi, ri), 'ro')  # Marquer l'extremum

plt.xlabel('Taux de réduction x')
```

```
plt.ylabel('Gain')
plt.title('Gain en fonction du taux de réduction pour différentes probabilités␣
  ↪de churn')
plt.legend()
plt.show()

# Créer un DataFrame pour afficher les probabilités, les valeurs de x0 et les␣
  ↪gains maximaux associés
df = pd.DataFrame({
    'Probability (pi)': probabilities,
    'Optimal Reduction (x0)': optimal_x,
    'Maximum Gain': extremum
})

# Afficher le DataFrame
df
```



[8]:

	Probability (pi)	Optimal Reduction (x0)	Maximum Gain
0	0.0	0.000000	10.000000
1	0.1	0.000000	7.950000
2	0.2	0.000000	5.900000
3	0.3	0.000000	3.850000

4	0.4	0.000000	1.800000
5	0.5	0.006228	-0.217549
6	0.6	0.097078	-1.567697
7	0.7	0.173045	-2.661497
8	0.8	0.238192	-3.570690
9	0.9	0.295126	-4.340978
10	1.0	0.345617	-5.003210

Nous avons tracé la fonction de gain pour différents clients ayant des probabilités de churn initiales $_i$ différentes, mais ayant tous le même revenu r_i. Le graphique precedant montre les courbes de gain pour des rabais allant de 0% à 100%, ainsi que les points où le gain est maximisé (indiqués par des points rouges).

Les résultats montrent que pour des clients ayant une probabilité de churn élevée, le rabais optimal (où le gain est maximal) est plus important. À l'inverse, pour des clients ayant une faible probabilité de churn, le rabais optimal est proche de zéro, car l'impact d'un rabais sur la réduction de la probabilité de churn est moins significatif.

8 Critère de Contact

Un client est sélectionné pour être contacté si :

- Le rabais optimal x_0 est supérieur à 0.
- Le profit attendu après optimisation $f_i(x_0)$ est supérieur à 0.

9 Conclusion

Cette modélisation permet d'identifier les clients à contacter avec un rabais optimal pour maximiser le profit futur de TELCO Inc. en équilibrant les coûts de contact et les bénéfices liés à la rétention des clients.