

ZAWARTOŚĆ IZOTOPU ^{40}K W POTASIE NATURALNYM

T. Fąs

31 grudnia 2017

STRESZCZENIE

W doświadczeniu wyznaczono zawartość procentową p radioizotopu ^{40}K w solach potasu K_2CO_3 . Otrzymano wartość $s = (0,0203 \pm 0,0012)\%$. Wartość ta jest prawie dwukrotnie wyższa od oczekiwanej, prawdopodobnie na skutek błędnie działającej aparatury. Oprócz tego określono energetyczną zdolność rozdzielczą spektrometru, która wynosi około 9%.

WSTĘP

W środowisku naturalnym występują trzy izotopy potasu: ^{39}K , ^{40}K i ^{41}K , z czego tylko ^{40}K jest radioaktywny. W 89% przypadków ulega on rozpadowi β^- . W pozostałych 11% przypadków dochodzi do emisji kwantu γ . W doświadczeniu mierzono liczbę rozpadów γ w czasie 30 minut i na tej podstawie wyznaczono stosunek masy ^{40}K do całości naturalnie występującego potasu.

Jeśli w czasie t odnotowano N rozpadów, to z prawa zaniku promieniotwórczego można wyznaczyć początkową liczbę N_0 jąder ^{40}K . Relacją między N i N_0 dana jest następującym wzorem:

$$N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}), \quad (1)$$

gdzie λ jest stałą rozpadu. Znając czas połowicznego zaniku $T_{1/2} = 1,26 \cdot 10^9$ lat można go powiązać z wartością λ następującą relacją:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (2)$$

Znając masy molowe ^{39}K i ^{40}K oznaczone kolejno m_{39} i m_{40} , całkowitą masę M próbki soli K_2CO_3 oraz jej masę molową m_s można wyznaczyć:

masę potasu ^{40}K ze wzoru:

$$M_{40} = \frac{N_0}{N_A} m_{40}, \quad (3)$$

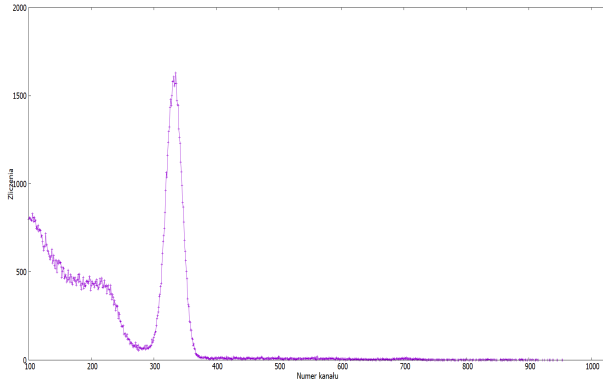
gdzie N_A jest liczą Avogadra; masę ^{39}K ze wzoru:

$$M_{39} = \left(\frac{2M}{m_s} - \frac{N_0}{N_A} \right) m_{39} \quad (4)$$

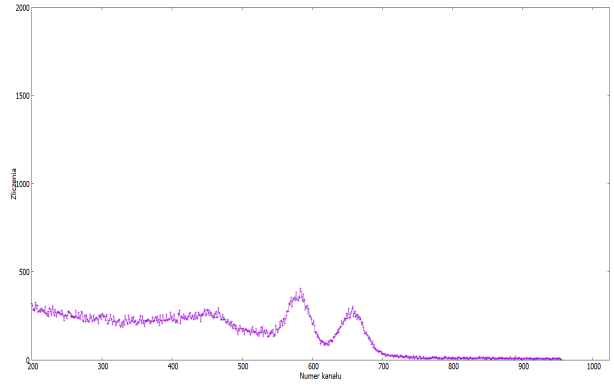
oraz szukany stosunek $s = M_{40}/(M_{39} + M_{40})$.

UKŁAD DOŚWIADCZALNY

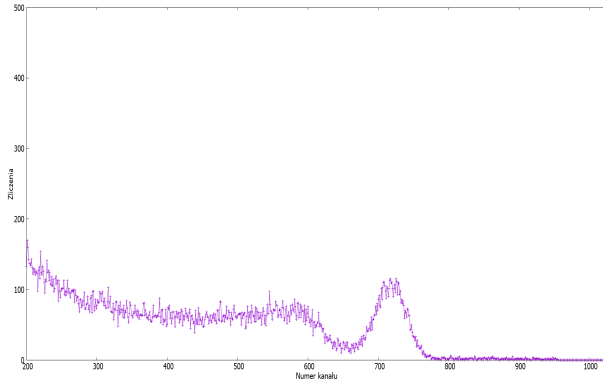
Układ doświadczalny składał się ze spektrometru podłączonego do komputera, próbki cezu ^{137}Cs , kobaltu ^{60}Co oraz próbki soli K_2CO_3 o masie $M = 1011,91\text{g}$. Wykonano 15-minutowy pomiar widma cezu oraz pomiar widma kobaltu, węglanu potasu i tła, z czego każdy z tych pomiarów trwał po 30 minut. Wyniki zostały zapisane w pamięci komputera.



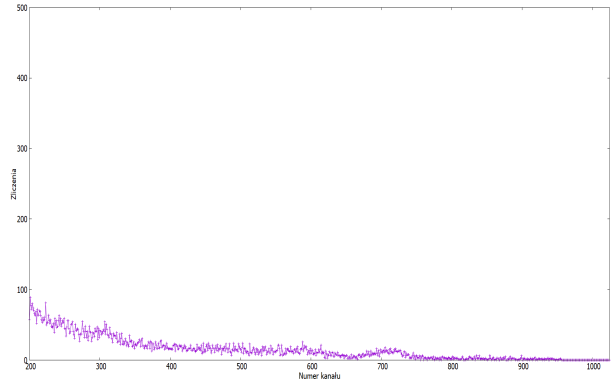
Rysunek 1: Widmo cezu.



Rysunek 2: Widmo kobaltu.



Rysunek 3: Widmo potasu.



Rysunek 4: Widmo tła.

WYNIKI POMIARÓW

Wyniki pomiarów w postaci wykresów widm przedstawione są na Rysunkach 1-4.

ANALIZA DANYCH

Liczba odnotowanych zliczeń podlega rozkładowi Poissona, tak więc niepewność dla n zliczeń wynosi \sqrt{n} . W ten sposób obliczono niepewności związane z każdym z widm. Następnie od każdego z widm odjęto widmo tła. Niepewność tej różnicy obliczono, korzystając z metody propagacji małych błędów. Ogólny wzór przenoszenia niepewności w tej metodzie jest następujący:

$$u_f^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u_i \right)^2 + \sum_{i=1, i \neq j}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} c_{ij} \right), \quad (5)$$

gdzie wielkość f zależy od wielkości x_i o niepewnościach u_i i o ocenach kowariancji c_{ij} [1].

Następnie do każdego z pików przy pomocy programu *gnuplot* dopasowano zależność postaci:

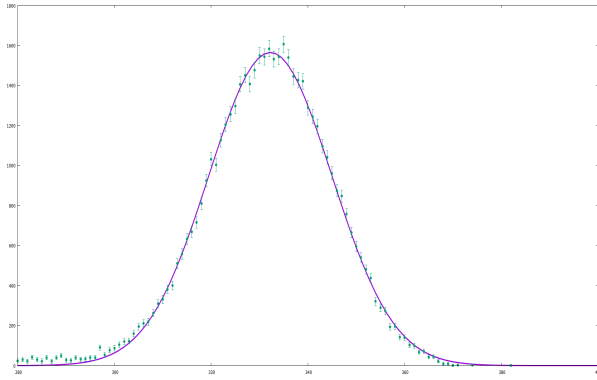
$$n(x) = \frac{N}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right), \quad (6)$$

gdzie x jest numerem kanału. Krzywe najlepszego dopasowania przedstawiono na Rysunkach 5-7. Parametry dopasowania przedstawiono w Tabeli 1.

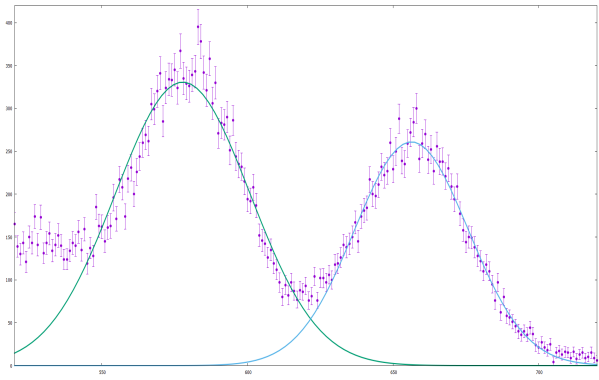
Wartości μ wskazują na numer kanału, dla którego funkcja osiąga maksimum. Wartość tę można bezpośrednio powiązać z energią E emitowanego kwantu γ , znając wartości energii dla cezu i kobaltu oraz wiedząc, że zależność między numerem kanału, a energią jest zależnością liniową.

W Tabeli 2 przedstawiono wartości μ , jej niepewności oraz wartości energii opowiadające danemu rozpadowi γ . Do tych danych dopasowano krzywą postaci $\mu = aE + b$. W tej samej tabeli przedstawiono parametry najlepszego dopasowania tej krzywej. Samą krzywą wraz z punktami przedstawiono na Rysunku 8.

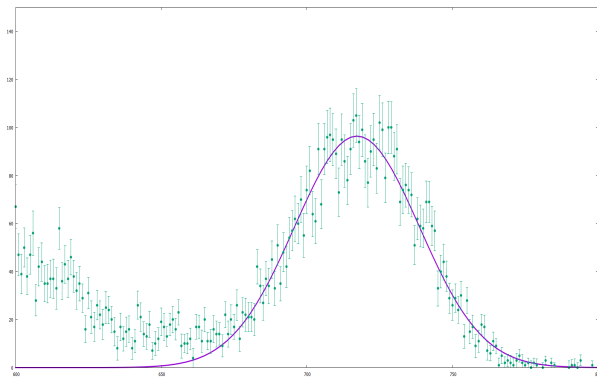
Niestety wartość χ^2 dla tej krzywej wynosi 12,73, która to jest znacznie większa od wartości krytycznej wynoszącej 3,84. Tak więc zależność między energią a numerem kanału nie jest zależnością liniową. Mimo to postanowiono kontynuować analizę posługując się tą zależnością oraz wyznaczonymi parametrami.



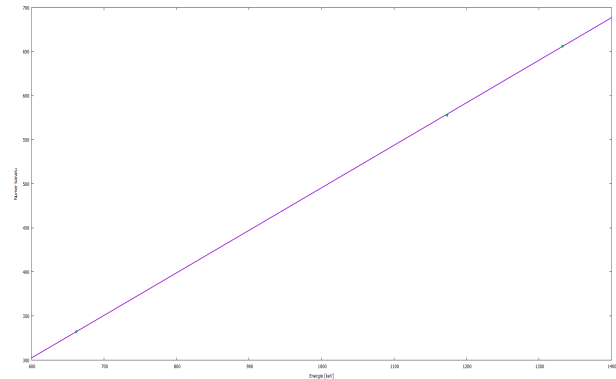
Rysunek 5: Krzywa dopasowania: pik cezu.



Rysunek 6: Krzywa dopasowania: piki kobaltu.



Rysunek 7: Krzywa dopasowania: pik potasu.



Rysunek 8: Krzywa zależności energii od kanału.

Tabela 1: Parametry dopasowania.

Cez				Potas			
Parametr	σ	μ	N	Parametr	σ	μ	N
Wartość	12,733	332,242	49955	Wartość	21,50	717,25	5196,88
Niepewność	0,067	0,075	271	Niepewność	0,35	0,40	87,72
Pierwszy pik kobaltu				Drugi pik kobaltu			
Wartość	23,12	577,75	19158	Wartość	19,54	656,29	12780
Niepewność	0,45	0,40	295	Niepewność	0,25	0,25	135

Tabela 2: Dane: zależność energii od kanału; parametry dopasowania prostej.

Próbka	Cez	Kobalt 1	Kobalt 2
μ	332,242	577,75	656,29
Niepewność	0,075	0,40	0,25
Energia E [keV]	661,7	1173,2	1332,5
Parametry dopasowania	Wartość [keV]	Niepewność [keV]	Kowariancja
a	0,4825	0,0013	-0,965
b	12,94	0,96	

Aby wyznaczyć energię E przy znanym numerze kanału należy odwrócić zależność $\mu = aE + b$. Tak więc $E = \mu/a - b/a$. Przy obliczaniu niepewności energii należy dodatkowo uwzględnić ocenę kowariancji między parametrami a i b .

Wykorzystano odwróconą zależność do obliczenia wartości energii dla rozpadu γ potasu. Niepewność obliczono przy pomocy Równania (5). Otrzymano wartość $E = 1460 \pm 110$ keV, która jest zgodna z wartością rzeczywistą wynoszącą 1460,8 keV.

Dodatkowo, na podstawie parametrów piku cezu wyznaczono energetyczną zdolność rozdzielczą spektrometru. Obliczono ją ze stosunku szerokości piku w połowie jego wysokości do położenia maksimum piku. Otrzymano wartość 9,024%, którą to zaokrąglono do 9%.

Wiedząc, że wydajność rejestracji kwantów gamma wynosi $\eta = (0,086 \pm 0,005)\%$ jak i znając liczbę N

przypadków pełnej absorpcji oraz to, że rozpad γ następuje tylko w 11% przypadków obliczono początkową liczbę N_0 atomów potasu ^{40}K . Skorzystano z danych z Tabeli 1 oraz z Równania (1), Równania (2) jak i z Równania (5), by obliczyć niepewność. Otrzymano wartość $N_0 = (17,48 \pm 1,06) \cdot 10^{20}$. Znając tę wartość, można podstawić ją do Równania (3) oraz Równania (4) przyjmując wartości $m_{39} = 39,1$ g/mol, $m_{40} = 40,0$ g/mol, $m_s = 138,2$ g/mol, $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ 1/mol oraz $M = 1011,91$ g. Zakładając, że wszystkie te wartości są znane dokładnie, otrzymano: $M_{40} = 0,1161 \pm 0,0070$ g, $M_{39} = 572,4723 \pm 0,0069$ g. Tak więc stosunek $s = M_{40}/(M_{39} + M_{40})$ wynosi $s = (0,0203 \pm 0,0012)\%$. Wartość ta nie jest zgodna z wartością rzeczywistą, która wynosi 0,0117%.

Aby dopełnić analizę potasu ^{40}K postanowiono obliczyć aktywność badanej próbki. Otrzymano wartość $A = 30500 \pm 1847$ Bq.

DYSKUSJA WYNIKÓW I WNIOSKI

Otrzymana wartość s choć niezgodna z wartością rzeczywistą, daje poprawne oszacowanie rzędu wielkości szukanego stosunku. Samą niezgodność wyników można usprawiedliwić tym, iż wykorzystywany spektrometr był uszkodzony i nie mierzył poprawnie liczby rozpadów. Jednakże otrzymane informacje mówiły o tym, iż otrzymane wartości powinny być dwukrotnie niższe od rzeczywistych, tymczasem jak się okazuje, błąd następuje w drugą stronę: otrzymane wartości są dwukrotnie wyższe. Aby rozstrzygnąć tę kwestię, należałoby sprawdzić spektrometr przy pomocy znanego źródła i skorygować ten błąd.

Literatura

- [1] J. R. Taylor, *Wstęp do analizy błędów pomiarowych*, PWN, Warszawa, 1995, s. 175.