

BADANIE WŁASNOŚCI FILTRÓW RC

T. Fąs

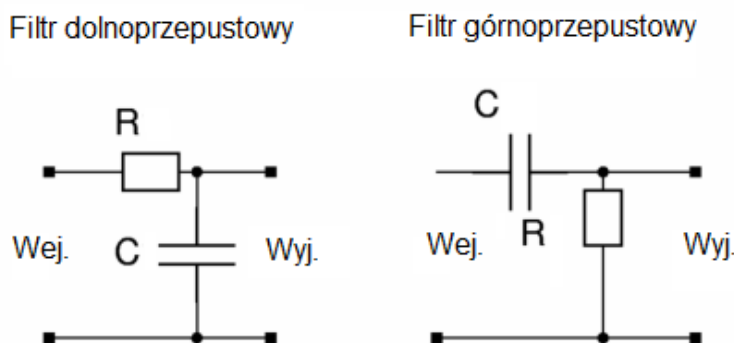
18 marca 2018

STRESZCZENIE

Celem doświadczenia było skonstruowanie filtra RC oraz zbadanie charakterystyki amplitudowej i fazowej jak i reakcji na różne, generowane sygnały. Zachowanie filtra było zgodne z oczekiwaniami i z przewidywaniami teoretycznymi.

WSTĘP

Filtry RC, składające się z opornika o oporze R i kondensatora o oporze C dzielą się na dwa rodzaje: filtry górno- i dolnoprzepustowe. Schematy obu tych filtrów przedstawiono na Rysunku 1.



Rysunek 1: Rodzaje filtrów RC.

W filtrach RC wyróżnia się częstotliwość graniczną $\omega_{gr} = 1/RC$, która stanowi umowną granicę między pasmem dobrego przenoszenia sygnału, a jego silnego tłumienia. W przypadku filtra dolnoprzepustowego sygnały o częstotliwości znajdującej się poniżej częstotliwości granicznej zostaną przepuszczone bez większych zmian, z kolei dla wyższych częstotliwości sygnały zostaną wytłumione. Analogiczna sytuacja ma miejsce w przypadku filtra górno-
przepustowego; sygnały poniżej częstotliwości granicznej są tłumione, a te powyżej są przepuszczone. Stosunek T amplitudy napięcia wyjściowego U_{wyj} do amplitudy napięcia wejściowego U_{wej} dla filtra dolnoprzepustowego dane jest wzorem:

$$T = \frac{U_{wyj}}{U_{wej}} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} \quad (1)$$

Dodatkowo filtr dolnoprzepustowy jest, dla częstotliwości powyżej częstotliwości granicznej, również obwodem całkującym; napięcie na wyjściu jest proporcjonalne do całki napięcia na wejściu filtra. Z kolei filtr górno-
przepustowy różniczkuje napięcie wejściowe dla częstotliwości poniżej częstotliwości granicznej.

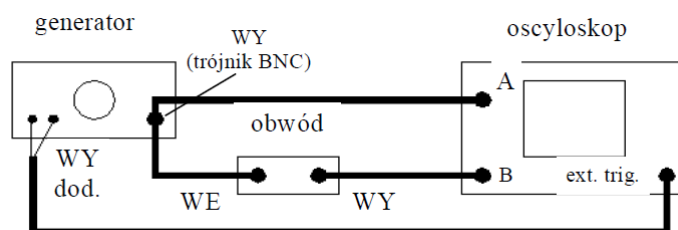
W doświadczeniu badano wartość T dla filtra dolnoprzepustowego w zależności od częstotliwości sygnału wejściowego. Równolegle do pomiarów napięcia dokonywano też pomiarów przesunięcia fazowego ϕ sygnału wejściowego i wyjściowego. Zgodnie z przewidywaniami teoretycznymi, przesunięcia te powinny podlegać zależności:

$$\phi = \arctg \left(\frac{1}{RC\omega} \right) \quad (2)$$

Zbadano również zakres częstotliwości dla których obserwowano poprawne całkowanie sygnału. W tym celu sprawdzano wizualnie, obserwując wykresy sygnałów na oscyloskopie, czy sygnał wyjściowy jest poprawną całką sygnału wejściowego.

UKŁAD DOŚWIADCZALNY

Układ doświadczalny składał się z filtra dolnoprzepustowego, złożonego według schematu z Rysunku 1, oscyloskopu oraz generatora sygnałów. Generator został podłączony do filtra RC, a dalej do oscyloskopu. Dodatkowo bezpośrednio podłączono generator i oscyloskop, aby móc jednocześnie obserwować sygnał wejściowy i wyjściowy. Schemat układu przedstawiono na Rysunku 2.



Rysunek 2: Schemat układu [1].

Po zakończeniu pomiarów zamieniono miejscami kondensator i opornik aby otrzymać filtr górnoprzepustowy. W trakcie dodatkowych pomiarów zbadano zakres poprawnego różniczkowania sygnału przez nowy obwód, jak i zmierzono jego częstotliwość graniczną.

Wszystkie badane wartości były mierzone przy pomocy oscyloskopu, za wyjątkiem częstotliwości prądu, która była odczytywana z generatora.

WYNIKI POMIARÓW

Wartości amplitudy napięcia wejściowego, wyjściowego, fazy i częstotliwości są przedstawione w Tabeli 1.

Tabela 1: Wyniki pomiarów.

| U_{wej} [V] | U_{wyj} [mV] | $\omega/2\pi$ [s ⁻¹] | ϕ [deg] | U_{wej} [V] | U_{wyj} [mV] | $\omega/2\pi$ [s ⁻¹] | ϕ [deg] |
|---------------|----------------|----------------------------------|--------------|---------------|----------------|----------------------------------|--------------|
| 5,04 | 4,28 V | 1000 | 32,4 | 4,8 | 0,0784 | 106000 | 87,71 |
| 4,8 | 0,756 | 10000 | 79,92 | 4,8 | 0,0748 | 112000 | 87,98 |
| 4,8 | 0,482 | 16000 | 82,5 | 4,8 | 0,0715 | 118000 | 89,57 |
| 4,8 | 0,358 | 22000 | 84,47 | 4,8 | 0,067 | 124000 | 89,11 |
| 4,8 | 0,284 | 28000 | 86,22 | 4,8 | 0,0674 | 130000 | 89,36 |
| 4,8 | 0,236 | 34000 | 86,79 | 4,8 | 0,0625 | 136000 | 88,04 |
| 4,8 | 0,203 | 40000 | 85,68 | 4,8 | 0,0601 | 142000 | 89,49 |
| 4,8 | 0,177 | 46000 | 85,44 | 4,8 | 0,0579 | 148000 | 89,47 |
| 4,8 | 0,158 | 52000 | 87,19 | 4,8 | 0,0556 | 154000 | 89,44 |
| 4,8 | 0,144 | 58000 | 86,86 | 4,8 | 0,054 | 160000 | 89,85 |
| 4,8 | 0,131 | 64000 | 87,12 | 4,8 | 0,0524 | 166000 | 87,31 |
| 4,8 | 0,12 | 70000 | 87,23 | 4,8 | 0,0504 | 172000 | 89,38 |
| 4,8 | 0,112 | 76000 | 88,09 | 4,8 | 0,0492 | 178000 | 87,12 |
| 4,8 | 0,104 | 82000 | 87,04 | 4,8 | 0,0472 | 184000 | 89,67 |
| 4,8 | 0,094 | 88000 | 89,84 | 4,8 | 0,046 | 190000 | 88,12 |
| 4,8 | 0,0876 | 94000 | 87,97 | 4,8 | 0,0448 | 196000 | 90,35 |
| 4,8 | 0,0826 | 100000 | 88,74 | 4,8 | 0,044 | 200000 | 90,36 |

Filtr dolnoprzepustowy dokonywał prawidłowego całkowania na przedziale od 6 kHz do 500 kHz.

Dla przebudowanego filtra otrzymano przedział różniczkowania od 15 Hz do 400 Hz i odpowiadające im napięcia wyjściowe kolejno 40,0 mV oraz 830 mV dla napięć wejściowych kolejno 5,00 V i 5,08 V. Otrzymano również wartość $\omega_{gr}/2\pi = 2,1$ kHz i wraz z $U_{wyj} = 3,49$ V i $U_{wej} = 4,92$ V. Podsumowanie tych danych przedstawiono w Tabeli 2.

Dokonano również bezpośredniego pomiaru wartości oporu R i pojemności C . Otrzymano wyniki $R = 1004,35$ Ω , $C = 98,6$ nF. Stąd też wynika, iż wartość iloczynu RC wynosi $9,9 \cdot 10^{-5}$ s.

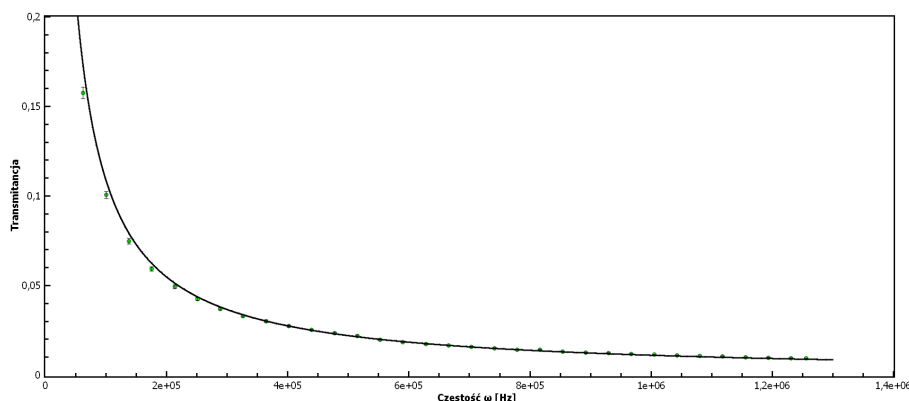
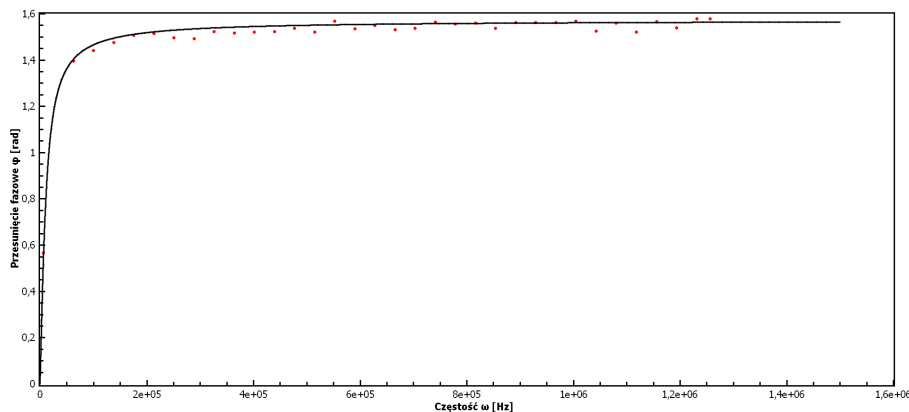
Tabela 2: Pomiary: przebudowany filtr.

| U_{wej} [V] | U_{wyj} [mV] | $\omega/2\pi$ [s ⁻¹] |
|---------------|----------------|----------------------------------|
| 5,00 | 40,0 | 15 |
| 5,08 | 830 | 400 |
| 4,92 | 3,49 V | 2100 |

ANALIZA DANYCH

Dla danych z Tabeli 1 obliczono wartości T oraz wykonano wykresy zależności $T(\omega)$ i $\phi(\omega)$. Do tych danych dopasowano zależności kolejno Równania 1 i Równania 2. Kierując się instrukcją oscyloskopu za niepewność napięcia przyjęto 2% z kolei dla pomiarów fazy przyjęto 3° ze względu na wahania tej wartości w trakcie pomiaru.

Dane wraz z krzywymi najlepszego dopasowania przedstawiono na Rysunku 3 i Rysunku 4.

Rysunek 3: Dopasowanie: transmitancja T .Rysunek 4: Dopasowanie: faza ϕ .

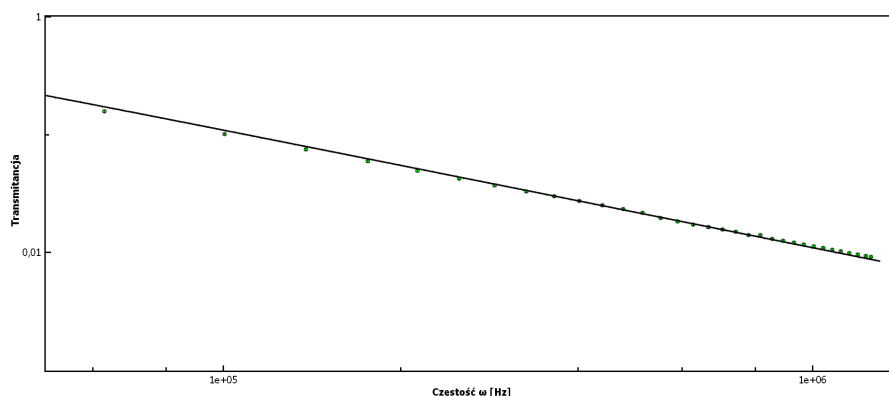
Dla Rysunku 3 otrzymano wartość parametru $RC = (9,127 \pm 0,058) \cdot 10^{-5}$ s i wartość $\chi^2 = 53,80$, a dla Rysunku 4 $RC = (9,40 \pm 0,39) \cdot 10^{-5}$ s, $\chi^2 = 5,29$. W obu przypadkach wartość krytyczna $\chi^2_{kryt} = 47,40$. Jak widać krzywa dopasowania dla zależności $T(\omega)$ nie przechodzi testu χ^2 pomimo doskonałego dopasowania wizualnego, z kolei dopasowanie dla $\phi(\omega)$ przechodzi test bez problemu.

Dla dalszej analizy oba wykresy przedstawiono w skali logarytmicznej, kolejno na Rysunku 5 i Rysunku 6.

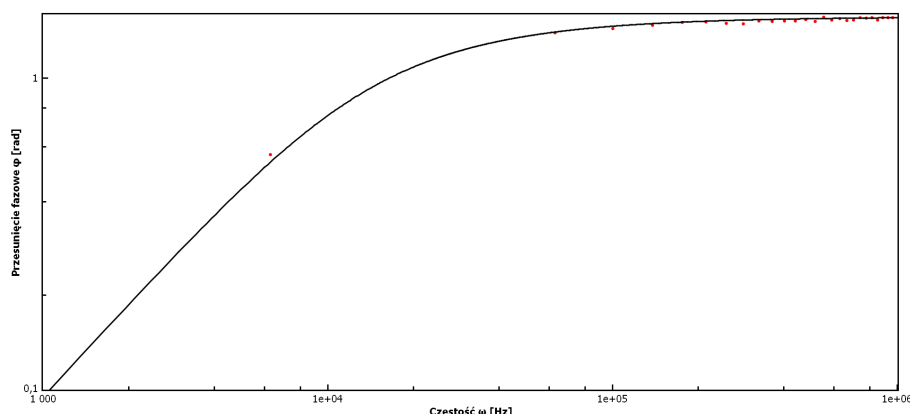
Ujawniają się tu niedoskonałość dopasowania krzywej $T(\omega)$. Jednakże wizualne dopasowanie oraz wartość χ^2 , która jest bliska wartości krytycznej pozwala założyć, iż wykres ten jest zgodny z przewidywaniami teoretycznymi.

Otrzymane wartości parametru RC są ze sobą zgodne na mocy testu 3σ , a średnia ważona obu wielkości wynosi $(9,1326 \pm 0,057) \cdot 10^{-5}$ s. Wartość ta nie jest jednak zgodna z wartością parametru RC obliczoną z bezpośrednich pomiarów oporu i pojemności. Wziąwszy jednak pod uwagę fakt, iż różnica między tymi wielkościami wynosi zaledwie $7,7 \cdot 10^{-6}$ s, to można uznać obie wartości za akceptowalnie zgodne ze sobą.

Wartość $\omega_{gr}/2\pi$ dla wyznaczonej średniej ważonej wynosi 1741 Hz, a dla bezpośredniego pomiaru wynosi 1607 Hz.



Rysunek 5: Logarytm: transmitancja T .



Rysunek 6: Logarytm: faza ϕ .

W przypadku przebudowanego filtra oszacowano wartość częstości granicznej na 2100 Hz, dla której $T = 0,709$. Jak widać wartość ta jest wyższa od wartości granicznych dla filtra całkującego, choć powinna być identyczna. Być może przebudowanie filtra w jakiś sposób zmieniło jego parametry (większa ilość cyny mogła zwiększyć opór i pojemność), choć nie wydają się to być głównym powodem rozbieżności wyników.

Aby zbadać granice poprawnego całkowania sygnału generowano na wejściu sygnał prostokątny i obserwowano, w jakim przedziale ten sygnał najlepiej przekształca się w sygnał trójkątny. Otrzymano przedział od 6 kHz do 500 kHz. Poniżej tego przedziału wpuszczany sygnał za bardzo przypominał eksponens, a powyżej szumy oraz efekt Gibbsa za bardzo zniekształcały obraz.

Badając filtr różniczkujący generowano sygnał trójkątny i otrzymywano sygnał prostokątny w przedziale od 15 Hz do 400 Hz. W tym przypadku szumy i efekt Gibbsa bardzo szybko zniekształcały obraz.

W obu przypadkach otrzymano przedziały zgodne z oczekiwaniami: dla układu całkującego częstości są znacznie większe od częstości granicznej, a dla układu różniczkującego znacznie od niej niższe. Tak więc można uznać działanie obu tych układów za zgodne z teorią.

DYSKUSJA WYNIKÓW I WNIOSKI

Pomimo drobnej rozbieżności wyników układ RC zachowywał się zgodnie z przewidywaniami teoretycznymi: wytłumiał sygnały po przekroczeniu częstości granicznej, całkował i różniczkował w przedziałach, w których następowało silne tłumienie, a obliczone wartości częstości granicznych były ze sobą zgodne. Tak więc można uznać uzyskane wyniki za satysfakcjonujące, a układ za zgodny z teorią.

Literatura

- [1] Praca zbiorowa, *Instrukcja do ćwiczenia "Obwody prądu zmiennego: Badanie własności filtrów RC"*, F UW, Warszawa, 2016, s. 2.