Clase 4

Variable Aleatoria Continua

A diferencia de una variable discreta que puede asumir una cantidad finita de valores en un intervalo determinado, la variable aleatoria continua puede asumir infinitos valores dentro de un intervalo.
Existen diversas distribuciones de probabilidad continuas que son aplicables como modelos a una amplia gama de variables aleatorias de este tipo. Entre estos modelos uno de los más importantes es el que veremos a continuación

Distribución Normal

La distribución normal es una de las más importantes en estadística por sus numerosas aplicaciones teóricas, también es llamada de Gauss o de Laplace-Gauss, en virtud de quienes la formulan en forma independiente cada uno de ellos.
De la observación de los distintos fenómenos estadísticos se concluye que muchas variables aleatorias continuas tienen un comportamiento como el descripto por esta distribución.

Ejemplos de aplicaciones

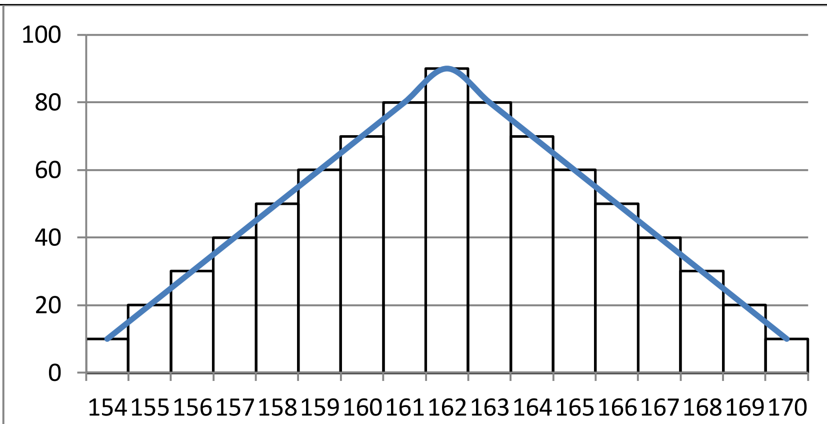
- Características morfológicas de personas, animales o plantas, como ser altura, peso, diámetros, perímetros, etc
- Características Fisiológicas, como efectos de determinadas dosis de un fármaco, o resultado de aplicar determinada cantidad de fertilizante sobre las plantas o suelos.
- Características sociológicas: consumo de determinados productos por algunos grupos de personas, puntuaciones de examen.
- Características Psicológicas: coeficiente intelectual, grado de adaptación a un medio.
- Comportamiento de valores estadísticos muestrales, como la media.

Función de Densidad de la Normal

$$P(X) = (1 / \delta * \sqrt{(2\prod)}) * e^{-((X - \mu)2)/2\delta}$$

Ejemplo de trabajo

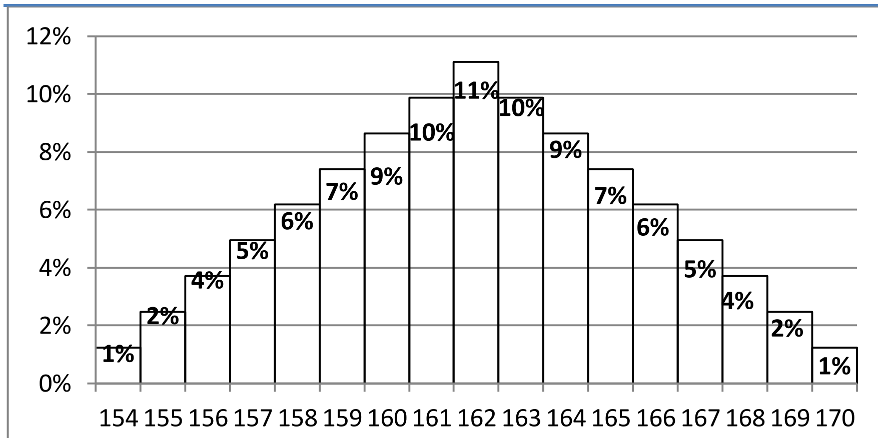
Altura	FA	FR	FR (%)
154	10	0,01	1%
155	20	0,02	2%
156	30	0,04	4%
157	40	0,05	5%
158	50	0,06	6%
159	60	0,07	7%
160	70	0,09	9%
161	80	0,10	10%
162	90	0,11	11%
163	80	0,10	10%
164	70	0,09	9%
165	60	0,07	7%
166	50	0,06	6%
167	40	0,05	5%
168	30	0,04	4%
169	20	0,02	2%
170	10	0,01	1%
	810	1,00	100%



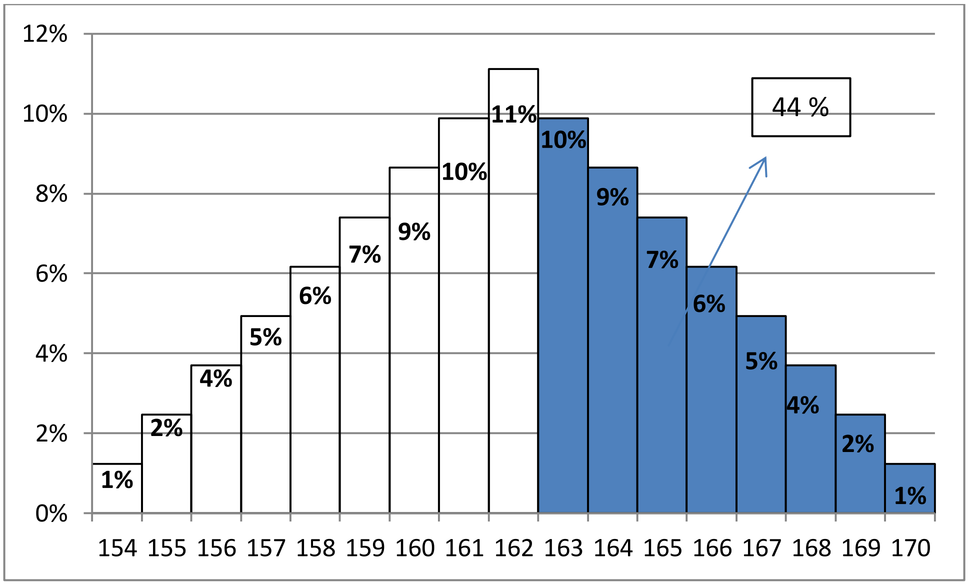
Características de Distribución Normal

- Es simétrica, lo cual implica que la M (X) = Mdna (X) = Mo
- Tiene forma de campana
- Depende de dos parámetros: la media (ư) y la desviación estándar (δ), estos definirán la forma de la distribución
- Es asintótica horizontalmente
- La suma del área bajo la curva es igual a 1

Algunos análisis posibles



Probabilidades asociadas a cada intervalo de altura de esa población



Probabilidad de que mida 163 cm o más, es 44 %

Relación entre la media y la desviación estándar en la distribución normal

<table>
<tr><td>Ư + δ</td><td rowspan="2">68 % de los datos</td></tr>
<tr><td>Ư - δ</td></tr>
<tr><td>Ư + 2δ</td><td rowspan="2">95 % de los datos</td></tr>
<tr><td>Ư - 2δ</td></tr>
<tr><td>Ư + 3δ</td><td rowspan="2">99 % de los datos</td></tr>
<tr><td>Ư - 3δ</td></tr>
</table>

Distribución Normal estandarizada

Es el procedimiento aplicable a cualquier variable con distribución normal que genera otra variable que vamos a llamar Z y que tiene la particularidad de que su media es igual a 0 y su desviación estándar es 1, simbólicamente

Z (ư=0; δ=1) = (X - ư) / δ

Clase 5: Ejercicios prácticos

Distribución Poisson

1. En promedio 6 personas utilizan un cajero automático en una sucursal del banco. Cuál es la probabilidad de:
   a. Exactamente 6 personas utilicen el cajero durante una 1 hora seleccionada al azar?
   b. Menos de 5 personas lo utilicen durante el mismo periodo?
   c. Nadie utilice la caja durante un intervalo de 10 minutos
   d. Nadie utilice la caja durante un intervalo de 5 minutos?

2. Un libro de texto tiene en total 50 errores de dactilografia en el total de 500 páginas del mismo. Cuál es la probabilidad de que:
   a. Un capitulo de 30 páginas tenga 2 o más errores
   b. Un capítulo de 50 páginas tenga 2 o más errores
   c. Una página elegida al azar no tenga error

3. Una empresa electrónica observa que el número de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas de funcionamiento es una variable aleatoria de Poisson. Si el número promedio de estos fallos es ocho. Cuál es la probabilidad de que:
   a. Falle un componente en 25 horas?
   b. Fallen no más de dos componentes en 50 horas?
   c. Fallen por lo menos diez en 125 horas?

Distribución Normal

Ejercicios

1. Se sabe que el tiempo útil de un componente eléctrico tiene una distribución normal con media $\mu = 2000$ y desviación estándar $\sigma = 200$ horas.
   a. Determine la probabilidad de que un componente elegido al azar dure entre 2000 y 2400 horas
   b. Realice el mismo cálculo mediante la distribución normal estandarizada

2. En el caso del ejercicio anterior. Cuál es la probabilidad de que la longitud del tornillo exceda de 13.25 cm?. Grafique
3. Cuál es la probabilidad de que la longitud del tornillo este entre 12.9 y 13.1 cm?. Y la probabilidad de que no esté entre el intervalo mencionado?. Grafique

4. El promedio de vida útil de ciertos tipos de llantas tiene una distribución normal, con media $\mu = 38000$ km y $\sigma = 3000$ km. Se pide
    a. Cuál es la probabilidad de que una llanta elegida al azar tenga una vida útil de cuando menos 35000 km?. Grafique
    b. Cuál es la probabilidad de que dure más de 45000 km?. Grafique

5. Un distribuidor hace un pedido de 500 llantas de las descriptas en el ejercicio anterior
    a. Aproximadamente cuantas llantas durarán entre 40000 y 45000 km?
    b. 45000 km o más?