ベイズ統計学入門

FooQoo

2019/1/14

1　確率の復習

1.1　確率の定義

事象 A の起こる確率 p を次のように一般化する。ただし起こりうる全ての事象は等確率で発生する。

$$p = \frac{\text{事象}A\text{の起こる場合の数}}{\text{起こりうる全ての場合の数}} \tag{1}$$

起こりうる全ての事象の集合 U を標本空間と呼ぶ。U の個数に対する、事象 A が発生する要素の個数で割った値を「数学的確率」とする。一方で、何回も試行を繰り返した時、得られる事象 A の割合を「統計的確率」と呼ぶ。

1.2　同時確率

事象 A と B を考える。A と B が同時に起こる事象を $A \cap B$ と表す。この確率を、$P(A \cap B)$ と表し、同時確率と呼ぶ。

1.3　条件付き確率

ある事象 A が起こった条件のもとで事象 B の起こる確率を、条件付き確率と呼ぶ。条件付き確率は、$P(B|A)$ で表し、以下の式で計算される。

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \tag{2}$$

確率の定義のみ用いた証明は以下。

$$P(B|A) = \frac{n_{A\cap B}}{n_A}, P(A \cap B) = \frac{n_{A\cap B}}{n_U}, P(A) = \frac{n_A}{n_U} \text{より}$$

$$P(B|A) = \frac{n_{A\cap B}}{n_A} \tag{3}$$

$$= \frac{n_U}{n_A}\frac{n_{A\cap B}}{n_U} \tag{4}$$

$$= \frac{1}{\frac{n_A}{n_U}}\frac{n_{A\cap B}}{n_U} \tag{5}$$

$$= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \tag{6}$$

1.4　確率の乗法定理

同時確率と条件付き確率を整理すると以下の式が導出される。

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) \tag{7}$$