

**Белорусский государственный университет**

**Физический факультет**

**РЕФЕРАТ**

**COMSOL. Обзор основных возможностей,  
особенности работы. Пример работы**

**Выполнили:**

студент 3 к. 5 г. Бороховский Г.В.

студент 3 к. 4 г. Гулевич А.Е.

GPT 4, 4o, 4.5, 3-mini, 3-mini-high, o1

**Проверил:**

ст. преподаватель, Козловский А.Н.

**МИНСК 2025**

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>1 Архитектура и структура</b>	<b>3</b>
1.1 Общее представление о COMSOL и его сравнение с аналогами . . . . .	3
1.2 Основные компоненты интерфейса . . . . .	3
1.3 Интеграция с другими системами . . . . .	4
<b>2 Численные методы и алгоритмы</b>	<b>5</b>
2.1 Метод конечных элементов (МКЭ) . . . . .	5
2.2 Адаптивные алгоритмы и методы оптимизации сетки . . . . .	6
2.3 Встроенные математические инструменты . . . . .	7
2.4 Примеры вычислений производных . . . . .	8
<b>3 Области применения</b>	<b>9</b>
3.1 Распределение тепла в твердом теле прямоугольной формы. 2D задача.	10
3.2 Планарный волновод . . . . .	12
3.3 Деформация вала . . . . .	13
Заключение . . . . .	14
<b>4 Работа с геометрией и построением моделей</b>	<b>14</b>
4.1 Создание и редактирование геометрии . . . . .	15
4.2 Назначение физических свойств и параметров . . . . .	15
4.3 Сеточное моделирование . . . . .	16
4.4 Визуализация и постобработка результатов . . . . .	17
<b>Заключение</b>	<b>18</b>

# Введение

В современном мире развитие компьютерных алгебраических систем играет ключевую роль в решении сложных инженерных и научных задач. Программное обеспечение, предназначенное для численного моделирования, позволяет значительно ускорить процесс исследования, оптимизировать технологические процессы и существенно сократить затраты времени и ресурсов. Компьютерное моделирование стало неотъемлемой частью как научных исследований, так и промышленного проектирования, поскольку позволяет детально анализировать поведение систем при различных условиях, проводить экспериментальные проверки гипотез и получать результаты, ранее недоступные традиционными методами.

COMSOL Multiphysics занимает особое место среди подобных систем благодаря своей универсальности и гибкости в применении. Эта платформа была разработана с учетом необходимости интеграции различных физических процессов в рамках единой модели, что обеспечивает высокую точность и надежность расчетов. Исторически COMSOL зарекомендовал себя как эффективный инструмент для решения задач в областях электродинамики, термодинамики, механики, химии и других дисциплин. Преимущества COMSOL заключаются в возможности моделирования сложных мультфизических явлений, автоматизации расчётов и широком наборе встроенных математических алгоритмов, что делает систему востребованной как в академической среде, так и в промышленности.

Практическое применение компьютерных алгебраических систем, таких как COMSOL, охватывает широкий спектр задач — от оптимизации производственных процессов до проведения научных исследований. В промышленности данные системы позволяют создавать точные модели технологических установок, анализировать динамику процессов, проектировать и тестировать новые конструкции. В научных исследованиях численное моделирование используется для проверки теоретических предположений, интерпретации экспериментальных данных и создания цифровых двойников физических систем. Эти возможности способствуют не только повышению эффективности производственных процессов, но и развитию новых научных направлений.

Современные тенденции в области моделирования характеризуются интеграцией различных численных методов, совершенствованием алгоритмов автоматического уточнения расчетной сетки и развитием адаптивных систем. Применение современных технологий, таких как искусственный интеллект и машинное обучение, открывает новые горизонты для компьютерного моделирования, позволяя достигать ещё большей точности и надёжности результатов. Эти инновации способствуют переходу от классических методов анализа к более комплексным и многоуровневым подходам, что существенно расширяет возможности для решения мультфизических задач.

Таким образом, компьютерные алгебраические системы, в частности COMSOL Multiphysics, представляют собой мощный инструмент, объединяющий современные численные методы, гибкость настройки и высокую точность расчетов. Это делает их незаменимыми для решения широкого спектра задач в науке и промышленности, способствуя прогрессу и инновациям в различных областях человеческой деятельности.

# 1 Архитектура и структура

## 1.1 Общее представление о COMSOL и его сравнение с аналогами

COMSOL Multiphysics был разработан в 1998 году шведской компанией COMSOL AB и с момента создания активно развивается, расширяя функциональные возможности и улучшая интерфейс. Основной особенностью системы является возможность интеграции различных физических процессов в единую многопараметрическую модель. Благодаря модульной архитектуре COMSOL охватывает задачи из таких областей, как теплопередача, механика, электромагнетизм и химические реакции, упрощая тем самым процесс создания и анализа сложных инженерных и научных расчётов.

COMSOL обладает рядом преимуществ перед другими программными продуктами для численного моделирования. Например, по сравнению с MATLAB, ориентированным на разработку алгоритмов и программирование численных методов, COMSOL предоставляет удобный графический интерфейс и готовые физические модули, существенно упрощающие создание моделей.

В отличие от системы компьютерной алгебры Wolfram Mathematica, которая преимущественно применяется для символьных вычислений и математического анализа, COMSOL фокусируется на практических задачах физического моделирования и обладает продвинутыми средствами визуализации и анализа результатов в реальном времени.

Сравнивая COMSOL с программным комплексом ANSYS, стоит отметить, что оба продукта предназначены для инженерного анализа. Однако COMSOL предоставляет большую гибкость в настройке многопараметрических моделей и упрощает процесс их интеграции, тогда как в ANSYS это может потребовать дополнительной работы и отдельных подходов.

По сравнению с продуктами, интегрированными в системы проектирования, такими как SolidWorks Simulation и Autodesk Fusion 360, COMSOL имеет явное преимущество за счёт более широкого спектра моделируемых физических явлений и возможности глубокого анализа взаимодействий различных процессов в рамках единой модели.

Наконец, по сравнению с OpenFOAM, который специализируется на задачах механики жидкости и газа и требует глубоких знаний численных методов и программирования, COMSOL отличается простотой применения и наличием встроенных инструментов для многопараметрического анализа без необходимости редактировать исходный код.

Таким образом, благодаря своей универсальности, простоте использования и возможности интеграции множества физических процессов, COMSOL Multiphysics занимает особое место среди аналогичных программных продуктов, обеспечивая эффективное решение задач как в научных исследованиях, так и в инженерной практике.

## 1.2 Основные компоненты интерфейса

Интерфейс COMSOL Multiphysics отличается интуитивностью и функциональностью, обеспечивая пользователям удобную работу на всех этапах создания и анализа моделей. Основными компонентами интерфейса являются Model Builder, Application Builder, а также средства настройки рабочего пространства и визуализации резуль-

татов.

Model Builder представляет собой центральный элемент интерфейса, организованный в виде структурированного дерева, в котором собраны все элементы модели: геометрия, материалы, физические интерфейсы, сетка и результаты. Данный компонент позволяет создавать новые модели, выбирать физические интерфейсы и объединять различные физические явления в единую модель. Model Builder также включает инструменты для построения и редактирования геометрии, импорта объектов из сторонних CAD-систем, настройки сетки и управления переменными и параметрами модели. Встроенные инструменты проверки модели помогают оперативно выявлять ошибки и устранять их до начала расчётов.

Application Builder расширяет возможности COMSOL, позволяя пользователям создавать специализированные приложения на основе разработанных моделей. Он предоставляет возможность разработки пользовательских интерфейсов, которые существенно упрощают взаимодействие с моделью для неспециалистов. Это достигается за счёт автоматизации расчётов и возможности изменения параметров без глубокого понимания внутренней структуры модели. Созданные приложения могут быть экспортированы как отдельные исполняемые файлы или веб-приложения, что расширяет круг пользователей, способных эффективно использовать результаты моделирования. Application Builder также поддерживает интеграцию с другими модулями, позволяя создавать приложения, взаимодействующие с внешними системами и CAD-данными.

Важным преимуществом интерфейса COMSOL является гибкость настройки рабочего пространства, позволяющая адаптировать расположение панелей инструментов и окон под личные потребности пользователей. Можно выбирать различные схемы отображения, настраивать панели быстрого доступа и управлять вкладками открытых моделей, что делает работу с программой более удобной и эффективной. Средства визуализации также допускают тонкую настройку графиков и представлений данных, обеспечивая наглядность и удобство анализа результатов расчётов. Пользовательские настройки интерфейса можно сохранять и использовать при последующей работе с программой, сокращая время на повторную настройку и улучшая удобство повседневной работы с COMSOL Multiphysics.

### 1.3 Интеграция с другими системами

COMSOL Multiphysics обеспечивает возможность интеграции с другими программными системами, такими как MATLAB и Java, что существенно расширяет функциональность и повышает удобство работы пользователей.

Связь с MATLAB позволяет эффективно обмениваться данными между двумя платформами. Пользователи могут экспортировать результаты расчётов COMSOL в MATLAB, где становится возможным выполнение дополнительного анализа и постобработки, включая построение сложных графиков и проведение статистических исследований данных. Кроме того, MATLAB может использоваться для автоматизации расчётов в COMSOL посредством написания скриптов, которые управляют запуском моделирования, изменением параметров и обработкой результатов. Возможности MATLAB, такие как обработка сигналов или применение алгоритмов машинного обучения, значительно расширяют аналитический потенциал моделей COMSOL.

Интеграция с Java открывает пользователям возможность разрабатывать собственные плагины и приложения, адаптируя функциональность COMSOL под ин-

дивидуальные задачи. С помощью Java можно создавать специализированные пользовательские интерфейсы, упрощающие взаимодействие с моделью для пользователей, не обладающих глубокими знаниями в области численного моделирования. Это особенно полезно в областях, требующих индивидуального подхода, таких как биомедицинская инженерия. Java также эффективно используется для автоматизации стандартных задач, включая выполнение серий расчётов с различными входными параметрами и генерацию отчётов по результатам. Наконец, Java-плагины могут обеспечить интеграцию COMSOL с внешними системами управления проектами или базами данных, что позволяет автоматически отслеживать состояние расчётов и оперативно обмениваться информацией с другими платформами.

## 2 Численные методы и алгоритмы

### 2.1 Метод конечных элементов (МКЭ)

Метод конечных элементов (МКЭ) является одним из наиболее распространённых численных методов для решения сложных дифференциальных уравнений, возникающих в инженерии и физике. Основная идея МКЭ заключается в разбиении непрерывной области задачи на малые, простые по форме элементы, внутри которых уравнения приближённо описываются с помощью полиномов или других базисных функций. Такое дискретное представление позволяет свести задачу к решению системы алгебраических уравнений, что значительно упрощает вычислительный процесс.

В каждом элементе аппроксимируемое решение  $u(x)$  представляется в виде:

$$u(x) \approx \sum_{i=1}^n u_i \phi_i(x),$$

где  $u_i$  — значения искомой функции в узловых точках, а  $\phi_i(x)$  — базисные (shape) функции, определённые в данном элементе. Такой подход позволяет перейти от исходного дифференциального уравнения к его слабой (вариационной) форме.

При применении МКЭ исходное дифференциальное уравнение преобразуется в систему алгебраических уравнений:

$$K \mathbf{u} = \mathbf{f},$$

где матрица жесткости  $K$  и вектор нагрузки  $\mathbf{f}$  формируются следующим образом:

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j \, dx,$$

$$f_i = \int_{\Omega} \phi_i f \, dx.$$

Основной принцип метода — локализация задачи: вычислительные усилия сосредоточены на решении уравнений в пределах отдельных элементов, после чего результаты объединяются в единую систему, отражающую поведение всей модели. Такой подход позволяет точно учитывать сложные геометрические формы и неоднородности материала.

Преимущество МКЭ заключается в его универсальности: метод способен эффективно решать широкий спектр задач, включая механические, тепловые, электромагнитные и другие физические процессы. Использование МКЭ позволяет учитывать сложные граничные условия, нелинейные эффекты и адаптивное уточнение

расчетной сетки, что значительно повышает точность моделирования. В COMSOL Multiphysics МКЭ служит основой для проведения большинства расчётов, где пользователь может гибко настраивать параметры сетки и алгоритмы аппроксимации для оптимального решения задачи.

## 2.2 Адаптивные алгоритмы и методы оптимизации сетки

Адаптивные алгоритмы представляют собой важное дополнение к методу конечных элементов, позволяющее автоматически улучшать качество расчётной сетки в тех областях, где наблюдаются резкие изменения физических величин. Основная идея этих алгоритмов заключается в оценке локальной ошибки и последующем уточнении сетки в критических зонах, что обеспечивает оптимальное распределение вычислительных ресурсов.

Одним из ключевых этапов адаптивного метода является оценка локальной ошибки в каждом конечном элементе. Для этого используется оценка ошибки  $\eta_K$  для элемента  $K$ , которая может определяться по формуле:

$$\eta_K = \left( \int_K |\nabla u - \nabla u_h|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}},$$

где  $u$  — точное решение, а  $u_h$  — численное аппроксимированное решение на текущей сетке. Если значение  $\eta_K$  превышает заданный порог, элемент считается кандидатом для уточнения.

Существует несколько подходов к адаптивному уточнению сетки:

- **h-адаптация:** уменьшение размера элементов (параметра  $h$ ) в областях с высокой оценкой ошибки, что позволяет локально повысить точность решения.
- **p-адаптация:** увеличение порядка аппроксимирующих функций в элементах, где требуется улучшение точности без изменения размера элементов.
- **hp-адаптация:** комбинированный подход, сочетающий уменьшение размеров элементов и повышение порядка аппроксимации, что позволяет оптимально адаптировать сетку к особенностям задачи.

Методы оптимизации сетки направлены на автоматическое распределение элементов таким образом, чтобы минимизировать общую вычислительную нагрузку при сохранении требуемой точности. Оптимизация заключается в перераспределении элементов на основе локальных оценок ошибок, что позволяет избежать избыточного разбиения однородных областей и, наоборот, детализировать области с высокими градиентами.

В COMSOL Multiphysics реализованы алгоритмы адаптивного уточнения, которые автоматически анализируют распределение ошибки на сетке и регенерируют её на каждом шаге итерационного процесса. Такой динамический подход позволяет повысить эффективность моделирования, обеспечивая баланс между точностью решения и вычислительными затратами.

Таким образом, адаптивные алгоритмы и методы оптимизации сетки являются ключевыми компонентами современных численных методов, позволяющими добиться высокой точности расчётов за счёт локального уточнения модели там, где это необходимо.

## 2.3 Встроенные математические инструменты

COMSOL Multiphysics оснащён широким набором встроенных математических инструментов, которые существенно упрощают решение сложных уравнений и проведение аналитических вычислений. Эти инструменты позволяют выполнять расчёт производных, интегралов, а также анализ гармонических функций, что является критически важным для моделирования физических процессов.

**Расчет производных и интегралов.** Система поддерживает как символьное, так и численное вычисление производных, что позволяет пользователю находить аналитические выражения для производных по различным переменным. Например, для функции  $f(x)$  производная записывается как:

$$\frac{d}{dx}f(x).$$

Вычисление определённых и неопределённых интегралов осуществляется с помощью встроенных функций, что упрощает интегрирование сложных выражений:

$$\int_a^b f(x) dx, \quad \int f(x) dx.$$

**Гармонические функции.** COMSOL предоставляет инструменты для анализа гармонических функций, что особенно важно при решении задач в электродинамике, термодинамике и механике. Гармонические функции удовлетворяют уравнению Лапласа:

$$\nabla^2\phi = 0,$$

и их изучение позволяет детально анализировать распределение полей и потенциалов в различных физических системах.

**Использование зарезервированных констант и математических функций.** Среди встроенных математических инструментов присутствуют зарезервированные константы, такие как число  $\pi$ , которое часто используется в расчетах:

$$\pi \approx 3.14159.$$

Кроме того, COMSOL поддерживает множество стандартных математических функций, включая экспоненциальные, логарифмические, тригонометрические и гиперболические функции:

$$\sin(x), \quad \cos(x), \quad e^x, \quad \ln(x)$$

Эти функции можно использовать для решения как простых, так и сложных уравнений, моделирования динамики систем и анализа зависимости физических величин от параметров задачи.

Таким образом, встроенные математические инструменты в COMSOL Multiphysics предоставляют мощный функционал для аналитических и численных вычислений, что значительно расширяет возможности моделирования и решения сложных инженерных и научных задач.



## 2.4 Примеры вычислений производных

Воспользуемся ChatGPT o3-mini для получения алгоритмов действий при вычислении производной  $u(x) = \sin(x)$

### Вариант 1. Использование узла «Definitions» с переменными

1. **Открытие модели:** Запустите COMSOL Multiphysics и загрузите нужную модель.
2. **Переход к Definitions:** В «Model Builder» щёлкните правой кнопкой мыши на узле «Definitions» и выберите «Variables».
3. **Создание переменной:** В появившемся окне создайте новую переменную, например, назовите её `du_dx`.
4. **Запись выражения:** В поле выражения введите:

latex Копировать  
 $d(u, x)$

где  $u$  — функция, для которой нужно вычислить производную по переменной  $x$ .

5. **Сохранение:** Нажмите «ОК». Теперь переменная `du_dx` будет доступна для использования в других разделах модели (например, в Postprocessing или при задании граничных условий).

(a) Через Definitions

### Вариант 2. Вычисление производной в разделе «Derived Values»

1. **Решение модели:** Сначала выполните расчёт вашей модели.
2. **Переход к Derived Values:** После расчёта в «Model Builder» разверните узел «Results». Щёлкните правой кнопкой на «Derived Values» и выберите, например, «Point Evaluation» или «Line Evaluation», в зависимости от того, где необходимо вычислить производную.
3. **Ввод выражения:** В появившемся окне в поле выражения введите:

latex Копировать  
 $d(u, x)$

4. **Настройка и вычисление:** Укажите координаты точки или линию, по которой необходимо вычислить производную, и нажмите «Compute». Результат отобразится в отчёте.

(b) Через Derived Values

### Вариант 3. Использование Component Coupling для производных

1. **Открытие Component Couplings:** В разделе «Component Couplings» (если ваша модель требует расчёта производных в рамках сопряжённых областей) щёлкните правой кнопкой мыши и выберите тип сопряжения, например, «Derivative».
2. **Настройка coupling:** Укажите область или поверхность, для которой необходимо вычислить производную, и настройте параметры coupling.
3. **Ввод выражения:** В некоторых случаях в настройках coupling можно задать выражение для производной, аналогично:

latex Копировать  
 $d(u, x)$

4. **Применение coupling:** Сохраните настройки. После решения модели coupling автоматически вычислит требуемые производные, и их можно использовать в дальнейших расчетах или визуализации.

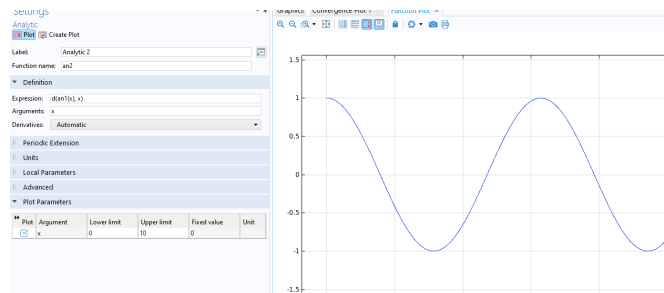
(c) Через Component Coupling

### Вариант 4. Задание производной в режиме weak form (для продвинутых пользователей)

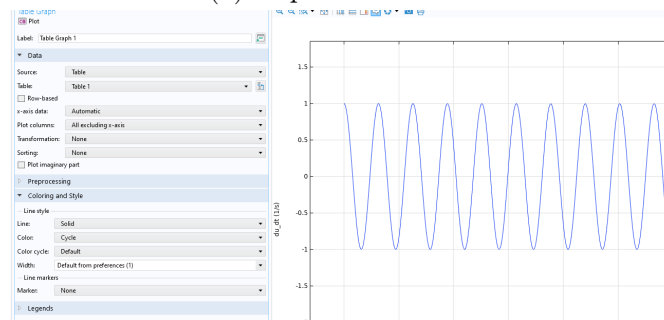
1. **Выбор метода:** Если вы работаете в модуле «Weak Form PDE», можно задать уравнения в слабой форме.
2. **Запись уравнения:** При формулировке слабой формы используйте стандартный синтаксис для производной, например, `d(u, x)` для первой производной.
3. **Проверка корректности:** Убедитесь, что введённое выражение корректно интерпретируется системой, и выполните сборку матрицы уравнений.
4. **Решение:** После корректной постановки слабой формы произведите расчёт модели.

(d) Режим weak form

Рис. 1: Алгоритмы действий от ChatGPT o3-mini



(a) Через Definitions



(b) Через Derived Values

Рис. 2: Результаты применения алгоритмов 1 и 2.

### 3 Области применения

COMSOL Multiphysics является универсальным инструментом, который находит применение в широком спектре инженерных и научных задач. Его возможности охватывают как отдельные физические явления, так и их интеграцию в сложные мультифизические модели. Например, в области **электродинамики** с помощью COMSOL можно смоделировать распространение электромагнитных полей в волноводах, оптимизировать конструкции антенн и проанализировать распределение токов в сложных проводящих структурах.

В **термодинамике** программа позволяет проводить анализ теплообмена, моделировать температурные поля в электронных устройствах и системах охлаждения, а также рассчитывать эффективность тепловых процессов. В **механике** COMSOL используется для расчёта деформаций, анализа динамики конструкций и изучения упругих тел под действием внешних нагрузок.

Кроме того, в **химических процессах** COMSOL применяется для моделирования реакций, изучения кинетики процессов, анализа диффузии и массопереноса, что актуально при проектировании реакторов и синтезе новых материалов. В разделе **математического моделирования и оптимизации** программа позволяет решать нелинейные системы, проводить оптимизацию параметров и обеспечивать устойчивость решения.

Особенно примечательна возможность интеграции нескольких физических процессов в единой модели, что открывает путь к решению сложных **мультифизических задач**. Например, можно моделировать взаимодействие термических и механических полей при анализе структурных напряжений или исследовать процессы электромагнитного нагрева, где комбинируются электродинамика, термодинамика и механика.

Таким образом, COMSOL Multiphysics предоставляет широкие возможности для решения разнообразных задач, от анализа отдельных физических процессов до комплексного моделирования интегрированных систем.

### 3.1 Распределение тепла в твердом теле прямоугольной формы. 2D задача.

Рассмотрим прямоугольное твердое тело, занимающее область

$$\Omega = \{(x, y) \mid 0 < x < L, 0 < y < H\},$$

где  $L$  — длина, а  $H$  — высота,  $L < H$ . При этом торцы (горизонтальные границы  $y = 0$  и  $y = H$ ) являются теплоизолированными, а боковые вертикальные границы ( $x = 0$  и  $x = L$ ) поддерживаются при постоянных температурах. На левой грани ( $x = 0$ ) температура фиксирована на уровне  $T_L$ , а на правой ( $x = L$ ) — на уровне  $T_R$ , при условии, что

$$T_L > T_R.$$

Начальное распределение температуры внутри тела задано константой  $T_0$ , удовлетворяющей условию

$$T_R < T_0 < T_L.$$

#### Уравнение теплопроводности

Для описания динамики распределения тепла используем уравнение теплопроводности в двух измерениях:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0,$$

где

- $T(x, y, t)$  — температура в точке  $(x, y)$  в момент времени  $t$ ;
- $\alpha = \frac{k}{\rho c}$  — коэффициент тепловой диффузии, с  $k$  — теплопроводностью,  $\rho$  — плотностью,  $c$  — удельной теплоёмкостью материала.

#### Граничные условия

- На вертикальных границах:

$$T(0, y, t) = T_L, \quad T(L, y, t) = T_R, \quad 0 \leq y \leq H, \quad t > 0.$$

- На горизонтальных границах (торцы, теплоизолированные):

$$\frac{\partial T}{\partial y}(x, 0, t) = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y}(x, H, t) = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad t > 0.$$

#### Начальное условие

Начальное распределение температуры во всём теле задано равномерно:

$$T(x, y, 0) = T_0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad T_R < T_0 < T_L.$$

## Общая постановка задачи

Таким образом, задача о распределении тепла во времени формулируется следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \\ T(0, y, t) = T_L, \quad T(L, y, t) = T_R, \quad 0 \leq y \leq H, \quad t > 0, \\ \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0, t) = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y}(x, H, t) = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad t > 0, \\ T(x, y, 0) = T_0, \quad (x, y) \in \Omega, \end{array} \right.$$

при условии, что  $T_L > T_0 > T_R$ .

Эта постановка описывает динамику изменения температурного поля в прямоугольном твердом теле с заданными граничными условиями и начальным распределением, что позволяет исследовать переходный процесс установления теплового режима.

## Результаты

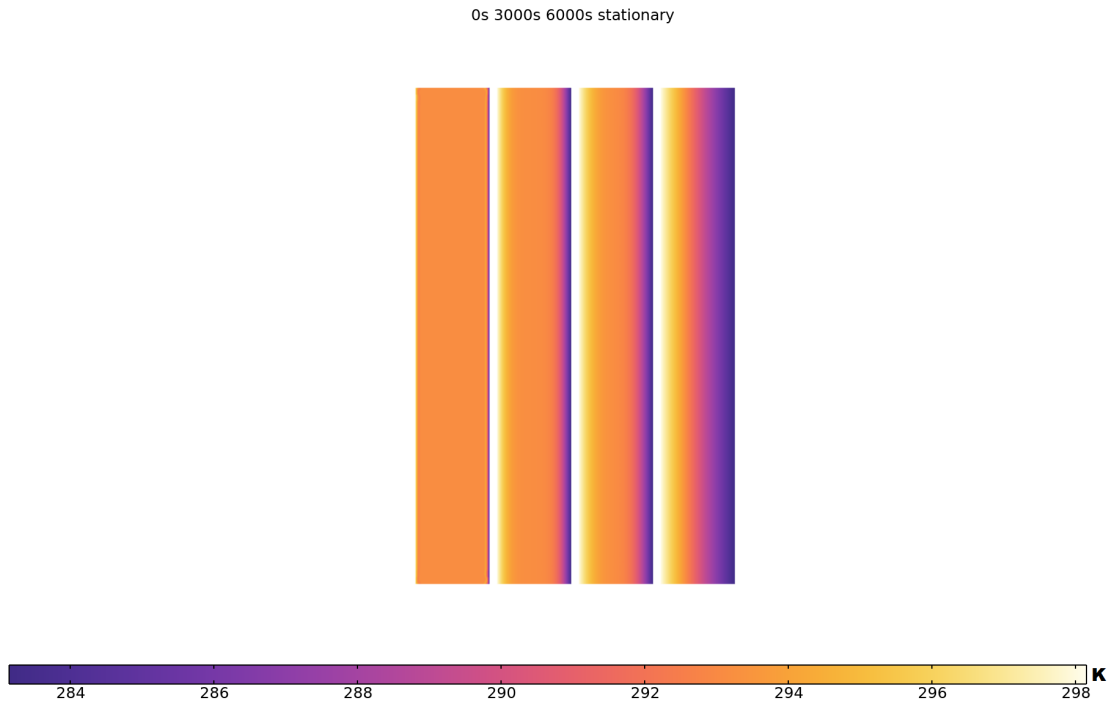


Рис. 3: Распределение температуры в разные моменты времени. Алгоритм: ChatGPT o3-mini-high

## 3.2 Планарный волновод

### Постановка задачи

Полагаем, что электрическое поле имеет вид:

$$E_z(x, y) = E(y) e^{-i\beta x},$$

где  $\beta$  — продольное волновое число.

Внутри ядра ( $|y| \leq \frac{h_{\text{core}}}{2}$ ) распределение электрического поля задаётся функцией:

$$E(y) = C_1 \cos(k_y y),$$

а в клатдинге ( $|y| > \frac{h_{\text{core}}}{2}$ ) поле экспоненциально затухает:

$$E(y) = C_0 \exp \left[ -\alpha \left( |y| - \frac{h_{\text{core}}}{2} \right) \right].$$

Здесь параметры  $k_y$  и  $\alpha$  определяются следующими соотношениями:

$$k_y = \sqrt{k_{\text{core}}^2 - \beta^2}, \quad \alpha = \sqrt{\beta^2 - k_{\text{cladding}}^2},$$

где

$$k_{\text{core}} = \frac{2\pi n_{\text{core}}}{\lambda}, \quad k_{\text{cladding}} = \frac{2\pi n_{\text{cladding}}}{\lambda}, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Непрерывность электрического поля  $E_z$  и его поперечной производной на границе между ядром и клатдингом приводит к условию:

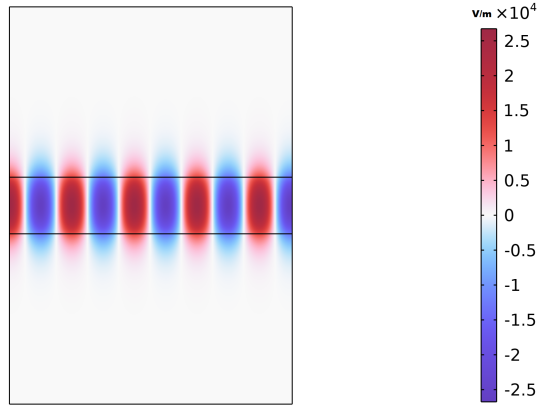
$$\tan \left( \frac{k_y h_{\text{core}}}{2} \right) = \frac{\alpha}{k_y}.$$

Эффективный индекс  $n_{\text{eff}}$  волновода определяется через соотношение:

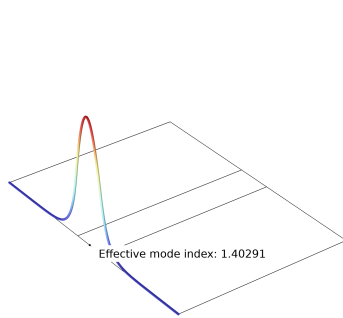
$$\beta = k_0 n_{\text{eff}}.$$

Таким образом, основная задача состоит в нахождении значений  $\beta$  (или  $n_{\text{eff}}$ ) и распределения электрического поля  $E_z(x, y)$ , удовлетворяющих вышеописанным условиям, что позволяет сравнить численное решение с аналитическим для данной волноводной структуры.

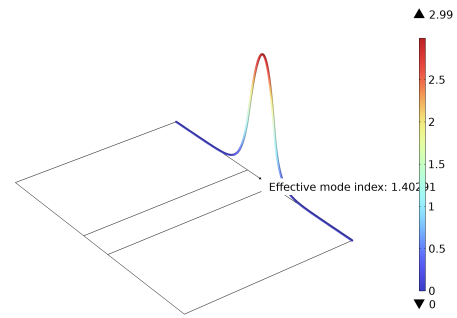
## Результаты



(a) Z-компонента электрического поля



(b) Эффективный показатель преломления на входе



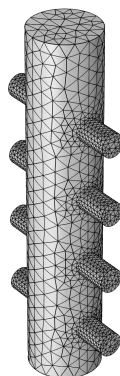
(c) Эффективный показатель преломления на выходе

Рис. 4: Результаты расчетов для этого волновода. Алгоритмы действий от ChatGPT o3-mini-high

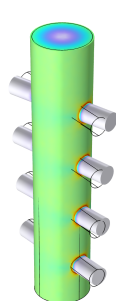
### 3.3 Деформация вала

В данной задаче проводится численный анализ деформаций вала, подвергнутого действию крутящего момента, с использованием модуля Solid Mechanics в COMSOL Multiphysics. Исследование направлено на определение распределения сдвиговых напряжений и углового смещения, возникающих при приложении равномерной тангенциальной нагрузки на верхнюю грань вала, что суммарно создает заданный крутящий момент. Один из концов вала закрепляется, в то время как на другом конце моделируется воздействие момента, что позволяет оценить критические зоны концентрации напряжений и провести оценку прочности конструкции. Полученные результаты являются важной основой для оптимизации геометрии и выбора материалов, обеспечивая надежность и долговечность вала в механических системах.

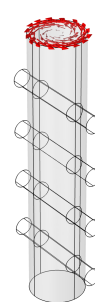
## Результаты



(a) Исходная структура



(b) Эквивалентное напряжение по критерию Вон Мизеса



(c) Прикладываемая нагрузка

Рис. 5: Результаты расчетов деформации вала. Алгоритмы действий от ChatGPT o3-mini-high, o1

## Заключение

COMSOL Multiphysics демонстрирует высокую универсальность и мощь при решении широкого спектра физических задач. Благодаря гибкой настройке физических интерфейсов и интеграции различных численных методов, COMSOL является незаменимым инструментом для оптимизации конструкций и повышения эффективности инженерных решений. В совокупности эти возможности обеспечивают комплексный и наглядный подход к исследованию сложных инженерных проблем, способствуя инновационному развитию и совершенствованию методов моделирования.

## 4 Работа с геометрией и построением моделей

Работа с геометрией является ключевым этапом моделирования в COMSOL Multiphysics, так как точность геометрического представления существенно влияет на достоверность расчетных результатов

## 4.1 Создание и редактирование геометрии

Для построения геометрических моделей COMSOL предоставляет широкий набор встроенных инструментов для работы с двух- и трехмерными объектами. Пользователю доступны базовые геометрические примитивы: точки, линии, плоскости, а также объемные формы, такие как сферы, цилиндры и кубы. Эти примитивы можно комбинировать, используя стандартные булевы операции — объединение, вычитание и пересечение, что позволяет создавать сложные конструкции. В процессе работы модель может быть легко модифицирована через изменение параметров созданных объектов непосредственно в дереве структуры проекта.

Кроме того, COMSOL поддерживает импорт и экспорт геометрических данных из популярных CAD-систем, таких как SolidWorks, AutoCAD, CATIA и Inventor. Это даёт возможность интегрировать уже существующие геометрические модели и использовать их в дальнейшем для расчётов и анализа. Поддерживаются форматы STEP, IGES и STL, что упрощает взаимодействие COMSOL с другими инженерными и проектными платформами.

Особое внимание следует уделять методам оптимизации геометрии перед расчётом. Для сокращения вычислительного времени и повышения производительности моделей часто требуется упрощение геометрических конструкций. Это может включать удаление мелких и незначимых элементов, не влияющих на результаты анализа, или использование симметрии для сокращения объёма расчётов. Также важно оптимизировать геометрию для последующего сеточного моделирования, избегая острых углов и излишне тонких элементов, которые могут привести к проблемам сходимости решения.

Перед запуском расчётов необходимо проверить корректность геометрии на отсутствие разрывов и убедиться, что модель является «водонепроницаемой». Встроенные инструменты проверки COMSOL позволяют оперативно выявить и устранить геометрические ошибки, обеспечивая тем самым высокое качество и точность итогового численного анализа.

## 4.2 Назначение физических свойств и параметров

Одним из ключевых этапов работы в COMSOL Multiphysics является задание физических свойств материалов и необходимых параметров модели. Выбор подходящих физических интерфейсов зависит от специфики поставленной задачи. Например, для решения тепловых задач выбирают интерфейс Heat Transfer, в задачах механических деформаций применяется интерфейс Solid Mechanics, а для анализа электромагнитных процессов — Electromagnetics. Правильный выбор интерфейса критически важен, поскольку от него зависят точность и качество расчёта.

После определения физических интерфейсов необходимо задать свойства материалов. COMSOL предлагает обширную библиотеку стандартных материалов, включающую металлы, полимеры, керамику, жидкости и другие вещества, что существенно ускоряет процесс создания модели. Основные физические характеристики, такие как теплопроводность, модуль Юнга, плотность и коэффициент Пуассона, необходимо задать в соответствии с поставленной задачей. Пользователи могут самостоятельно вводить дополнительные параметры и переменные, такие как температура или давление, а также создавать зависимости между параметрами, например, делать свойства материалов температурно-зависимыми.



Следующим шагом является задание граничных и начальных условий, обеспечивающих корректность численного решения задачи. В зависимости от формулировки задачи могут использоваться условия Дирихле (фиксированные значения переменных на границе), условия Неймана (задание потоков или производных переменных), либо их комбинации. Для учёта внешних воздействий можно задать как распределённые, так и точечные источники нагрузок, температур или электрических полей. Важность корректного задания этих условий трудно переоценить, поскольку от них напрямую зависит реалистичность получаемых результатов.

После задания всех необходимых параметров и условий рекомендуется провести проверку корректности построенной модели. Важным шагом является проверка согласованности введённых данных, корректности единиц измерения и полноты задания условий. Для подтверждения достоверности результатов полученные данные могут быть сравнены с экспериментальными или ранее опубликованными расчётными данными. Валидация моделей таким образом является необходимым условием для обеспечения надёжности и практической значимости результатов моделирования в COMSOL Multiphysics.

### 4.3 Сеточное моделирование

Сеточное моделирование является одним из ключевых этапов численного анализа в COMSOL Multiphysics, в котором расчётная область делится на конечные элементы. Правильное построение сетки напрямую влияет на точность и эффективность решения поставленных задач.

В COMSOL доступны различные типы конечных элементов, выбираемые в зависимости от сложности геометрии и типа задачи. В двумерных моделях преимущественно применяются треугольные элементы, обеспечивающие гибкость при описании сложных форм, или квадратные элементы, оптимальные для простых геометрических объектов. В трёхмерных моделях используются тетраэдры, подходящие для сложных геометрий, и гексаэдры, дающие высокую точность расчётов для регулярных форм. Иногда применяется комбинация разных типов элементов, позволяющая эффективно решать задачи с разнообразными геометрическими особенностями.

Плотность сетки является важным параметром, который определяет баланс между точностью решения и вычислительными затратами. В COMSOL можно задавать глобальную плотность, устанавливающую общий уровень детализации, а также локально варьировать плотность сетки в критических областях модели, где требуются более точные расчёты из-за высоких градиентов физических параметров.

Качество сетки оценивается с помощью анализа аспектного отношения элементов и общего количества элементов. Элементы с чрезмерно большим аспектным отношением могут привести к численным проблемам, поэтому важно поддерживать баланс между детализацией и производительностью расчёта. Дополнительный метод проверки качества заключается в сравнении результатов расчётов, проведённых при различных уровнях детализации сетки, что позволяет убедиться в сходимости решения.

Для сложных геометрических форм используются методы адаптации сетки, которые позволяют динамически изменять размеры элементов. Автоматическая адаптация в COMSOL происходит на основе заданных контрольных параметров, таких как максимальный и минимальный размер элементов, и реагирует на локальные градиенты решения. Для более точного контроля применяется ручная адаптация,

позволяющая самостоятельно определять области с повышенными требованиями к детализации, учитывая геометрические особенности и результаты предварительных расчётов. Методическая адаптация предполагает пошаговое уточнение сетки по результатам проведённых расчётов, улучшая таким образом точность и надёжность итогового решения.

Визуализация сетки является важным инструментом контроля её качества. Перед проведением окончательных расчётов рекомендуется тщательно проверять сетку на наличие дефектов и при необходимости вносить корректировки, что обеспечивает высокое качество и точность численных результатов в COMSOL Multiphysics.

## 4.4 Визуализация и постобработка результатов

Важным этапом численного моделирования является визуализация и постобработка полученных результатов. В COMSOL Multiphysics реализованы мощные инструменты, которые позволяют эффективно отображать и интерпретировать данные, полученные в процессе расчётов. Эти возможности существенно облегчают понимание физических явлений, происходящих внутри моделируемых объектов или процессов.

Для наглядного представления результатов пользователю доступны различные типы графиков, включая линейные зависимости, гистограммы и сравнительные графики. Линейные графики позволяют отследить изменение одной переменной относительно другой, например, температурные распределения по времени или длине. Гистограммы служат для анализа распределения значений параметров, таких как давление или напряжения. Кроме того, возможность наложения нескольких графиков существенно облегчает сравнение результатов при изменении условий моделирования или параметров системы.

Создание контурных карт в COMSOL позволяет отображать пространственное распределение физических величин в двумерных и трёхмерных областях. Пользователь может настраивать уровни контуров и их цветовые схемы для улучшения визуального восприятия данных. Дополнительно имеется возможность создавать анимации контурных карт, что особенно полезно при анализе динамических процессов и их изменения во времени.

Трёхмерная визуализация открывает возможности для подробного анализа объёмных моделей. Используя функции объёмного отображения и построения сечений, пользователь может изучить внутреннюю структуру объектов и оценить распределение физических параметров в деталях. Интерактивные возможности интерфейса позволяют вращать, масштабировать и перемещать трёхмерные модели, улучшая понимание полученных результатов. Для более чёткой интерпретации данных предусмотрены функции добавления аннотаций, меток и выбора цветовых схем.

После визуализации следует этап интерпретации и анализа результатов. Пользователи могут выявлять ключевые тенденции и аномалии в данных, проводить сравнительный анализ с экспериментальными результатами и известными аналитическими решениями. Для проверки точности модели может использоваться визуальное наложение результатов моделирования на экспериментальные данные, а также статистические методы оценки согласия результатов. Сравнение с аналитическими решениями позволяет дополнительно оценить точность модели и выявить возможные ограничения численного подхода.

Завершающим этапом является подготовка отчётов и документации по результатам расчётов. COMSOL предоставляет удобные шаблоны для создания отчётов,

в которых можно эффективно представить графики, таблицы и подробное описание полученных результатов для последующего анализа, презентаций и принятия инженерных решений.

## Заключение

Проведённый анализ функционала и возможностей среды моделирования COMSOL Multiphysics позволяет утверждать, что данный инструмент является эффективным и универсальным решением для решения широкого спектра инженерных и научных задач. Главным преимуществом платформы является её способность объединять различные физические процессы в единую модель, что обеспечивает комплексное рассмотрение взаимосвязанных явлений — механических, тепловых, электрических, химических и других. Такая мультифизическая интеграция позволяет получать более точные и всесторонние результаты, что особенно важно при решении сложных задач, где взаимодействие различных эффектов играет ключевую роль.

Сравнительный анализ с аналогичными программными продуктами демонстрирует, что COMSOL Multiphysics выделяется гибкостью настройки моделей, удобством использования и широкими возможностями интеграции с другими системами, такими как MATLAB. Обширная библиотека модулей, возможность создания собственных пользовательских интерфейсов и мощные инструменты визуализации результатов позволяют адаптировать среду под специфические требования каждого проекта, существенно упрощая процесс моделирования и анализа данных даже для пользователей без глубоких знаний программирования.

Практическая значимость COMSOL подтверждается успешным применением в разнообразных областях — от машиностроения и электроники до биомедицины и энергетики. Примеры, приведённые в работе, показывают, как с её помощью можно эффективно решать задачи моделирования тепловых процессов, распространения электрического поля в волноводах и анализа деформаций, что делает данную платформу незаменимым инструментом как в научных исследованиях, так и в промышленной практике.

Таким образом, COMSOL Multiphysics представляет собой современное и надёжное решение для моделирования сложных физических процессов, объединяя мощный функционал, удобство использования и широкие возможности настройки. Его применение способствует повышению эффективности инженерных расчётов и научных исследований, что подтверждает его востребованность в современных условиях.