

# COMSOL Multiphysics:

## Обзор основных возможностей, особенности работы и примеры применения

Бороховский Г.В., Гулевич А.Е.

Белорусский государственный университет, Физический факультет

Минск 2025

# Содержание

- 1 Введение
- 2 Архитектура и структура
  - Общее представление
  - Интеграция с другими системами
- 3 Численные методы и алгоритмы
  - Метод конечных элементов (МКЭ)
  - Адаптивные алгоритмы и оптимизация сетки
  - Встроенные математические инструменты
- 4 Примеры вычислений производных
- 5 Области применения
  - Распределение тепла в прямоугольном теле
  - Планарный волновод
  - Деформация вала
- 6 Работа с геометрией и моделями
- 7 Визуализация и постобработка
- 8 Заключение

- **Роль компьютерного моделирования:**

- Численный анализ сложных инженерных и научных задач.
- Оптимизация технологических процессов.
- Экономия времени и ресурсов в промышленности и исследованиях.

- **COMSOL Multiphysics:**

- Универсальная платформа для решения мультфизических задач.
- Применяется в электродинамике, термодинамике, механике, химии и др.
- Востребован как в академической среде, так и в промышленности.

- **Модульная структура:**

- Различные физические модули (Heat Transfer, Structural Mechanics, AC/DC и т.д.).
- Возможность докупать или подключать только необходимые модули.

- **Универсальность:**

- Решение задач теплопроводности, механики, электромагнитных полей, химических реакций.
- Одновременное решение нескольких физических процессов в одной модели.

- **Сравнение с аналогами:**

- **ANSYS:** более «тяжёлый» пакет, но с похожим функционалом.
- **MATLAB:** силен в программировании, но слабее в готовых мультифизических модулях.
- **OpenFOAM:** требует глубоких знаний программирования и специализируется на CFD.

- **Model Builder:**

- Структурированное дерево для управления геометрией, сеткой, физическими интерфейсами и результатами.
- Импорт моделей из CAD (STEP, IGES, STL).

- **Application Builder:**

- Создание пользовательских приложений на основе моделей.
- Упрощённый интерфейс для пользователей без глубоких знаний в моделировании.

- **Визуализация и настройка:**

- Точная настройка окон, панелей инструментов и графиков.
- Сохранение пользовательских настроек рабочего пространства.

- **MATLAB:**

- Экспорт/импорт данных для дополнительного анализа.
- Управление COMSOL-расчётами через скрипты.
- Применение методов машинного обучения и обработки сигналов.

- **Java:**

- Разработка плагинов и специализированных интерфейсов.
- Автоматизация серии расчётов с различными параметрами.
- Интеграция с базами данных и внешними системами.

## Принцип МКЭ

Разбиение непрерывной области задачи на небольшие конечные элементы, в каждом из которых решение аппроксимируется полиномиальными (или другими) базисными функциями.

$$u(x) \approx \sum_{i=1}^n u_i \phi_i(x),$$

$$K u = f, \quad K_{ij} = \int_{\Omega} \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j \, dx, \quad f_i = \int_{\Omega} \phi_i f \, dx.$$

- Позволяет учитывать сложную геометрию и неоднородности материала.
- Является основой для большинства расчётов в COMSOL.

- **Цель:** Автоматически уточнять сетку в областях с высокой локальной ошибкой.
- **Оценка ошибки:**

$$\eta_K = \left( \int_K |\nabla u - \nabla u_h|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}.$$

- **Типы адаптации:**
  - h-адаптация: уменьшение размеров элементов (параметр  $h$ ).
  - p-адаптация: повышение порядка аппроксимации.
  - hp-адаптация: комбинирование обоих методов.



- **Цель:** Баланс между точностью решения и вычислительными затратами.
- **Метод:** Перераспределение элементов в зонах с большими градиентами.
- **Практические рекомендации:**
  - Избегать слишком вытянутых элементов.
  - Проверять сходимость при изменении плотности сетки.
  - Использовать автоматические инструменты адаптации в COMSOL.

- **Аналитические операции:**

- Производные:  $\frac{d}{dx}f(x)$ .

- Интегралы:  $\int_a^b f(x) dx$ .

- Уравнение Лапласа:  $\nabla^2\phi = 0$ .

- **Гармонические функции** для анализа колебательных процессов.

- **Зарезервированные константы:**  $\pi \approx 3.14159$ .

- **Стандартные функции:**  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $e^x$ ,  $\ln(x)$  и др.

# Пример: вычисление производной $\sin(x)$

## Разные подходы в COMSOL:

- **Через Definitions** — задаём функцию и её производную.
- **Derived Values** — получаем производную на основе рассчитанных значений.
- **Component Coupling** — объединяем модели для расчёта производной.
- **Weak Form** — используем вариационную постановку задачи.

Итог:  $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$ .

# Примеры вычислений (иллюстрации)

## Вариант 1. Использование узла «Definitions» с переменными

1. **Открытие модели:** Запустите COMSOL Multiphysics и загрузите нужную модель.
2. **Переход к Definitions:** В «Model Builder» щёлкните правой кнопкой мыши на узле «Definitions» и выберите «Variables».
3. **Создание переменной:** В появившемся окне создайте новую переменную, например, назовите её `du_dx`.
4. **Запись выражения:** В поле выражения введите:

latex

Копировать

$d(u, x)$

где `u` — функция, для которой нужно вычислить производную по переменной `x`.

5. **Сохранение:** Нажмите «ОК». Теперь переменная `du_dx` будет доступна для использования в других разделах модели (например, в Postprocessing или при задании граничных условий).

## Через Definitions

## Вариант 2. Вычисление производной в разделе «Derived Values»

1. **Решение модели:** Сначала выполните расчёт вашей модели.
2. **Переход к Derived Values:** После расчёта в «Model Builder» разверните узел «Results». Щёлкните правой кнопкой на «Derived Values» и выберите, например, «Point Evaluation» или «Line Evaluation», в зависимости от того, где необходимо вычислить производную.
3. **Ввод выражения:** В появившемся окне в поле выражения введите:

latex

Копировать

## Вариант 3. Использование Component Coupling для производных

1. **Открытие Component Couplings:** В разделе «Component Couplings» (если ваша модель требует расчёта производных в рамках сопряжённых областей) щёлкните правой кнопкой мыши и выберите тип сопряжения, например, «Derivative».
2. **Настройка coupling:** Укажите область или поверхность, для которой необходимо вычислить производную, и настройте параметры coupling.
3. **Ввод выражения:** В некоторых случаях в настройках coupling можно задать выражение для производной, аналогично:

latex


Копировать

$d(u, x)$

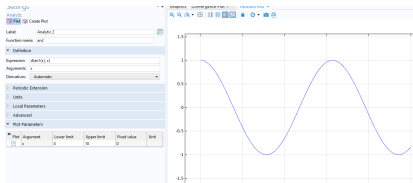
4. **Применение coupling:** Сохраните настройки. После решения модели coupling автоматически вычислит требуемые производные, и их можно использовать в дальнейших расчётах или визуализации.

## Component Coupling

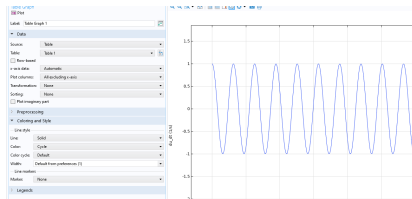
## Вариант 4. Задание производной в режиме weak form (для продвинутых пользователей)

1. **Выбор метода:** Если вы работаете в модуле «Weak Form PDE», можно задать уравнения в слабой форме.
2. **Запись уравнения:** При формулировке слабой формы используйте стандартный синтаксис для производной, например, `d(u, x)` для первой производной.
3. **Проверка корректности:** Убедитесь, что введённое выражение корректно интерпретируется системой. 

# Результаты вычислений производной



Результат: Definitions



Результат: Derived Values

Результаты применения алгоритмов 1 и 2.

- **Машиностроение и конструкционный анализ:**
  - Деформации, вибрации, кручение, усталостные расчёты.
- **Электродинамика:**
  - Проектирование антенн, волноводов, микроволновых устройств.
- **Теплотехника:**
  - Моделирование теплопередачи, анализ термонагрузок.
- **Химические процессы:**
  - Реакции, массоперенос, электрохимические ячейки.
- **Биомедицина:**
  - Тканевая инженерия, гемодинамика, импланты.

# Задача: Теплопроводность (2D)

**Геометрия:** Прямоугольник  $0 < x < L$ ,  $0 < y < H$ .

**Уравнение:**

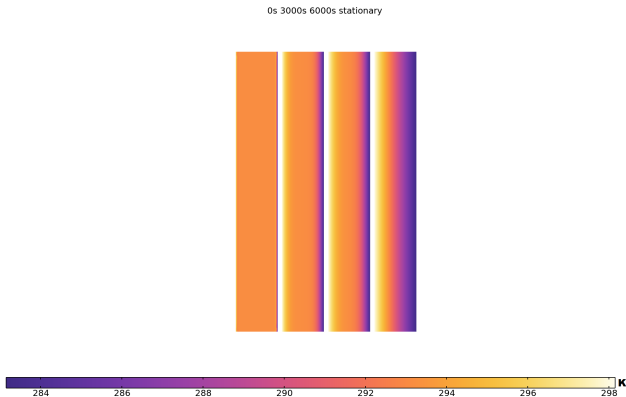
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad t > 0.$$

**Граничные условия:**

- $T(0, y, t) = T_L$ ,  $T(L, y, t) = T_R$ ,  $T_L > T_R$ .
- Теплоизоляция по  $y$ :  $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$  на  $y = 0$  и  $y = H$ .

**Начальное условие:**  $T(x, y, 0) = T_0$ ,  $T_R < T_0 < T_L$ .

# Распределение тепла: результаты



Распределение температуры в разные моменты времени.

- Поле температуры постепенно выравнивается от  $T_L$  к  $T_R$ .
- Благодаря теплоизоляции по  $y$  градиент температуры в этом направлении минимален.



# Планарный волновод: Постановка задачи

$$E_z(x, y) = E(y)e^{-i\beta x}.$$

Внутри ядра:

$$E(y) = C_1 \cos(k_y y), \quad k_y = \sqrt{k_{\text{core}}^2 - \beta^2},$$

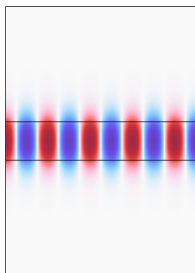
В клатдинге:

$$E(y) = C_0 \exp\left[-\alpha\left(|y| - \frac{h_{\text{core}}}{2}\right)\right], \quad \alpha = \sqrt{\beta^2 - k_{\text{cladding}}^2}.$$

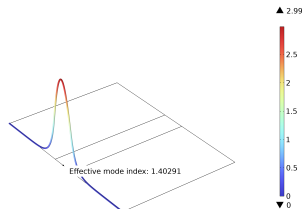
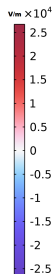
Условие непрерывности даёт:

$$\tan\left(\frac{k_y h_{\text{core}}}{2}\right) = \frac{\alpha}{k_y}, \quad \beta = k_0 n_{\text{eff}}.$$

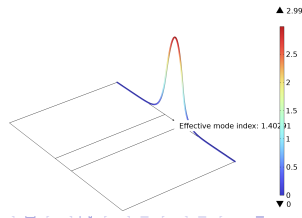
# Планарный волновод: Результаты



Z-компонента поля  $E_z$



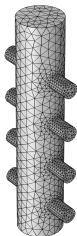
$n_{\text{eff}}$  на входе



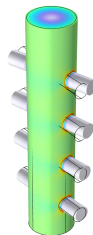
# Задача: Деформация вала

- Использование модуля Solid Mechanics.
- Крутящий момент приложен к верхней грани вала, нижняя часть закреплена.
- Анализ распределения сдвиговых напряжений и углового смещения.

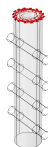
# Результаты деформации вала



Исходная структура



Напряжения (Вон Мизес)



- **Создание геометрии:**

- Прimitives: кубы, цилиндры, сферы.
- Булевы операции: объединение, вычитание, пересечение.
- Импорт из CAD (SolidWorks, Inventor).

- **Сеточное моделирование:**

- 2D: треугольники, квадраты.
- 3D: тетраэдры, гексаэдры, призмы.
- Настройка плотности сетки и адаптивное уточнение.

- **Библиотека материалов:**

- Металлы, полимеры, жидкости, газовые смеси.
- Зависимости от температуры (модуль Юнга, теплопроводность).

- **Граничные условия:**

- Условия Дирихле: фиксированные значения.
- Условия Неймана: заданные потоки или нагрузки.

- **Начальные условия:** Задание стартовых значений полей.

- **Графики и контурные карты:**
  - 2D и 3D представления.
  - Изоповерхности, гистограммы, линейные графики.
- **3D-визуализация:**
  - Объёмное отображение и сечения.
  - Анимация динамических процессов.
- **Сравнение с экспериментальными данными:**
  - Валидация модели.
  - Калибровка параметров.

## Основные итоги

- COMSOL Multiphysics — эффективная и универсальная платформа для мультфизического анализа.
- Гибкость и простота использования делают её востребованной в промышленности и научных исследованиях.
- Встроенные инструменты (МКЭ, адаптивная сетка, библиотеки материалов) позволяют решать широкий спектр задач.

## Практическая значимость

- Оптимизация проектов и экономия ресурсов.
- Качественные результаты без глубоких знаний программирования.
- Применение в электронике, машиностроении, медицине и энергетике.



Спасибо за внимание!