1章：線形代数

■機械学習において線形代数を学ぶ意味

　機械学習において最適化するパラメータは、通常はベクトルもしくはベクトルの集合である行列である。

　そこでベクトル・行列の演算である線形代数の理解が必須となる。

■ベクトルの内積の意味

　ベクトルの内積とは、一方のベクトルを他方のベクトル空間へ変換する行為と考えられる。

　例えばベクトルaとbの内積は

　・aのbへの射影のbのノルム倍

　　または

　・bのaへの射影のaのノルム倍

　と考えることができ、ベクトルが他方のベクトル数直線上のスカラ値へと変換される。

■正方行列を左からベクトルにかけることの意味

　正方行列Aをベクトルxに左からかけることで、別のベクトルyに変換され、次の式が成り立つ。

　$Ax = y = \Sigma \lambda nZn$　（λn：Aのn番目の固有値、Zn：Aのn番目の固有ベクトルに対するxの射影）

　このように正方行列の固有値・固有ベクトルはその行列による変換のベースとなる特別な値である。

■固有値分解

　正方行列Aは特異値・特異ベクトルにより下記の通り表すことができる。

　$A = V\Lambda V^{-1}$　（V：固有ベクトル（列ベクトル）を各列に並べたもの、Λ：固有値を対角線状に並べた対角行列

　この固有値分解を行うことで、行列の累乗の演算が簡単になる。

■特異値・特異ベクトル

　固有値分解は行列の累乗演算を簡単にする利点がある一方、正方行列にしか適用できないという課題がある。

　その課題を解決する方法が、特異値分解である。

　行列Mは次のように特異値分解することができる。

　$M = USV^{-1}$

　U：左特異ベクトル（列ベクトル）を各列にならべた行列

　S:Mと同じshapeの行列で特異値を対角成分に並べ、他成分はゼロ

　V：右特異ベクトル（列ベクトル）を各列にならべた行列

　特異値・特異ベクトルは、MとM^Tの積、およびM^TとMの積を固有値分解することで導くことができる。

　機械学習においては、データ行列を特異値分解し特異値が小さい成分を削除することで、データの圧縮を行うことができる。

2章：確率・統計

■確率

・頻度確率（客観確率）…事実として発生した頻度

・ベイズ確率（主観確率）…ある事象が起こるという信念の度合い

・条件付き確率…前提条件の上である事象が起こる確率

Aという事象が起こった時に、Bが起こる条件付き確率は下記のように表記する。

P（B｜A）

事象Aの条件の有無がBの発生確率に影響しない時、AとBは独立事象と言える。

■ベイズ則

条件付き確率は以下のベイズ則より算出することができる。

P（A｜B）＝P（A⋀B）/P（B）

■期待値・分散

期待値

確率変数Xの期待値とは、試行を無限に繰り返した時のXの平均値が収束する値であり、下記の式で表せる。

・確率変数が離散値をとる時　…　ΣX・P(X)

・確率変数が連続値をとる時　…　∫xf(x)dx

分散

分散とは確率変数のバラつきの程度を表す指標である。

期待値との差分の二乗の平均値である。

標準偏差は分散の平方根をとることで単位を1次元に戻したものであり、分散と同じくバラつきの度合いを表す指標である。

■様々な確率分布

・ベルヌーイ分布…2値をとる確率変数の分布

・二項分布…ベルヌーイ分布の多試行版

2値をとる事象を複数回試行した時の、一方の値の発生回数の分布

・ガウス分布（標準正規分布）…確率的な誤差により変動する確率変数の分布

3章：情報理論

■自己情報量

人は情報量の差異を差分の大きさではなく、差分の大きさの比率でとらえているように思える。

よって物理的な情報量をwとすると、上記の感覚的な情報量変化はΔW/Wと表せる。

これを積分すると

自己情報量（感覚的情報量）　= logW = -logP　（P = 1/W　※Wを確率に変換）

※単位対数の底が2…bit、底がe…nat

■シャノンエントロピー

自己情報量の期待値がシャノンエントロピーであり、下式で表せる。

xが離散値の時　…　-ΣP(x)logP(x)

xが連続値の時　…　$-\int P(x)\log P(x)dx$

■KLダイバージェンス
KLダイバージェンスは、同じ事象・確率変数における確率分布の違いを表す。
これは、一方の分布を基準とした時の他方のシャノンエントロピーといえる。

■交差エントロピー
KLダイバージェンスの一部を取り出したもの
KLダイバージェンス同様、2つの分布が似ているほど、交差エントロピーは小さくなる。
機械学習による分類における予測精度の指標として使われることが多い。
予測の分布が正解の分布に似ているほど、交差エントロピーは小さくなる。