**Dempster-Shafer modell alapú bizonytalanságkezelés**

című Diplomaterv dolgozat

Készítette: Joósz Júlia Erzsébet (MI-MSc)

Témavezető: Karacs Kristóf



**P**ázmány **P**éter **K**atolikus **E**gyetem

**I**nformációs **T**echnológiai és **B**ionikai **K**ar

2015

Alulírott Joósz Júlia Erzsébet, a Pázmány Péter Katolikus Egyetem Információs Technológiai és Bionikai Karának hallgatója kijelentem, hogy ezt a diplomatervet meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, és a diplomatervben csak a megadott forrásokat használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen a forrás megadásával megjelöltem. Ezt a diplomatervet más szakon még nem nyújtottam be.

Budapest, 2015. május 16.

--------------------------------------

**Joósz Júlia Erzsébet**

[1. Bevezetés 7](#_Toc420402371)

[2. Szótár 8](#_Toc420402372)

[3. Többosztályos modellezés 9](#_Toc420402373)

[3.1 Együttes klasszifikáció 10](#_Toc420402374)

[4. Valószínűségi modellek 12](#_Toc420402375)

[4.1. A Bayes modell 12](#_Toc420402376)

[4.1.1. Fogalmak a klasszikus valószínűségszámításban 12](#_Toc420402377)

[4.1.2. Független és feltételes valószínűségek 13](#_Toc420402378)

[4.1.3. A Bayes-tétel és a posterior valószínűség 13](#_Toc420402379)

[4.1.4. A Bayes modell előnyei és hátrányai 14](#_Toc420402380)

[4.2. A Dempster-Shafer modell 15](#_Toc420402381)

[4.2.1. Az univerzális halmaz 15](#_Toc420402382)

[4.2.2. Az alap valószínűség-hozzárendelés 16](#_Toc420402383)

[4.2.3. Meggyőződés és elfogadhatóság 17](#_Toc420402384)

[4.2.4. Megfigyelések egyesítése - Dempster kombinációs szabálya 19](#_Toc420402385)

[4.2.5. Dempster kombinációs szabályának különböző változatai 20](#_Toc420402386)

[4.2.5.1. Yager módosított Dempster szabálya 20](#_Toc420402387)

[4.2.5.2. Inagaki egységes kombinációs szabálya 22](#_Toc420402388)

[5. A Dempster-Shafer és a Bayes elmélet általános összehasonlítása 26](#_Toc420402389)

[5.1. Konverzió bayesi valószínűségekre 26](#_Toc420402390)

[5.2. Implementáció 26](#_Toc420402391)

[5.3. Konfliktus és tudatlanság kezelése 27](#_Toc420402392)

[5.3.1. Kicsi konfliktus és kicsi tudatlanság 29](#_Toc420402393)

[5.3.2. Kicsi konfliktus és nagy tudatlanság 30](#_Toc420402394)

[5.3.3. Nagy konfliktus és kicsi tudatlanság 32](#_Toc420402395)

[5.3.4. Relatív nagy konfliktus és relatív nagy tudatlanság 34](#_Toc420402396)

[5.4. Végső döntés kezelése 35](#_Toc420402397)

[6. Esettanulmány: bankjegyfelismerés 37](#_Toc420402398)

[6.1. Bankjegyfelismerés modellezése 37](#_Toc420402399)

[6.1.1. Számjegyfelismerő levetítése 38](#_Toc420402400)

[6.1.2. Mintafelismerő levetítése 39](#_Toc420402401)

[6.1.3. Színfelismerő levetítése 40](#_Toc420402402)

[6.2. Dempster-Shafer modell eredményei 41](#_Toc420402403)

[6.2.1. Áttekintő eredmények bizonytalan bemeneteknél 41](#_Toc420402404)

[6.2.2. Összehasonlító eredmények 43](#_Toc420402405)

[7. Összefoglalás és továbblépési lehetőségek 47](#_Toc420402406)

[8. Köszönetnyilvánítás 48](#_Toc420402407)

[9. Irodalomjegyzék 49](#_Toc420402408)

# Absztrakt

A mai korban a szenzorok pontosságának és a processzorok teljesítményének fejlődésével egyre több féle adat mérésére és feldolgozására van lehetőség és igény is, hiszen maga az emberi érzékelés is ezen alapszik.

A gyakorlatban a szenzorok által megfigyelt információk szinte sosem 100%-ig pontosak, sőt néhány esetben egy-egy tulajdonság értéke teljesen hiányos, így bizonytalanság keletkezik a rendszer állapotának leírásában. Amikor a különböző tulajdonságokat figyelő szenzoroktól érkező megfigyeléséket egyesíteni szeretnénk, még nagyobb pontatlanság keletkezik a hiányos, illetve ellentmondó információk hatására, sok esetben teljesen helytelen adatokat kapunk vissza. Ahhoz, hogy helyes döntést tudjunk hozni a végső osztályozásban, nagyon fontos szerepet játszik, hogy pontosan írjuk le az információ bizonytalanságát is, nem pedig csak a biztos tudásunkat. A dolgozat ennek a leírására tanulmányoz egy alternatívát a klasszikus valószínűségszámítási (bayesi) modell helyett, a Dempster-Shafer modellt.

A dolgozat célja a Bayes és a DS modell összehasonlítása a megfigyelések bizonytalanságának, tudatlanságának és a megfigyelések közötti ellentmondásosságnak a függvényében, valamint a bionikus szemüveg bankjegyfelismerő moduljában használatos osztályozók kimeneteinek modellezése és levetítése a DS modellre és azokból egy végső eredmény számítása.

A dolgozat áttekintést ad a többosztályos osztályozók modellezésének nehézségeiről, majd a Bayes elmélet összefoglalója és a Demspter-Shafer elmélet hosszabb leírása olvasható. Ez után a Bayes és a Demspter-Shafer modell általános összehasonlítására kerül sor gyakorlati példákon keresztül, leginkább arra fókuszálva, hogy mi történik bizonytalan és/vagy ellentmondásos megfigyelések érkeztekor. A dolgozat utolsó részében pedig a bionikus szemüveg felismerőfunkciói közül a bankjegyfelismerés modellezésének egy lehetséges alternatívája kerül bemutatásra a Dempster-Shafer modellel.

# Abstract

Nowadays, with the improved accuracy of sensors and the increased performance of processors, we have the possibility and need of measuring and processing a wider variety of data, since human perception itself is based on this.

In practice, the information measured by sensors is almost never 100% accurate, moreover, in some cases, the data belonging to a feature is completely missing and therefore there will be uncertainty in the state of the system. And after we combine the observations of the sensors, which are monitoring different features, we get even a higher inaccuracy due to the lack of information and the conflict between the observations. In many cases, the final data will be incorrect because of this. To be able to make a correct decision, it is very important to model the uncertainty of the system and not just the known data. The thesis addresses an alternative to the classical probability theory, the Dempster-Shafer model, for modelling these kinds of situations.

The aim of this thesis is to compare the Bayes and the Dempster-Shafer model in those cases, where there is uncertainty in the input data or there is conflict between two or more observations. The other goal of this thesis is to design and implement a possible model for the banknote recognition module of the bionic glass.

The thesis provides an overview of the difficulties of multiclass classifiers, a summary of the Bayesian probability theory and a detailed description of the DS model. After this, there will be a general comparison of the Bayes and DS model carried out through practical examples, which are focusing on what happens, if the input data is uncertain and/or conflicting. In the last part of the thesis, there will be an alternative for the modelling of the classifiers of banknote recognition module and combine their outputs.

# 1. Bevezetés

A dolgozat célja bizonytalan információk reprezentációinak felmérése és az arra használt módszerek összehasonlítása megfigyelés alapján történő osztályozásban, ezen belül is nagyobb hangsúlyt fektetve a Dempster-Shafer modellre.

A gyakorlatban a szenzorok által megfigyelt információk szinte sosem 100%-ig pontosak, sőt néhány esetben egy-egy tulajdonság értéke teljesen hiányos, így bizonytalanság keletkezik a rendszer állapotának leírásában. Amikor a különböző tulajdonságokat figyelő szenzoroktól érkező megfigyeléséket egyesíteni szeretnénk, még nagyobb pontatlanság keletkezik a hiányos, illetve ellentmondó információk hatására, sok esetben teljesen helytelen adatokat kapunk vissza. Ahhoz, hogy helyes döntést tudjunk hozni a végső osztályozásban, nagyon fontos szerepet játszik, hogy pontosan írjuk le az információ bizonytalanságát is, nem pedig csak a biztos tudásunkat. Dolgozatomban erre a leírásra tanulmányozok egy alternatívát a klasszikus valószínűségszámítási (bayesi) modell helyett, a Dempster-Shafer modellt.

A dolgozat első részében egy rövid áttekintés olvasható a többosztályos osztályozók modellezésének nehézségeiről, azon belül is a bizonytalanság és a negatív osztály megkülönböztetésének lehetséges módjairól.

A dolgozat második részében a Bayes elmélet összefoglalója olvasható, majd utána a Demspter-Shafer elmélet hosszabb leírása következik, amiben a modellen belül használt kombinációs módszerek különböző változatait is felvázolom.

A dolgozat harmadik részében a Bayes és a Demspter-Shafer modell általános összehasonlítására kerül sor gyakorlati példákon keresztül, leginkább arra fókuszálva, hogy mi történik bizonytalan és/vagy ellentmondásos megfigyelések érkeztekor, valamint az összehasonlítás eredményeiből leszűrt következtetések kerülnek leírásra.

A dolgozat utolsó részében a bionikus szemüveg felismerőfunkciói közül a bankjegyfelismerés modellezésének egy lehetséges alternatívája kerül bemutatásra a Dempster-Shafer modellel, majd az összefoglalás és a lehetséges továbblépési lehetőségek olvashatók.

# 2. Szótár

Mivel az irodalomkutatás során néhány témában nem lehetett magyar forrást fellelni, ezért ebben a fejezetben a dolgozat témakörének szakirodalmában használt angol kifejezések, azok szinonimái és azok lehetséges magyar megfelelői vannak felsorolva, a könnyebb megértés elősegítése és a félreértelmezések elkerülése végett.

* **Multiclass**: többosztályos
* **Ensemble classification**: együttes klasszifikáció, együttes osztályzás
* **Evidence**: megfigyelés, állítás, bizonyíték
* **Belief**: meggyőződés, bizonyosság, hihetőség
* **Nonbelief**: meggyőződés hiánya
* **Disbelief**: kétely
* **Belief function**: belief függvény, bizonyosságfüggvény, meggyőződésfüggvény
* **Plausibility**: elfogadhatóság, plauzibilitás
* **Plausibility function**: plausibility függvény, elfogadhatóság-függvény
* **Basic probability assignment / degree of belief / mass**: alap valószínűség-hozzárendelés, meggyőződés mértéke, tömeg
* **Groud probability assignment/ groud probability mass assignment**: elemi valószínűség-hozzárendelés
* **Conflict**: ellentmondás, konfliktus
* **Ignorance**: tudatlanság, ignorancia, bizonytalanság
* **Focal element**: központi elem, fokális elem
* **Core**: mag
* **Dempster’s rule of combination**: Dempster egyesítési szabálya, Dempster kombinációs szabálya
* **Pignistic transformation method**: pignisztikus transzformációs módszer
* **Plausibility transformation method**: elfogadhatóság transzformációs módszer

# 3. Többosztályos modellezés

Osztályozási feladatoknak hívjuk azokat a problémákat, amelyek bejövő információk, objektumok egy halmazát véges számú osztályokba sorolnak be különböző tulajdonságok alapján. Az osztályozási problémáknál két féle típust különböztetünk meg, a bináris és a többosztályos modelleket. Bináris rendszerről akkor beszélünk, ha a kimeneti osztályok száma kettő, többosztályosról pedig, ha több.

Az osztályozási feladatoknál az a cél, hogy egy olyan rendszert tervezzünk, ami minden új bejövő objektumot be tud sorolni a neki megfelelő osztályba. Többosztályos modelleknél nehézséget jelent, ha a klasszifikációs szabály, ami besorolja a bejövő objektumokat kimeneti osztályokba, nem fedi le teljes egészében a bejövő objektumok halmazát. Ilyen esetben egy lehetséges megoldás, ha a modellben megkülönböztetjük a pozitív osztályok halmazát és a negatív osztályt. Pozitív osztályok alatt a rendszer számára releváns osztályokat értjük, azaz, amilyen típusú objektumokat fel szeretnénk ismerni és a rendszer be tudja sorolni azokat ezen osztályok valamelyikébe, negatív osztály alatt pedig az összes többi bemenő objektum kimeneti osztályát értjük, azaz egy olyan összefogó osztályt, aminek a pozitív osztályokkal vett uniója lefedi az összes lehetséges kimeneti osztályok halmazát.

Az ilyen modellezésű osztályozó rendszerekben nehézséget jelent különbséget tenni a negatív osztály, illetve a fel nem ismert információ, tudatlanság között, hiszen a rendszernek csak a pozitív osztályokról van információja, negatív osztályba pedig csak az információhiány miatt sorolja be az objektumokat.

Bináris modellek esetén ez a probléma nem merül fel a végső döntéshozásban, mivel itt csak két osztály közül kell dönteni, ami ebben az esetben a pozitív és a negatív, és, ha nem ér el egy bizonyos konfidenciát a pozitív osztály, akkor lényegtelen, hogy információhiány vagy negatív osztálybeli objektum miatt van az, a végső döntésben el lesz vetve az ilyen fajta bejövő objektum, azaz a negatív osztályhoz sorolódik. Persze, ha a bináris osztályozó egy rendszer köztes rétegében helyezkedik el, akkor ugyanúgy fontos megkülönböztetni a bizonytalanságot a negatív osztálytól, hiszen például, ha az egyik osztályozó a pozitív osztály felé dönt, akkor nem mindegy a végső döntés szempontjából, hogy a másik osztályozó bizonytalan kimenetet ad vagy pedig a negatív osztály felé dönt, mivel az előbbi esetben egy bizonytalan, de pozitív kimenetet kapunk, utóbbi esetben pedig egy konfliktusosat. Dolgozatomban elsősorban a többosztályos modellekkel foglalkozok, viszont a bizonytalanság reprezentálásával foglalkozó részek a bináris modellekre is érvényesek.

A negatív osztályok besorolásánál bemenet szempontjából 3 különböző típust különböztetünk meg:

1. Információhiány a bemeneten;
2. Random információ, ami nem fordulhatna elő a bemeneten;
   1. A modell által fel nem ismert információ;
   2. Ellentmondásos információ;
3. Felismert negatív osztály.

Lényegében a második és harmadik típus a tényleges negatív osztály, viszont a rendszer nem tudja a 2/a típusú esetet az 1.-től megkülönböztetni, kimenete ugyanúgy bizonytalan lesz, a 2/b eset kimenete pedig erősen osztályozófüggő, de kimenetét tekintve a bizonytalanság és a közvetetten felismert negatív osztály valamelyikébe sorolható, így kimenet szempontjából csak két esetet tudunk megkülönböztetni:

1. Bizonytalanság, tudatlanság, esetlegesen teljes bizonytalanság;
2. Felismert negatív osztály.

Ez a probléma egy lehetséges alternatívát is fölvet, ahol a modellben a negatív osztályt is két részre bontjuk, a felismert negatív osztályra és a fel nem ismertre (az előbbi a bemeneti negatív osztályok 3. pontjának, az utóbbi pedig a 2. pontjának felel meg). Ezzel a megoldással viszont az a probléma merül fel, hogy a fel nem ismert negatív osztályt tulajdonképpen pozitív információ hiányában kapjuk meg, ami pedig nem egy konkrét osztályra, hanem bizonytalanságra utal, illetve, hogy nem tudjuk megkülönböztetni sok esetben az információhiánytól. Gyakorlatban van erre kivétel, például, ha egy módosított 1-NN osztályozónak a pozitív osztályokra közel 100%-os a lefedettsége, akkor kizárásos alapon, ha a bejövő objektum nem esik egyikbe sem bele, akkor a fel nem ismert negatív osztályba sorolható nagy bizonyossággal, de ebben az esetben már kimenet szempontjából a 2. féle esethez tartozik, ami közvetetten is, de bemenet szempontjából a 3. típusnak felel meg. Jelen dolgozatomban modellezés, azaz kimeneti osztályok szintjén nem teszek különbséget a negatív osztályok között a leírtak miatt, a fókusz a bizonytalanság, tudatlanság és a negatív osztály megkülönböztetésén és a bizonytalanság reprezentálásán van.

## 3.1 Együttes klasszifikáció

Az együttes klasszifikáció lényege, az, hogy nem csak egy betanított osztályozó hozza meg a végső döntést, hanem több osztályozó döntéseinek kombinációjából születik az meg. A motiváció e mögött az, hogy pontosabb és biztosabb végső döntés születhessen. Például tegyük fel, hogy 25 osztályozónk van, amiknek a hibaarányuk, ɛ = 0.35. Ekkor annak a valószínűsége, hogy az együttes osztályozó hibás eredményt ad, az:

, ami majdnem az 1/6-a a hibaaránynak.

Egy ilyen összetettebb osztályozórendszernél viszont egy nagy problémát jelent a kimenet visszafejtése, azaz, ahogyan a végső döntés létrejött, mivel nem mindegy, hogy maguk az osztályozók vagy azok egy része működik hibásan vagy pedig a kombinációs szabály miatt jön ki helytelen eredmény, illetve fontos különbséget tenni aközött, hogy a bizonytalan, hibás végső eredmény azért jött létre, mert a bemenet hibás vagy rossz minőségű vagy pedig ellentmondásosak az osztályozók kimenetei. Emiatt nagyon fontos mind az információ és bizonytalanság pontos leírása, illetve, hogy a bizonytalanság konfliktusból eredő vagy az osztályozók eredményeiből.

Ezeknek a pontosabb leírására a Dempster-Shafer modell egy ígéretes alternatíva a Bayes modell mellett, aminek a leírásáról és a modellek összevetéséről a következő fejezetben lesz szó.

# 4. Valószínűségi modellek

Ebben a fejezetben két valószínűségi modell bemutatására kerül sor, hogy a későbbi fejezetekben össze lehessen vetni azok viselkedését a bizonytalanság kezelésében. Először a legismertebb Bayes modell, majd utána a Dempster-Shafer modell leírása következik.

## 4.1. A Bayes modell

A legrégebbi és legjobban kiforrott technika a bizonytalanság kezelésére, a klasszikus valószínűségszámításon alapszik. Ez az elmélet adott alapot számos más valószínűségi modell kidolgozásához. A következő fejezetekben a klasszikus valószínűségszámítás alapjai és a Bayes elmélet kerül röviden bemutatásra.

### 4.1.1. Fogalmak a klasszikus valószínűségszámításban

Ebben az alfejezetben néhány alapvető fogalom definiálása következik a további fejezetek megértésének könnyítéséhez:

* **Eseménytér** (**S**): egy kísérlet minden lehetséges kimenetelének a halmaza. Például, ha a kísérletünk abból áll, hogy két kétoldalú érmét dobunk fel, akkor S = {(fej, fej), (fej, írás), (írás, fej), (írás, írás)}.
* **Esemény** (**E**): S bármely részhalmazát egy eseménynek hívunk. Egy esemény egy olyan halmaz, mely tartalmazza a kísérlet egy lehetséges kimenetelét. Például, ha E = {(fej, fej), (fej, írás)}, akkor E az, az esemény, hogy az első érmén fej lesz a feldobás után. Minden eseménynek van egy komplementere,, ami azon elemek halmaza S-ből, amik nem szerepelnek E-ben.
* **Kölcsönösen kizáró események**: S-beli események egy halmaza E1,E2, … En egymást kölcsönösen kizáró események, ha .

A valószínűségelméletet formálisan a következő három axiómával lehet megadni:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |

A (2)-es axióma azt mondja ki, hogy azoknak az eseményeknek az összege, amelyek nincsenek egymásra hatással, az egyenlő 1-gyel. Ennek következményeképpen az axióma a következőképpen is felírható:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4) |

### 4.1.2. Független és feltételes valószínűségek

Azon események, melyek nincsenek hatással egymásra, független eseményeknek hívjuk és az együttes bekövetkezésüknek a valószínűségük a következő:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5) |

* **Független események**: S-beli események egy halmaza E1, E2, … En egymástól függetlenek,ha .

Ha két esemény egymást nem kölcsönösen kizáró, akkor az annak a valószínűsége, hogy legalább az egyikük bekövetkezik, azaz az uniójuk valószínűsége a következő:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (6) |

Ezt a szabályt más néven az *összeadási szabálynak* hívják.

Feltételes valószínűségről akkor beszélünk, ha azt vizsgáljuk, hogy mennyi az esélye egy eseménynek, annak a fényében, hogy egy másik esemény már bekövetkezett és P(A|B)-vel jelöljük.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (7) |

A feltételes valószínűség definíciójából következik a következő:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (8) |

amit más néven *szorzási szabálynak* hívunk. Ennek az általános felírása a következő:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (9) |

### 4.1.3. A Bayes-tétel és a posterior valószínűség

A feltételes valószínűséget (P(H|E)) egy hipotézis (H) posteriori valószínűségének a kiszámítására használjuk, egy-egy új megfigyelés (E) hatására, de azt sok esetben nem tudjuk kiszámolni információ hiányában, viszont a megfigyelés (E) feltételes valószínűségéhez általában könnyebben jutunk hozzá. A Bayes tétel legegyszerűbb formájában azt állítja, hogy ha ismert a H hipotézis és E megfigyelés valószínűsége, és a P(E|H) feltételes valószínűség, akkor

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (10) |

A tétel általános formája *m* darab hipotézisre és *n* darab megfigyelésre a következő:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (11) |

A (11)-es egyenlet azon a feltételezésen alapul, hogy H1… Hm hipotézisek kölcsönösen kizárják egymást. Ha ezen kívül, ha E1… En megfigyelések feltételesen függetlenek bármely adott H1… Hm hipotézisre, akkor a (11)-es egyenletet a következőképpen is felírhatjuk:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (12) |

* **Feltételesen független események**: E1… En megfigyelések feltételesen függetlenek egy adott H hipotézisre, ha

### 4.1.4. A Bayes modell előnyei és hátrányai

A bayesi módszerek legjelentősebb előnye, hogy a valószínűségszámításban ezeket használják a legtöbbet, ezért ezek a leginkább kiforrottak a bizonytalanság reprezentálására használt módszerek közül.

A Bayes modell hátárnyai:

* Jelentős mennyiségű valószínűségi adatot igénylenek egy tudásbázis összeállításához. Továbbá, az információt szolgáltató szakemberek (például orvosok, pénzügyi tanácsadók) áltálában bizonytalanok a valószínűségekben, amiket adnak.
* Min alapulnak az érintett priori és feltételes valószínűségek? Ha statisztikai alapúak, akkor minták mennyiségének elegendőnek kell lenniük, hogy a belőlük kapott valószínűségek pontosak legyenek. Ha pedig szakemberektől származnak az adatok, akkor elég átfogóak, illetve konzisztensek?
* Gyakran fontos tényező a bizonytalanság kezelésének módszeréhez a hipotézis és a megfigyelés közötti kapcsolat típusa. Ezen asszociációk leképezése egyszerű számokká, releváns információ elvesztéséhez vezet, ami viszont szükséges lehet a bizonytalanság eredményes kezelésére, annak értelmezésére.
* Ennek a leképezésnek hatására, az elveszett információt más feladatokban sem tudjuk felhasználni, mint például egy-egy hipotézishez tartozó bizonyítékok hierarchiájának visszakövetésére.

## 4.2. A Dempster-Shafer modell

Egy véges, diszkrét térben a Dempster-Shafer (DS) elmélet felfogható a valószínűségszámítás egyfajta általánosításaként, ahol az egymást kölcsönösen kizáró események helyett a valószínűségek halmazokhoz vannak rendelve.

A hagyományos valószínűségszámításban, egy megfigyelés egyetlen eseményhez van kötve, míg a DS elméletben egy megfigyelés több eseményhez köthető, például események egy halmazához.

Ennek eredményeképpen a DS elméletben a megfigyelés értelmezhető lehet egy magasabb absztrakciós szinten, anélkül, hogy feltételezéseket kéne tenni az eseményekről a halmazon belül.

Az egyik legfontosabb tulajdonsága a DS elméletnek, hogy a modellt úgy tervezték, hogy az megbirkózzon különböző szintű pontosságokkal az információkat illetően, és ne legyen szükség további feltételezésekre az információ reprezentálásához.

Ezen kívül azt is lehetővé teszi, hogy egyesíthessük a különböző forrásokból származó megfigyeléseket és eljussunk egy bizonyos fokú meggyőződéshez (*belief* formájában), ami minden rendelkezésre álló megfigyelést figyelembe vesz.

Arthur P. Dempster és Glenn Shafer dolgozta ki először ezt az elméletet.

A DS elmélet tulajdonképpen két ötleten alapul:

* valamely kérdésről egy bizonyos fokú meggyőződés elérése, egy hozzá kapcsolódó kérdés szubjektív valószínűségeiből,
* független megfigyeléseken alapuló meggyőződések értékeinek egyesítése Dempster szabályával.

### 4.2.1. Az univerzális halmaz

Legyen X az univerzális halmaz: az a halmaz, mely a megfigyelés alatt álló rendszer összes lehetséges állapotát tartalmazza,

, ahol N a rendszer összes lehetséges állapota. Ezek kimerítőek a rendszerre nézve és kölcsönösen kizárják egymást.

X minden egyes részhalmaza értelmezhető egy, a rendszer aktuális állapotáról feltett kérdés lehetséges válaszaként, így, X hatványhalmaza Θ miden lehetséges választ reprezentál. Θ 2X elemet tartalmaz. A DS elméletben ezt a hatványhalmazt vesszük alapul.

Például, ha X = {a, b, c}, akkor Θ= {∅, {a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, X}.

### 4.2.2. Az alap valószínűség-hozzárendelés

A Bayes elméletben, a posterior valószínűség minden egyes új megfigyelés után változik, hasonlóan, a DS elméletben pedig a meggyőződés (*bel*-lel jelölve) értéke. Az alap valószínűség-hozzárendelés (*m*-mel jelölve) határozza meg a meggyőződésünk mértékét arról, hogy valamely részhalmaz-e a rendszer aktuális állapota és csak az a részhalmaz. Az alap valószínűség-hozzárendelés *m*-mel való jelölése a fizikában használatos tömeg („mass”) mértékből ered.

Az egyik alapvető különbség a DS elmélet és a klasszikus valószínűségszámítás között, a tudatlanság kezelése. Például, ha van nincs semmiféle előzetes tudásunk, akkor a bayesi elméletben azt feltételezzük, hogy minden lehetőség egyenlő valószínűségű és ezek összege 1, azaz

, ahol N a lehetséges kimenetek száma.

A DS elméletben *m* csak azokhoz a részhalmazokhoz van rendelve, amikhez meggyőződést szeretnék rendelni. Minden olyan *m*-et, amit nem rendelünk semmilyen részhalmazhoz, azt a meggyőződés hiányának tekintjük és csak az X univerzális halmazhoz társítjuk. Azt az *m*-et, ami elutasít egy hipotézist, kételynek hívjuk, ami nem egyenlő a meggyőződés hiányával.

Példa: Meg szeretnénk állapítani, hogy egy repülőgép ellenséges-e. Tegyük fel, hogy van egy megfigyelésünk, ami  0.7-es mértékű meggyőződést ad arra, hogy a repülőgép ellenséges.

A maradék *m* az univerzális halmazhoz/környezethez lesz rendelve.

Ezen a példán is látszik az egyik jelentős különbsége DS elméletnek a klasszikus valószínűségszámításhoz képest, mivel a Bayes elmélet szerint

ahol a 0.3-at a bayesi modell „bekényszeríti” annak a feltevésnek a valószínűségeként, hogy a repülőgép nem ellenséges, annak ellenére, hogy nekünk arról semmilyen bizonyítékunk sincsen, míg a DS modellben a 0.3-at, a meggyőződés hiányát, az univerzális halmazban/környezetben való meggyőződésnek tartjuk, azaz a megfigyelésre 0.3 fokig nem ad meggyőződést, se nem kételyt.

A *m-nek* jóval nagyobb szabadsága van a valószínűségekhez képest, ami a következő táblázatban látható összefoglalva:

|  |  |
| --- | --- |
| **Dempster-Shafer elmélet** | **Valószínűségszámítás** |
| m(*X*)*-*nek nem kell 1-nek lennie, se nem -nek, viszont . |  |
| Ha , m(*x*)-nek nem kell kisebbnek lennie m(*y*)-nál. | Ha , akkor . |
| Nincs kötelező kapcsolat m(*x*) és m() között, ahol , az *x* komplementere. |  |

1. táblázat: Az alap valószínűség-hozzárendelés függvény és a valószínűségfüggvény tulajdonságainak összehasonlítása

Az *m* függvény formálisan:

Legyen X az univerzális halmaz/környezet. Az alap valószínűség*-*hozzárendelési függvény, egy számot, *m(x)-*et rendel **minden** x ϵ Θ -hez a következő szabályok szerint:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (13) |
|  |  | (14) |
|  |  | (15) |

Minden olyan x ϵ Θ halmazt, ahol *m(x)* > 0, az *m* függvény fokális elemének hívjuk. A fokális elemek halmazát, m magjának hívjuk és *k(m)-*mel jelöljük.

* **Fokális elem**: .
* ***m* függvény magja**: *.*

### 4.2.3. Meggyőződés és elfogadhatóság

A DS elméletben, egy feltevés valószínűségét, azaz annak az esélyét, hogy egy kérdés válasza az aktuális részhalmaz, egy intervallum reprezentálja, aminek van egy alsó és egy felső korlátja, ami rendben a meggyőződés (*bel*) és az elfogadhatóság (*pl*). Ebben az intervallumban található az aktuális részhalmaz pontos valószínűsége (P).

Egy hipotézis, feltevés *bel*-jét, azon részhalmazok *m-*jeinek az összege alkotja, melyek részhalmazai a hipotézisnek. A *bel* az a mennyiség, ami közvetlenül támogat egy hipotézist legalább részben. 0-tól 1-ig terjed az értéke, ami rendre a hipotézisre bekövetkezésére való bizonyíték hiányára, illetve a hipotézisben való teljes bizonyosságra utal.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (16) |
|  |  | (17) |
|  |  | (18) |

A *pl* 1 mínusz azon részhalmazok *m-*jeinek az összege, melyeknek a hipotézissel való metszete üres. Ez az összeg a felső korlátja annak, hogy az aktuális részhalmaz a valódi állapota a rendszernek, mivel csak ennyi megfigyelés mond ellent (, azaz üres a metszetük) a hipotézisnek. Az értéke szintén 0-tól 1-ig terjed és annak a mértékét méri, hogy az (*x* komplementere) mellett szóló megfigyelések mennyi helyet hagynak *x*-ben való meggyőződésnek.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (19) |
|  |  | (20) |
|  |  | (21) |

A *bel* és a *pl* nem additívak. Ezt úgy lehet értelmezni, hogy nem szükséges a *bel* értékeinek összegének 1-nek lennie, és hasonlóan a *pl* értékeinek összegének sem.

Lehetőség van arra is, hogy kiszámoljuk a *m* értékét *bel*-ből a következő inverz függvénnyel:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (22) |

ahol |x-y|, az x és az y halmaz számosságának az abszolút különbsége.

Ezen kívül a *pl*-t és a *bel*-t egymás értékéből is megkaphatjuk a következő módon:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (23) |

ahol , az *x* klasszikus értelemben vett komplementere. A *pl* e meghatározását abból kapjuk meg, hogy az *m*-k összegeinek 1-nek kellenek lenniük.

A *bel* és a *pl* definíciójából [(16)-os és (19)-es egyenlet] pedig következik, hogy . A (22)-es és a (23)-as egyenlet következményeképpen, ha adott egynek az értéke *m(x), Bel(x)* és *Pl(x)* közül, akkor abból a másik kettőt is ki lehet számítani.

Egy feltevés, hipotézis (x-szel jelölve) valószínűsége akkor határozható meg egyértelműen, ha . Abban az esetben, ha minden -re igaz ez, akkor a modell a klasszikus valószínűségi modellel megegyezik. Minden egyéb esetben, és a pontos valószínűség alsó és felső korlátját adja rendre.

### 4.2.4. Megfigyelések egyesítése - Dempster kombinációs szabálya

Dempster kombinációs szabályával lehet két különböző forrásból jövő megfigyelés egyesíteni egy közös *m* függvény formájában, amely leírja ezen megfigyelések együttes hatását.

Legyen m1 és m2 két alap valószínűség-hozzárendelési függvény az X univerzális halmazon. A közös *m* függvényt a következőképpen kapjuk meg:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (24) |
|  | , | (25) |

ahol K a konfliktus mértéke és (1-K) a normalizációs tényező, ami a két megfigyelés közötti ellentmondást reprezentálja.

Például X={bombázó (b), vadászgép (v), utasszállító (u)} és kétféle forrásból vannak megfigyeléseink, amik alap valószínűség-hozzárendelési függvényei m1 és m2. Az egyesített/közös alap valószínűség-hozzárendelési függvény m3-as jelöléssel szerepel.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | m1 (b) = 0.5 | m1 (b, v) = 0.2 | m1 (X) = 0.3 |
| m2 (b) = 0.3 | (b) = 0.15 | (b) = 0.06 | (b) = 0.09 |
| m2 (u) = 0.4 | K = 0.2 | K = 0.08 | (u) = 0.12 |
| m2 (X) = 0.3 | (b) = 0.15 | (b, v) = 0.06 | (X) = 0.09 |

K = 1- (0.2 + 0.08) = 0.72

m3 (b) = (0.15 + 0.06 + 0.09 + 0.15) / K = 0.625

m3 (u) = 0.12 / K = 0.167

m3 (b,v) = 0.06 / K = 0.083

m3 (X) = 0.09 / K = 0.125

Dempster kombinációs szabálya erőteljesen kiemeli a többféle forrásból jövő megegyezéseket, azaz felerősíti az egyesített *m*-eket és ezen kívül figyelmen kívül hagyja az összes ellentmondó megfigyelést a normalizációs tényezőn keresztül. Ezen tulajdonságok miatt jelentős hibák lehetnek a végeredményben, ha az megfigyelések erőteljesen ellentmondóak. Ezt a következő példán keresztül láthatjuk:

Tegyük föl, hogy két egyenlően megbízható orvos vizsgál egy beteget, hogy annak agydaganat, agyrázkódása vagy agyhártyagyulladása van. Az első orvos azt állapítja meg, hogy vagy agydaganata van 0.99-es valószínűséggel vagy agyhártyagyulladása van 0.01-es valószínűséggel. A második orvos pedig orvos azt állapítja meg, hogy vagy agyrázkódása van 0.99-es valószínűséggel vagy agyhártyagyulladása van 0.01-es valószínűséggel. Ha az együttes *m*-et kiszámoljuk Dempster szabályával, akkor az, az eredmény jön ki, hogy , azaz 100%-os konfidenciával agyhártyagyulladásosnak lett diagnosztizálva a beteg.

Az efféle eredmények ellenkeznek a józan ésszel, hiszen mindkét orvos csak nagyon kicsi esélyt adott arra, hogy a betegnek agyhártyagyulladása van. Ez a példa számos kutatásnak adott alapot, amik megpróbálnak ennek a feloldására megoldást keresni.

### 4.2.5. Dempster kombinációs szabályának különböző változatai

Ebben a fejezetben néhány alternatíva kerül bemutatásra a Dempster kombinációsszabályára. Ezen kívül szó fog esni a megfigyelések közötti ellentmondásosság és a kontextus jelentőségéről a szabályok közötti választáskor. Azt fogjuk találni, hogy a Dempster kombinációsszabály használatának szabályszerűségének meghatározásakor nem csak az ellentmondás mértéke lényeges, hanem az ellentmondás *fontossága* is kritikus szerepet játszik.

#### 4.2.5.1. Yager módosított Dempster szabálya

Az egyik alternatíva a módosított kombináció szabályok közül Yager szabálya. Yager felhívja a figyelmet arra, hogy a kombinációs szabályok egy fontos tulajdonsága az asszociativitás, hogy egy új megfigyelés érkeztekor, frissíteni lehet az addig meglévő kombinált struktúrát, anélkül, hogy újra kéne azt számolni. Sajnos a legtöbb kombinációs szabály nem asszociatív, ahogy a Dempster szabály sem. Yager viszont arra is felhívja a figyelmet, hogy ezek közül számos operátor kifejezhető kvázi-asszociatív operátorként. A kvázi-asszociatív operátor az, az operátor, amit le lehet bontani asszociatív részműveletekre. A legismertebb példa erre a számtani közép:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (26) |
|  |  | (27) |

Yager, az alap valószínűség-hozzárendelés mellett bevezeti az elemi valószínűség-hozzárendelést (*q*-val jelölve). A legfontosabb különbség *m* és *q* között, a normalizációs tényező hiánya és az univerzális halmazhoz rendelt érték.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (28) |

Tegyük fel, hogy m1, m2 …, mn n darab alap valószínűség-hozzárendelési függvény. Ekkor ezek kombinációját a következőképpen számoljuk ki:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (29) |

A (29)-es egyenletet felhasználhatjuk bármennyi meglévő és új megfigyelésre, majd a módosított értékekből megkapjuk a frissített *m* értékeket a (31-33)-as egyenleteket felhasználva. Ettől lesz Yager szabálya kvázi-asszociatív.

A feljebb is említett normalizációs tényező elhagyását Yager azzal „kerüli meg”, hogy megengedi, hogy az üres halmaz (∅) elemi valószínűség-hozzárendelése nagyobb legyen, mint 0.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (30) |

q(∅)-et pontosan ugyanúgy számoljuk ki, mint Dempster szabályában a konfliktus mértékét, K-t.

A másik említett különbség Dempster szabályához képest az univerzális halmazhoz rendelt *m* értéke. Yager hozzáadja az üres halmaz elemi valószínűség-hozzárendelését az univerzális halmaz „groud elemi valószínűség-hozzárendeléséhez, majd ezt az összeget társítja az univerzális halmaz alap valószínűség-hozzárendeléséhez, -hez:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (31) |

Vegyük észre, hogy míg Demspter szabálya a konfliktus (K) értékét figyelmen kívül hagyja, azaz „kinormalizálja” a többi érték között, amivel magán a megfigyelésen, bizonyítékon is változtat, Yager a konfliktus (K) értékét az univerzális halmaz alap valószínűség-hozzárendeléséhez társítja, így episztemológiailag pontos leírást ad a megfigyelésről. Az univerzális halmaz *m-*je a tudatlanság, bizonytalanság mértékeként értelmezhető, így Yager szabályával a tudatlansághoz társítjuk a konfliktus értékét. Yager szabályának ezzel a tulajdonságával kiküszöbölhetjük Dempster szabályának legnagyobb hibáját, amikor is bármilyen kicsi egyezést is nagyon felerősít a normalizálás hatására. A [4.2.4.](#_4.2.4._Megfigyelések_egyesítése) –es fejezetben említett példa Yager szabályával a következőképpen néz ki:

Az első orvos azt állapítja meg, hogy vagy agydaganata van 0.99-es valószínűséggel vagy agyhártyagyulladása van 0.01-es valószínűséggel. A második orvos pedig orvos azt állapítja meg, hogy vagy agyrázkódása van 0.99-es valószínűséggel vagy agyhártyagyulladása van 0.01-es valószínűséggel. Ha Yager szabályával számoljuk ki az együttes *m*-et, akkor az, az eredmény jön ki, hogy és , ami már valósan mutatja az információnkat, hiszen a két orvos véleménye ellentétes volt, így nem tudunk döntést hozni.

Yager az üres halmazhoz és az halmazokhoz a következőképpen rendeli az alap valószínűséget:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (32) |
|  |  | (33) |

A megfeleltetések Dempster szabálya és az elemi valószínűség-hozzárendelések között a következőképpen kapjuk meg:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (34) |
|  |  | (35) |
|  |  | (36) |

Ezekkel a megfeleltetésekkel Yager egyben felírta Demspter kombinációs szabályát egy kvázi-asszociatív operátorként.

#### 4.2.5.2. Inagaki egységes kombinációs szabálya

Ezt a kombinációs szabályt Toshiyuki Inagaki mutatta be 1991-ben. A [3.2.4.-](#_3.3.4._Megfigyelések_egyesítése)es és a [3.2.5.1](#_3.3.5.1._Yager_módosított)-es fejezetekből már láthattuk, hogy különböző kombinációs szabályok használata ugyanazokra a megfigyelésekre különböző eredményeket adhatnak. Inagaki, a Yager által bevezetett elemi valószínűség-hozzárendelésekből kiindulva arra törekedett, hogy a kombinációs műveletek egy folyamatosan paraméterezett osztályát határozza meg, ami egyben magában foglalja Demster és Yager szabályát is és minden esetben használható legyen. Ennek a „szüleményeként” hozta létre az egységes kombinációs szabályt.

Inagaki szerint minden kombinációs szabály kifejezhető a következőképpen:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (37) |
|  |  | (38) |
|  |  | (39) |

Inagaki azt megszorítást teszi ezekre a kombinációs szabályokra, hogy az alap valószínűség-hozzárendelésük és az elemi valószínűség-hozzárendelésük aránya legyen állandó:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (40) |

A (37)-es egyenletből ez átírható a következő formára:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (41) |
|  |  | (42) |

A (37)-es egyenletből látszik, az *f* függvény a *q(*∅*)* skálázó függvényeként értelmezhető, ahol a konfliktus (*k*-val jelölve) a következőképpen van meghatározva:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (43) |

Inagaki megkötése [(40)-es egyenlet] mind Dempster és Yager szabályára is teljesül, hiszen

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

és

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Ez az egyenlőség, arány (40-es egyenlet) azt fejezi ki, hogy az ismeretünk csak az elemi valószínűség-hozzárendelésekre terjed ki és nincs semmiféle előzetes tudásunk a megfigyelések, illetve azok forrásárainak hitelességéről és megbízhatóságáról. Ha a megfigyeléseket súlyozzuk valamilyen plusz információ szerint, akkor az egyenlőség már nem lesz igaz.

Az általános (37-es egyenlet) leírásból, a megszorításból (40-es egyenlet) és a konfliktus Inagaki szerinti definíciójából (43-as egyenlet) jutunk el Inagaki egyesített szabályához (*mU*-val jelölve):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (44) |
|  |  | (45) |
|  |  | (46) |
|  |  | (47) |

A *k* paraméter felel a normalizálásért és értéke közvetlenül befolyásolja az egyesített *m-*ek értékét. Az értékének meghatározása egy fontos lépés ennek a szabálynak az implementációjában, viszont Inagaki szerint ez még egy nyitott kérdés [Inagaki, T. (1991). “Interdependence between Safety-Control Policy and Multiple-Sensor Schemes Via Dempster-Shafer Theory.” IEEE Transactions on Reliability 40 (2):182-188.]. Ha *k* = 0 értéket veszi föl, akkor Yager szabályát kapjuk meg, ha pedig , akkor Dempster szabályát.

Levezetés Yager szabályára:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Levezetés Dempster szabályára:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

A legszélsőségesebb esetben, amikor *k* a felső korlátjának értékét (*kext*-ként jelölve) veszi fel, azt Inagaki extra szabályának nevezzük és ekkor a következő formát veszi fel:

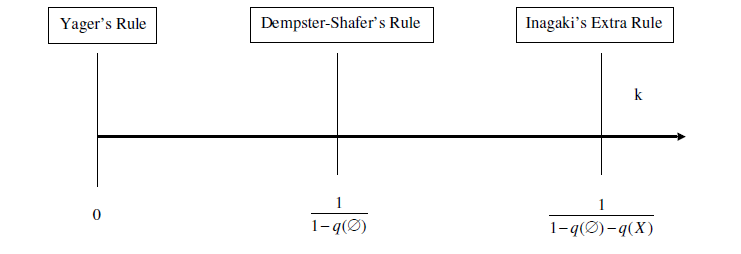
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (48) |
|  |  | (49) |

Levezetés Inagaki extra szabályára:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Ahogyan a (48)-as egyenletből is látszik, Inagaki extra szabályában, minda konfliktus (*q(*∅*)*) és mind a tudatlanság, bizonytalanság (*q(X)*)fel van használva a normalizáláshoz. Ennek eredményeképpen a megfigyelés ugyan meg lesz szűrve (, ahogyan azt Dempster szabályánál is láttuk), viszont a változtatás mértékénél a tudatlanság és a konfliktus relatív értékeit veszi figyelembe.

A következő ábrán láthatjuk *k* különböző értékei melyik szabálynak felelnek meg:



2. ábra: k lehetséges értékei Inagaki egyesített szabályában és az azokhoz tartozó szabályok

Ahogy feljebb is említve van, *k* kiválasztása egy nagyon fontos lépés a szabály implementálásakor, hiszen az értéke határozza meg a konfliktus jelentőségének mértékét és ráadásul minél nagyobb értéket vesz föl, annál nagyobb értékkel lesznek a megfigyelések normalizálva, ami a megfigyelés megszűréséhez, azaz a bizonyíték változatásához vezet.

# 5. A Dempster-Shafer és a Bayes elmélet általános összehasonlítása

A dolgozat célja a Dempster-Shafer modell alapú bizonytalanságkezelés felmérése a megfigyeléseken alapuló többosztályos osztályozók körében, a helyes végső döntés eléréséhez. A feladat eredményeit egy nagyobb projekten belül, a bionikus szemüveg felismerőfunkciói között szeretnénk a jövőben alkalmazni, a vizuális megfigyelések által okozott bizonytalanságok pontosabb mérésére. Ennek érdekében ebben a fejezetben néhány gyakorlati példán keresztül kerül összehasonlításra a Bayes és a DS modell viselkedése megfigyelések kombinálásakor, ezen belül is legjobban arra összpontosítva, hogy hogyan viselkednek bizonytalan, hiányos és/vagy ellentmondó megfigyelések érkeztekor.

## 5.1. Konverzió bayesi valószínűségekre

Ahhoz, hogy a két modellt össze lehessen vetni, szükség van egy konverzióra a modellekben használt értékek között. Az irodalomban számos transzformációs módszert említenek, de ezeken belül két módszer a legelterjedtebb: a pignisztikus és az elfogadhatósági transzformációs módszer.

* **Pignisztikus elfogadhatósági transzformációs:** Legyen Pp a pignisztikus valószínűségi függvény X eseménytéren, ami *m-*hez van rendelve, ekkor

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (50) |

* **Elfogadhatósági transzformációs módszer**: Legyen Ppl az a valószínűségi függvény, amit az X eseménytéren értelmezett, *m*-hez rendelt *pl-*ből számolunk, ekkor

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (51) |
|  |  | (52) |

Az összehasonlításhoz az utóbbi módszert választottam, mivel ez a módszer tűnik konzisztensebbnek a [Zadech, L. (1979). *On the validity of Dempster's rule of combination.* Berkeley, USA,: Univ. of California.]-ban leírtak alapján.

## 5.2. Implementáció

Az összehasonlításhoz felhasznált szabályok könnyebb számítása érdekében, MATLAB-ban elkészítettem azok implementációját. Ezeket a (16)-os, (19)-es, (24)-es, (25)-ös ,(28)-as, (31-33)-as, (44-47)-es, (48-49)-es és az (50-51)-es egyenletek írják le és implementációik rendre a *belief.m, plausibility.m, m\_DS.m, conflict.m, GPA.m, m\_Y.m, m\_U\_k.m* , *m\_U\_ext.m* és a *P\_pl\_m.m* fájlban találhatóak.

Az alap és az elemi valószínűség-hozzárendeléseket, valamint a meggyőződés- és az elfogadhatóság függvény értékeit a „map” nevű asszociatív tömbben tároltam, ahol a kulcsok értékei az univerzális halmaz összes lehetséges részhalmazának karakterei. Azaz, ha X = {1,2,3}, akkor a kulcsok: {{’0’},{’1’},{’2’},{’3’},{’12’},{’13’},{’23’},{’123’}}. Erre azért volt szükség, hogy könnyebben lehessen a különböző szabályokban használt halmazműveleteket számítani, illetve, hogy konzisztensek maradjanak a halmazokhoz rendelt értékek.

Dempster kombinációs szabályának különböző változatainak implementálásához először az elemi valószínűség-hozzárendelések függvényt implementáltam, majd annak az értékeiből számoltam ki Dempster, Yager és Inagaki extra szabályát különböző normalizációs tényezőkkel. Ezen kívül elkészítettem Inagaki egyesített szabályának az implementációját is, amelyik függvény az elemi valószínűség-hozzárendeléseken kívül a normalizációs tényezőt is bemenetként várja.

A legnagyobb nehézséget a meggyőződés (*bel*) és az elfogadhatóság (*pl*) implementálása okozta, mivel *bel* kiszámításához először azt kellett leimplementálni, hogy megkapjuk egy halmaz összes részhalmazát, valamint *pl* kiszámításához meg kellett keresni egy halmazhoz az összes olyan halmazt, amelyeknél azok metszete nem üres. Ennek a két halmazműveletnek az implementációja rendre az *allSubsetsContainingKey.m* és az *allSubsetsElementsOfKey.m* fájlban találhatóak.

Az elfogadhatósági transzformációs módszer implementálásakor először megkerestem az egykarakterű kulcsokat, mivel azok reprezentálják az egyedi eseményeket, amik a klasszikus valószínűségszámításban használatosak, majd azon kulcsokhoz tartozó *pl*-ekből számoltam ki a valószínűségeket.

Az összehasonlításhoz használt adatok és függvényhívások a *Dempster\_Shafer\_Demo.m* fájlban találhatóak.

## 5.3. Konfliktus és tudatlanság kezelése

Ebben a fejezetben négyféle gyakorlati példán keresztül hasonlítom össze a Bayes modellt és a DS modellt, valamint annak különböző változatait. A példák kiválasztásában kétféle szempontot figyeltem, a konfliktus és a tudatlanság mértékét két megfigyelésben. Ezek függvényében négyféle szituációban mértem fel a modellek viselkedését:

1. *Kicsi a konfliktus és kicsi a tudatlanság*
2. *Kicsi a konfliktus és nagy a tudatlanság*
3. *Nagy a konfliktus és kicsi a tudatlanság*
4. *Relatív nagy a konfliktus és relatív nagy a tudatlanság*

A negyedik esetben a relatív kifejezés azért használatos, mert két megfigyelés között nem lehet egyszerre nagy a konfliktus és a tudatlanság, mivel a tudatlanság arra utal, hogy nem tudjuk eldönteni, hogy a megfigyelt objektum milyen osztályba tartozik, így az univerzális halmazhoz társítjuk, a konfliktus pedig arra, hogy a két megfigyelés más-más osztálynak tulajdonít nagy valószínűséget.

A négyféle szituáció mindegyikében 3 osztályt és két bejövő megfigyelést vettem alapul. A példákhoz felhasznált alap-valószínűséghozzárendelések és a hozzájuk tartozó konvertált valószínűségek a következő három táblázatban vannak felsorolva:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | m1 | | | | | | | |
|  | {0} | {1} | {2} | {3} | {12} | {13} | {23} | {123} |
| 1. | 0 | 0.85 | 0.05 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.1 |
| 2. | 0 | 0.2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.8 |
| 3. | 0 | 0.85 | 0.05 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.1 |
| 4. | 0 | 0.55 | 0.05 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.4 |

2. táblázat: Tudatlanság és konfliktus kezelésének összehasonlítására használt alap valószínűség-hozzárendelések az első megfigyelésben

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | m2 | | | | | | | |
|  | {0} | {1} | {2} | {3} | {12} | {13} | {23} | {123} |
| 1. | 0 | 0.85 | 0.1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.05 |
| 2. | 0 | 0 | 0.15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.85 |
| 3. | 0 | 0.1 | 0 | 0.8 | 0 | 0 | 0 | 0.1 |
| 4. | 0 | 0 | 0 | 0.45 | 0 | 0 | 0 | 0.55 |

3. táblázat: Tudatlanság és konfliktus kezelésének összehasonlítására használt alap valószínűség-hozzárendelések a második megfigyelésben

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | P1 | | | P2 | | |
|  | {1} | {2} | {3} | {1} | {2} | {3} |
| 1. | 0.7917 | 0.1250 | 0.0833 | 0.8182 | 0.1364 | 0.0455 |
| 2. | 0.3846 | 0.3077 | 0.3077 | 0.3148 | 0.3704 | 0.3148 |
| 3. | 0.7917 | 0.1250 | 0.0833 | 0.1667 | 0.0833 | 0.7500 |
| 4. | 0.5278 | 0.2500 | 0.2222 | 0.2619 | 0.2619 | 0.4762 |

4. táblázat: Tudatlanság és konfliktus kezelésének összehasonlítására kiszámolt valószínűségek

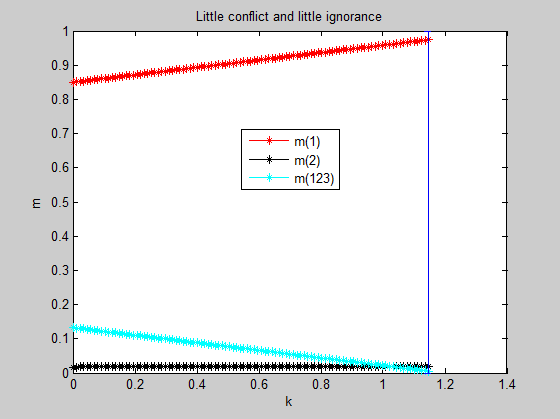
Az összehasonlítás során először Inagaki egyesített kombinációs szabályának viselkedését figyeltem meg a normalizációs tényező, *k* függvényében, mivel Inagaki egyesített szabálya három különböző Dempster kombinációs szabályt is tartalmazza. Ezek eredményei az 1.-4. ábrán láthatóak. A értéknél Yager szabályának, a értéknél Dempster szabályának és a értéknél pedig Inagaki extra szabályának felel meg. Az ábrákon az y tengellyel párhuzamos kék csík jelöli Dempster szabályának értékeit, az x tengely legkisebb értékéhez tartozó y értékek jelölik Yager szabályát, ahol pedig az *k* a legnagyobb értékét veszi föl, az ahhoz tartozó y értékek jelölik Inagaki extra szabályát.

Ezen kívül a Demspter szabály értékeiből kapott *bel*-t és *pl*-t összevetettem a bayesi valószínűségekkel, mivel a DS elmélet szerint egy feltevés pontos valószínűsége ezen értékek között van.

### 5.3.1. Kicsi konfliktus és kicsi tudatlanság

Azokat a megfigyeléseket, melyekben kicsi a tudatlanság, bizonytalanság és kicsi az ellentmondás, pontos és egyetértő megfigyeléseknek nevezzük, amik az osztályozás szempontjából a legjobbak.

A következő ábrán látható Inagaki egyesített kombinációs szabályának viselkedése ezen megfigyelésekre különböző *k* értékeknél. *k* = 0 – nál Yager szabályából, a kékkel jelölt egyenes metszéspontjai Dempster szabályából, a maximális értékeknél pedig Inagaki extra szabályából eredő eredményeket kapjuk meg.



1. ábra: Inagaki egyesített szabályának eredményei - az alap valószínűség-hozzárendelések értékei - különböző *k* értékekkel kicsi konfliktusra és kicsi tudatlanságra

Az ábrából látható, hogy az úgymond jó (pontos és egyetértő) megfigyelések érkeztekor nincs nagy különbség a három szabály használatában. Dempster és Inagaki extra szabálya majdnem ugyanazt a végső eredményt hozzák ki. Ez annak köszönhető, hogy kicsi a tudatlanság a két megfigyelésben és így a normalizációs tényezőjük is majdnem egyenlő.

A legnagyobb különbség Yager szabályában van. Az ábráról is látszik, hogy kicsi konfliktus hatására is *viszonylag nagy lesz a tudatlanság* a végső eredményben a többi szabályhoz képest, hiszen Yager a konfliktus értékét a bizonytalanság értékéhez adja hozzá, míg a másik két szabályban a konfliktus értékét normalizálásra használják. Yager szabályában a megfigyelés pontos leírásának ellenében ez a nagy hátránya, hiszen valós osztályozó rendszerekben számos megfigyelés érkezik, amik szinte sosem 100%-ig pontosak. Emiatt, még, ha kicsi is a tudatlanság a megfigyelésekben, ha sokat kombinálunk össze belőlük, a végső eredmény eléggé bizonytalan lesz.

A következő táblázatban a Dempster szabály értékeiből kapott *bel* és *pl* értékei és a bayesi valószínűségek láthatóak:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | {1} | {2} | {3} |
| P | 0.8049 | 0.1307 | 0.0644 |
| Bel | 0.9742 | 0.0201 | 0 |
| Pl | 0.9799 | 0.0258 | 0.0057 |

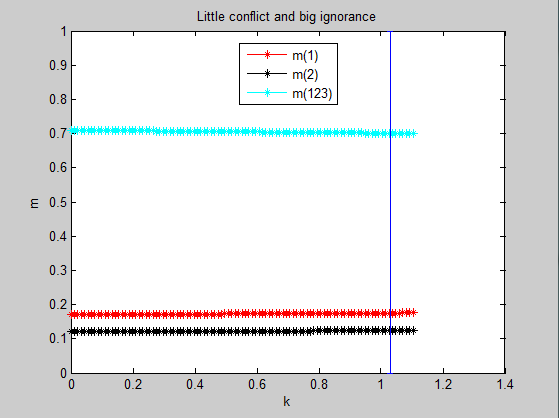
5. táblázat: Meggyőződés, elfogadhatóság és bayesi valószínűségek kicsi konfliktussal és kicsi tudatlansággal

Mivel a megfigyelésekben kicsi a bizonytalanság, ezért várható volt, hogy a bayesi valószínűségek és a *bel* és *pl* értékeivel behatárolt valószínűségek értékei közel vannak egymáshoz, hiszen, ha semmilyen tudatlanság sincs az adatok között, akkor csak elemi események *m*-je nagyobb 0-nál, így minden -re igaz lesz, hogy , amiből a [3.2.3.-as](#_3.2.3._Meggyőződés_és) fejezetben leírtak szerint következik, hogy DS modell leegyszerűsödik a Bayes modellre. Az értékek közötti különbségek a megfigyelések közötti konfliktusnak és a modellekben használt bizonytalan információ reprezentációinak tudhatók be. Mivel ebben az esetben az {1}-es esemény valószínűsége dominál és emellett *bel* és *pl* értékei is majdnem egyenlők, ezért egy viszonylag biztos végső döntést tudunk hozni.

### 5.3.2. Kicsi konfliktus és nagy tudatlanság

Ha két megfigyelés között kicsi a konfliktus és nagy a tudatlanság, az általában annak tudható be, hogy a megfigyelt objektum nem tartozik egyetlen osztályhoz sem vagy, hogy nagyon zajos az adat.

A következő ábrán látható Inagaki egyesített kombinációs szabályának viselkedése ezen megfigyelésekre:



2. ábra: Inagaki egyesített szabályának eredményei - az alap valószínűség-hozzárendelések értékei - különböző *k* értékekkel kicsi konfliktusra és nagy tudatlanságra

Az ábrából látható, hogy ebben az esetben szinte semmilyen különbség sincs a három szabály használatában. Ez a szabályok definíciójából fakad, hiszen, ha nincsen konfliktus a megfigyelések között, akkor Dempster szabálya egyenlő lesz Yager szabályával, ami a (34-36)-os egyenletekből következik. Ezen kívül igaz, hogy Inagaki extra szabálya a tudatlanság értékét is beleveszi a normalizációs tényezőbe, de, ha megnézzük a szabályt [(48)-as egyenlet], akkor abból látszik, hogy az elemi valószínűség-hozzárendeléseket -val normalizálja, ami, ha nagy értéket vesz föl, akkor 1-hez közelít és így szintén Yager szabályához jutunk el.

Ezen kívül, az előző esethez képest, itt nem lett relevánsan nagyobb a bizonytalanság Yager szabályával. Ez a Dempster szabályában leírt konfliktus mértékének definíciójából [(25)-ös egyenlet] és teszthalmaz felállításából ered, mivel az előző esetben , ebben az esetben pedig .

A következő táblázatban a Dempster szabály értékeiből kapott *bel* és *pl* értékei és a bayesi valószínűségek láthatóak erre az esetre:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | {1} | {2} | {3} |
| P | 0.3497 | 0.3390 | 0.3113 |
| Bel | 0.1753 | 0.1237 | 0 |
| Pl | 0.8763 | 0.8247 | 0.7010 |

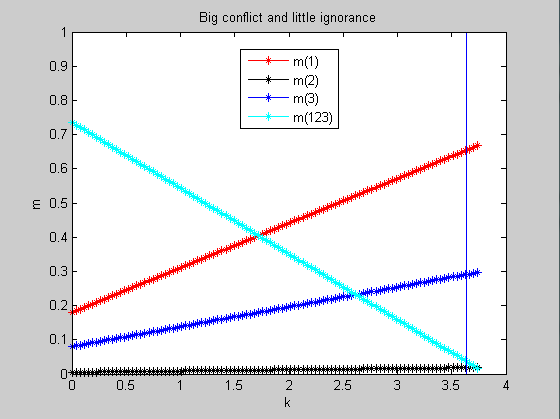
6. táblázat: Meggyőződés, elfogadhatóság és bayesi valószínűségek kicsi konfliktussal és nagy tudatlansággal

A táblázatból látszik, hogy ebben az esetben már elég eloszlóak az értékek *bel* és *pl* között. Ez abból következik, hogy az elemi események *bel-*jeinek számításakor csak azokat az *m* értékeket vesszük figyelembe, melyek részhalmazai nekik, azaz csak az saját *m* értékeiket, amik nagy bizonytalanság esetében elég kicsik. Másfelől ahol ebben az esetben és, mivel *bel* értékei alacsonyak, ezért *pl* értékei magasak lesznek. Abból kifolyólag, hogy *bel* és *pl* értékei ennyire különböznek egy-egy eseményre, nem tudunk egy biztos végső döntést hozni, mivel nagyon nagy az intervallum, amiben a tényleges valószínűség elhelyezkedik. Ez hasonlóan elmondható a bayesi valószínűségekre is, ott viszont abból kifolyólag, hogy az összes esemény valószínűsége közel egyenlő. Ez a Bayes modell felépítése miatt van, mivel nagy bizonytalanság esetén a modell kinormalizálja a tudatlanságot a valószínűségek között. Ebben az esetben látható a legjobban a Bayes modell hiányossága a bizonytalan információ reprezentálásában, hiszen nem a tényleges tudást vagy tudatlanságot ábrázolja, hanem mesterkélt valószínűségeket, a DS modellel ellentétben.

### 5.3.3. Nagy konfliktus és kicsi tudatlanság

Amikor két megfigyelés teljesen ellentétes feltételezéseknek tulajdonít nagy valószínűséget, akkor azokat ellentmondó megfigyeléseknek hívjuk. Ilyen esetekben, ha a megfigyelések erőteljesen ellentmondóak, jogosan feltételezhetjük, hogy az egyik szenzor helytelen adatokat szolgáltat, hibásan működik.

A következő ábrán látható Inagaki egyesített kombinációs szabályának viselkedése ezen megfigyelésekre:



3. ábra: Inagaki egyesített szabályának eredményei - az alap valószínűség-hozzárendelések értékei - különböző *k* értékekkel nagy konfliktusra és kicsi tudatlanságra

Ezen az ábrán már jól kivehető a különbség Dempster és Inagaki extra szabálya, valamint Yager szabálya között, mivel Yager szabályában a konfliktust mértékét az együttes bizonytalansághoz társítjuk, míg a másik két esetben ezt az értéket normalizáláshoz használjuk fel. Ha abból indulunk ki, hogy az egyik megfigyelő hibásan működik, akkor Yager modellje egy pontosabb leírást ad az aktuális állapotról, hiszen, mivel nem tudjuk, hogy melyik a hibás, ezért az ellentmondást a tudatlanság mértékeként fogjuk fel.

A következő táblázatban a Dempster szabály értékeiből kapott *bel* és *pl* értékei és a bayesi valószínűségek láthatóak:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | {1} | {2} | {3} |
| P | 0.4792 | 0.1042 | 0.4167 |
| Bel | 0.6545 | 0.0182 | 0.2909 |
| Pl | 0.6909 | 0.0545 | 0.3273 |

7. táblázat: Meggyőződés, elfogadhatóság és bayesi valószínűségek nagy konfliktussal és kicsi tudatlansággal

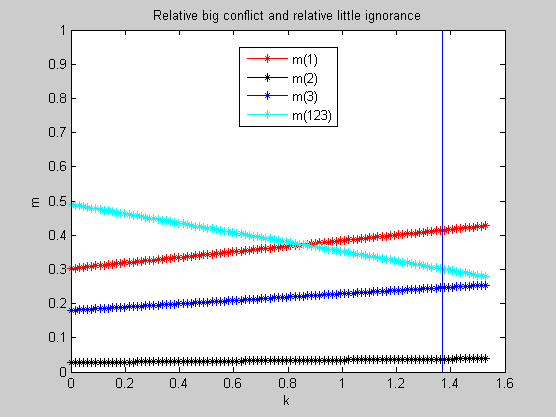
Dempster szabályának hibája ebben a szituációban vehető a legjobban észre, hiszen a végső eredményből azt látjuk, hogy az {1}-es esemény a legvalószínűbb, ráadásul a *bel* és *pl* értékei is közel vannak egymáshoz, de, ha megnézzük az eredeti megfigyeléseket a 2. táblázatban, ahol m1(1) = 0.85, m2(1) = 0.1, m2(3) = 0.8, akkor abból ez az eredmény egyáltalán nem következtethető. Az {1}-es esemény dominálása annak tudható be, hogy az volt az egyetlen olyan elemi esemény, aminek nem volt 0 az *m*-je egyik megfigyelésben sem és emiatt sokkal nagyobb valószínűséget kapott, mint a {3}-as esemény az egyesítés során. Ezen kívül *bel* és *pl* értékei minden esetben közel vannak egymáshoz a konfliktus kinormalizálása miatt, ami arra utal, hogy kicsi a bizonytalanság az egyesített értékekben, pedig valójában nem tudjuk, hogy pontosak-e a megfigyelések. Ennek a reprezentálási problémának feloldásának egyik helyes módja a feljebb is említett Yager szabályának alkalmazása.

A bayesi valószínűségeknél hasonló a helyzet, annyi különbséggel, hogy a megfigyelések valószínűségeinek átlagával arányosak az egyesített értékek, így egyik eseményhez sem társít helytelenül nagy valószínűséget.

### 5.3.4. Relatív nagy konfliktus és relatív nagy tudatlanság

Abban az esetben, ha a megfigyelések egyben bizonytalanok és még ellenmondóak is, akkor nem igazán tudunk még feltételezéseket sem adni a szenzorok működéséről, illetve a megfigyelt objektum mivoltáról, hiszen majdnem minden kombináció szóba jöhet az ideálison kívül, mikor mindkét szenzor jól működik, az adat nem zajos és a megfigyelt objektum beletartozik egy osztályba.

A következő ábrán látható Inagaki egyesített kombinációs szabályának viselkedése ezen megfigyelésekre:



4. ábra: Inagaki egyesített szabályának eredményei - az alap valószínűség-hozzárendelések értékei - különböző *k* értékekkel relatív nagy konfliktusra és relatív nagy tudatlanságra

A 4. ábrából látszik, hogy ebben az esetben a kombinációs szabályok hasonló értékeket produkálnak. A kisebb eltérések a *k* normalizációs tényezőben való eltérés miatt vannak.

A következő táblázatban a Dempster szabály értékeiből kapott *bel* és *pl* értékei és a bayesi valószínűségek láthatóak:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | {1} | {2} | {3} |
| P | 0.3948 | 0.2560 | 0.3492 |
| Bel | 0.4144 | 0.0377 | 0.2466 |
| Pl | 0.7158 | 0.3390 | 0.5479 |

8. táblázat: Meggyőződés, elfogadhatóság és bayesi valószínűségek relatív nagy konfliktussal és relatív nagy tudatlansággal

A táblázat értékei hasonlóak, mint az 5. táblázatban látottak, csak nem annyira szélsőségesek. *Bel* és *pl* értékei közötti különbség itt is a megfigyelések bizonytalanságának tudható be, csak itt mérsékeltebbek, hiszen kisebb a tudatlanság. Az, hogy a dempsteri egyesítés végső értékei arányosak az eredeti megfigyelések értékeihez, az annak köszönhető, hogy az elemi események *m*-jei közül a két megfigyelésben nem volt közös adat. Ahogyan azt a [4.3.2.-es](#_4.3.2._Kicsi_konfliktus) alfejezetben is említettem, *bel* és *pl* értékeinek különbözése miatt nem tudunk egy biztos végső döntést hozni, mivel nagyon nagy az intervallum, amiben a tényleges valószínűség elhelyezkedik, viszont ez egyben azt is kifejezi, hogy viszonylag nagy a bizonytalanságunk, ami ebben az esetben igaz is. Itt is látható a Bayes modell hiányossága, mivel ugyanúgy kinormalizálja a tudatlanságot a valószínűségek között, mint, mikor két bizonytalan megfigyelés érkezett.

## 5.4. Végső döntés kezelése

Ebben a fejezetben egy példán keresztül látható a Bayes modell információreprezentálásának hiánya a végső döntés meghozatalában, illetve egyben az elfogadhatósági transzformációs módszer hátránya.

A példában felhasznált modell ugyancsak 3 osztályból áll, mint az előző fejezetekben és 2 egymás után bejövő megfigyelés vizsgál.

Tegyük fel, hogy az első megfigyelés eredményeképpen a következő alap valószínűség-hozzárendeléseket kaptuk: m1 = [0, 0.1, 0.1, 0.3, 0.5, 0, 0, 0]. Ekkor, ha kiszámoljuk Dempster szabályával az egy elemű osztályok megbízhatóságát és elfogadhatóságát, valamint a bayesi valószínűségeket, akkor a következő eredményt kapjuk:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | {1} | {2} | {3} |
| Megbízhatóság | 0.1 | 0.1 | 0.3 |
| Elfogadhatóság | 0.6 | 0.6 | 0.3 |
| Valószínűség | 0.4 | 0.4 | 0.2 |

9. táblázat: Megbízhatóság, elfogadhatóság és az elfogadhatósági transzformációs módszerrel kiszámolt valószínűségek az első bejövő megfigyelésre

Ilyen esetben sem a demspteri, sem pedig a bayesi eredményekből nem tudunk döntést hozni, hiszen az előbbiben az első két osztály megbízhatóság értékei nagyon alacsonyak, a harmadiknak pedig az elfogadhatósági értéke is, az utóbbiban pedig az első két osztálynak ugyanakkora és nem túl nagy a valószínűsége.

Tegyük fel, hogy ezután egy második megfigyelés érkezik, aminek az eredménye a következő: m2 = [0, 0.4, 0.1, 0, 0.2, 0, 0.3, 0]. Ebben az esetben a megbízhatóság és elfogadhatóság, valamint a bayesi valószínűségeket a következőképpen alakulnak:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | {1} | {2} | {3} |
| Megbízhatóság | 0.4 | 0.1 | 0 |
| Elfogadhatóság | 0.6 | 0.6 | 0.3 |
| Valószínűség | 0.4 | 0.4 | 0.2 |

10. táblázat: Megbízhatóság, elfogadhatóság és az elfogadhatósági transzformációs módszerrel kiszámolt valószínűségek a második bejövő megfigyelésre

Vegyük észre, hogy míg a dempsteri eredményekben az első osztály megbízhatósága megnőtt és így már tudnánk az első osztály mellett dönteni (modell/osztályozó beállításaitól függően), a bayesi eredményekben viszont nem látható változás. Ez, amint fentebb is említettem, egyrészt az elfogadhatósági transzformációs módszer hátrányát mutatja be, hiszen csak az elfogadhatóság értékeiből számol, amik viszont bizonytalanság hatására is megnőnek, így, ha nagy különbség is volt az megbízhatóság értékeiben az egyelemű osztályhalmazoknál, akkor is valamelyest kiegyenlítődnek az elfogadhatósági értékeik ennek hatására. Valamint, ha két osztályra nézzük, akkor együttes *m*–jüknek növekedésével hasonló helyzet keletkezik.

Ezen kívül itt látható, hogy a bayesi modellre való konvertáláskor jelentős információveszteség keletkezik, aminek hatására helytelen végeredményt kapunk.

# 6. Esettanulmány: bankjegyfelismerés

A következő fejezetekben egy, a Dempster-Shafer modellel való együttes osztályozós rendszer utolsó rétegének, azaz az osztályozók kimeneteinek kombinálásáért felelős rétegnek egy lehetséges felépítése, megvalósítása következik. Az első részben a rendszer modellezése és a bejövő adatok leképezése alap valószínűség-hozzárendelésekre kerülnek bemutatásra, majd utána a megvalósított rendszer eredményei olvashatók.

## 6.1. Bankjegyfelismerés modellezése

Ebben a fejezetben a bionikus szemüveg felismerőfunkciói közül a bankjegyfelismerés modellezésének egy lehetséges alternatívája kerül bemutatásra a Dempster-Shafer modellel. A bankjegyfelismerő funkció egy folyamatos bejövő videó egyes képeit figyeli és egy együttes osztályozóval működik, aminek az egyes osztályozói egy-egy a bankjegyen megjelenő tulajdonságot figyelnek. A jelenlegi rendszerben az osztályozók a bizonytalanságot legtöbb esetben figyelmen kívül hagyják, mivel egy bizonyos empirikusan megállapított konfidencia felett biztosra veszik az osztályozónak a kimeneti eredményét, és emiatt információveszteség keletkezik, azaz a végső eredmények nem reprezentálják pontosan a megfigyelt információt. Ennek a problémának a kiküszöbölésére kerül a dolgozatban egy javaslat bemutatásra a Dempster-Shafer modellel való információreprezentálással.

A bankjegyeken előforduló három tulajdonság modellezésére kerül sor:

* Számjegyek
  + Számosság
  + Első számjegy értéke
* Minta (például arc, címer)
* Szín

Az ezeket a tulajdonságokat figyelő osztályozók kimeneteinek a levetítésére alap valószínűség-hozzárendelésre (*m*) egy-egy interfész tervezésére van szükség, ami az adatok alapján mind a pozitív és negatív osztályokat is reprezentálja, illetve a bizonytalanságot is, majd a levetített értékek egyesítésével kapjuk meg a végső *m*-eket.

A bankjegyfelismerésnél 6 pozitív osztály van a modellben, amik maguk a különböző bankjegyek, így a lehetséges kimeneti osztályok száma, azaz az univerzális halmaz számossága 7 a negatív osztállyal együtt.

A következő ábrán látható a rendszer felépítése:

IDE KERÜL EGY ÁBRA, AHOL RÉTEGENKÉNT OTT VAN MINDEN

A következő bekezdésben az egyes osztályozók kimeneteinek levetítéséről lesz szó.

### 6.1.1. Számjegyfelismerő levetítése

A számjegyfelismerő modellezésénél 3 bemeneti adatból indulunk ki: az első számjegynek a korrelációja a lehetséges számokkal, azaz 0-val, 1-el, 2-vel és 5-tel; a fél számjegyek számossága; és egy igaz vagy hamis érték arra, hogy az utolsó számjegy után lehet még másik is.

Az utolsó adatnak csak olyan esetekben van jelentősége, amikor a fél számjegyek száma pont egy felső határértéket vesznek fel, például, ha 6 darab fél számjegyet ismer fel, viszont lehetséges, hogy van egy hetedik is, akkor megnő annak az esélye, hogy egy 8 fél számjegyből álló szám van a bemeneti képen.

A számjegyfelismerő levetítésénél a bejövő adatoknál az a probléma merül fel, hogy nincs elég információ belőlük ahhoz, hogy minden esetben pontosan meg tudjuk határozni, hogy mi lesz a kimeneti osztály, még, ha nincs is bizonytalanság a megfigyelésben. Hiszen, ha például azt detektálja, hogy egy 500-as számot lát, az nem feltétlenül jelenti azt, hogy egy 500-as bankjegy van a képen, mivel az 500-as minta az 5000-es szám mintájának a része, így egy 5000-es bankjegy is lehet a bemeneti képen, hiszen nincs elég információ ahhoz, hogy kizárhassuk annak a lehetőségét. Ez a probléma 3 esetben merül fel: amikor 500-as, 1000-es vagy 2000-es mintát detektál az osztályozó. Mivel a DS modellben az univerzális halmaz bármely részhalmaz *m*-jének van külön értelmezhető értéke, ezért az ilyen esetekben egy bizonyos súllyal indokolt teret engedni sorban m(500, 5000)–nek, m(1000, 10000)–nek és m(2000, 20000)–nek m(500), m(1000) és m(2000) mellett. Emellett akkor sem tudunk egyértelmű kimeneti osztályt adni, ha 0-val kezdődő számjegysort detektálunk, hiszen mindegyik bankjegyen szereplő számban szerepelnek, egyedül a 0-k számának növekedésével szűkíteni a lehetséges kimeneti osztályokat. Ez viszont nem azt jelenti, hogy bizonytalan a megfigyelés, hanem csak eldöntetlen, mivel, ha teljesen biztosan azt látjuk, hogy a kimenet ’0000’, akkor biztosan állíthatjuk azt is, hogy m(10000, 20000) = 1.

Ezen kívül egy másik probléma a levetítésnél, hogy nem tudunk semmilyen közvetlen információt arról, hogy milyen értékkel soroljuk a negatív osztályba a bejövő megfigyelést. A számjegyfelismerőnél egyedül arról lehet közvetett információnk, hogy a bizonytalanság értéke hogyan oszlik szét azokon az *m-*eken belül, amik azt reprezentálják, hogy az egy bankjegy vagy pedig, hogy bármi lehet (teljes bizonytalanság). A bizonytalanságra a korrelációk alapján tudunk egy hozzávetőleges értéket adni, hiszen a fél számjegyek számossága és a szám teljességére adott logikai érték is egy rögzített érték, aminek önmagában nincsen elvárt eredménye, mint ahogyan a korrelációnál az az 1 lenne, így a levetítésben a korrelációk maximumával arányosan kerül érték arra, hogy egy bankjegy látható a bemeneten, és az 1-ből kivont értékével arányosan pedig arra, hogy bármi lehet a képen.

A számjegyfelismerőnél még egy módja lehetne a negatív osztályra való következtetésre, ami a korrelációk közti ellentmondás megfigyelése. Hiszen, ha két számjegyre is magas a korreláció, akkor arra következtethetnénk, hogy ellentmondás van az osztályozón belül, ami arra utal, hogy az elvárttól különböző bemeneti osztály van a képen, azaz egy negatív osztály. Más felől viszont az első számjegy felismerésénél vannak átfedések az osztályok között, így kialakulhat olyan kimenet, ahol viszonylag magas értéket vesz föl két osztály. Ennek a kérdésnek a feloldására a dolgozat nem tér ki, mivel egy hosszabb tanulmányozását igényelné az első számjegy felismeréséért felelős osztályozónak, ami nem képezi a témának a középpontját (Például: Melyik osztályok átfedőek és milyen mértékben? Milyen bemeneteknél fordul elő, hogy kettőnek is magas a korrelációja? Historikus adatok alapján hol lehetne meghúzni a határt?).

### 6.1.2. Mintafelismerő levetítése

A mintafelismerő modellezésénél egy módosított 1-NN osztályozó kimeneteiből indulunk ki, ami annyiban különbözik, hogy minden osztályhoz definiál egy hipergömböt és csak akkor fogadja el a bemenetet, ha az beleesik abba. Ha az osztályozótól lekérjük ezt a távolságot, illetve a klaszterhatárok értékeit, akkor ezzel lehetővé válik a relatív távolság felhasználása bemeneti értékként. A relatív távolság alatt azt a középponttól távolságot értjük, ami normalizálva van az egyes klaszterhatárok (toleranciahatárok) távolságaival. Például, ha a határ értéke 2 és a tényleges távolság 0.5, akkor a relatív távolság értéke 0.5/2 = 0.25.

A levetítő függvény a legrövidebb relatív távolságot kapja bemenetül az ahhoz tartozó osztály azonosítójával. Abban az esetben, ha a relatív távolság értéke nagyobb, mint 1, egyik pozitív osztályba sem tartozik bele, de, ha abból indulunk ki, hogy a lefedettség közel 100%-os, akkor feltételezhetjük, hogy ilyen esetben a negatív osztály mellett lehet dönteni. Viszont, mivel megeshet, hogy a bemeneten egy bankjegy van, de nincsen felismerhető minta rajta (például csak részlegesen látszik a bankjegy vagy valami kitakarja a mintát), ezért ilyen esetben egy 0-nál magasabb érték rendelődik a teljes bizonytalansághoz, hogy teret engedjen a többi osztálynak is. Ennek olyan esetekben van jelentősége, amikor a többi osztályozó egy pozitív osztály mellett dönt, hogy akkor ne legyen teljes konfliktus (*K* = 1) az egyesítésnél, mivel azt egyrészt a Dempster-Shafer modell nem tudja lekezelni[[1]](#footnote-1), mivel (1-*K*) - val normalizál,másrészt pedig, hogy ne zárja ki teljesen a pozitív osztályokat a végső döntésből.

A levetítő függvényben egy normális eloszlású sűrűségfüggvény és egy koszinusz függvény átlagaként megkapott kernel függvényből képeződik le a relatív távolság *m*-re, aminek a maximumhelye 0-ban van és 1 az értéke. Ha a legközelebbi mintához tartozó osztály még beleesik a klaszterhatárba, akkor *m*-jea kernel függvénynek a relatív távolságban lévő függvényértékét kapja meg, ha pont a határon van, akkor az univerzális halmaz *m*-je lesz 1 és minden más *m* 0, ha pedig kívülre esik, akkor a negatív osztályhoz tartozó *m* az 1-ből kivont függvényértéket kapja meg.

A bizonytalanság mértéke a kimenetben a maradék értéket veszi fel, pozitív kimenetkor a relatív távolsággal súlyozva oszlik szét az univerzális halmaz *m*-je és annak az *m*-je között, hogy egy bankjegy látható a képen, negatív kimenetkor pedig csak az univerzális halmazhoz társul.

### 6.1.3. Színfelismerő levetítése

A színfelismerő modellezése a mintafelismerőéhez hasonló, de egy fuzzy k-NN osztályozóból indulunk ki, aminek a kimenetei ugyancsak a relatív távolságai a bejövő színnek az egyes pozitív osztályok középpontjára nézve. Ennél az osztályozónál viszont mind a 6 pozitív osztályra kapunk egy relatív távolságot.

A színfelismerő az egyetlen olyan osztályozó, aminek a kimenetével függetlenül a többi osztályozó kimeneteitől egyértelműen be lehet azonosítani egy bankjegyet, mivel a szín alapján egyértelmű a leképezés. (A mintafelismerőnél azért nem mondható ez el, mivel a legjobban felismert minta nem feltétlenül csak egy bankjegyhez tartozik, ilyen például a címer.) Az egyértelműsítés rovására viszont a klaszterek között van átfedés és több mint két osztály között is lehet. Ezen tulajdonság miatt a színfelismerő levetítésénél nem csak a legrövidebb relatív távolság van figyelembe véve, hanem mindegyik, amelyik beleesik a klaszterhatárba.

Levetítéskor a relatív távolságok, amik kisebbek, mint 1, csökkenő sorrendbe vannak állítva, majd a legtávolabbinak a kernel függvényben felvett értéke a távolságokhoz tartozó osztályok közös *m*-jéhez társul. Ezután az első érték és a hozzá tartozó osztály kivételével a következő legtávolabbi értéknél ugyanez az eljárás, csak az *m*-hez társított értékből kivonódik az előző *m* érték. Egészen addig megy ez az eljárás, amíg csak a legközelebbi érték marad, ami csak az ahhoz tartozó osztály *m*-jét növeli.

A bizonytalanság értéke abban az esetben, amikor egyik relatív távolság sem esik bele a klaszterhatárokba, akkor hasonlóan működik a mintafelismerőhöz, annyi különbséggel, hogy minden bele nem eső távolságnál kiszámolódik a kernel függvényből a negatív osztályhoz tartozó *m* értéke és a teljes bizonytalanság értéke is, majd ezek normalizált összege kerül a végső eredménybe. Abban az esetben, amikor van legalább egy relatív távolság, ami beleesik a klaszterhatárba, a bizonytalanságot a maradék érték teszi ki, ahol annak az *m*-je, hogy az egy bankjegy, a maximális *m*-mel (maximális bizonyosság) súlyozódik, a teljes bizonytalanság pedig a maximális *m*-nek az egyből kivont értékével.

## 6.2. Dempster-Shafer modell eredményei

Ebben a fejezetben gyakorlati példákon keresztül kerül bemutatásra a megvalósított rendszer, olyan bemeneti képekre, ahol nem mindig egyértelmű 1-1 osztályozónak a kimenete, illetve bemutató jelleggel összehasonlításra kerül a jelenlegi rendszer és a dolgozatban felvázolt rendszer eredményei.

### 6.2.1. Áttekintő eredmények bizonytalan bemeneteknél

A példák kiválasztásánál a fő szempont az volt, hogy olyanok kerültek bele, ahol nehezen állapítható meg a kimeneti osztály, ami vagy nem egyértelmű bejövő adat miatt van (például címer vagy csak három 0-t látunk) vagy ellentmondóak azok vagy nagy a bizonytalanságuk vagy pedig nem látunk semmit.

Ezek alapján 6 különböző aleset kerül bemutatásra:

1. A bemeneten semmit sem látunk
2. Csak a címer felismerhető
3. Csak egy ’000’-s számjegy felismerhető
4. Egy ’000’-s számjegy felismerhető és szín szerint közepesen magas konfidenciával 5000-s ismerhető fel
5. Minden osztályozó 10.000-s bankjegyet ismer fel, de nagy bizonytalansággal
6. A színfelismerő és mintafelismerő negatív bemenetet lát, a számfelismerő pedig egy ’500’-ast lát közepesen magas konfidenciával

Az eredményeinek számolásakor a Dempster szabálya lett használva, a valószínűségekre való leképezéskor pedig a pignisztikus transzformációs módszer. A számjegyfelismerő, mintafelismerő és színfelismerő levetítő függvények sorban a *NumRecOutput2Mass.m*, a

*PatternOutput2Mass.m* és a *ColorOutput2Mass.m* fájlokban találhatók, a példák bemenetei és a függvényhívások a *Banknote\_Demo\_2.m* fájlban találhatók.

Az első és a második eset végső valószínűségeinek eredményei a következő táblázatban láthatók:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 500 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 20000 | Negatív |
| 1. eset | 0,0202 | 0,0202 | 0,0202 | 0,0202 | 0,0202 | 0,0202 | 0,8788 |
| 2. eset | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0 |

11. táblázat: Eredmények negatív bemenetre és címer felismerésére

A táblázatból jól kivehető, hogy a rendszer különböző eredményt ad arra, ha nem látunk semmit és, ha egyértelműen felismerhető egy címer a bemeneten. Ennek nagy jelentősége van, hiszen fontos megkülönböztetni az osztályozási problémáknál azt a két esetet, amikor tudom, hogy nem egy pozitív osztály van a bemeneten, és amikor csak nem tudom eldönteni, hogy melyik pozitív osztály van rajta. Az első eset eredményeiben a pozitív osztályoknak azért van 0-nál nagyobb értékük, mivel a rendszer úgy lett tervezve, hogy minden levetítő függvénye teret engedjen azoknak, még, ha a bejövő megfigyelés negatív osztályba is tartozik kimenet szempontjából.

A harmadik és negyedik eset végső valószínűségeinek eredményei a következő táblázatban láthatók:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 500 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 20000 | Negatív |
| 3. eset | 0 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0 |
| 4. eset | 0 | 0,0837 | 0,0837 | 0,6652 | 0,0837 | 0,0837 | 0 |

12. táblázat: Eldöntetlen eredmények alakulása új bejövő információ hatására

A táblázatból látható, hogy a 3. esetben egyedül az 500-as bankjegyet lehet kizárni a végső döntésből, hiszen csak az nem tartalmaz három darab 0-t a számjegyei között, valamint az is kivehető, hogy megnő az 5000-es bankjegy valószínűsége egy új információ hatására. A 4. eset eredményében látható, hogy annak ellenére, hogy a bejövő információk alapján kizárólag az 5000-es bankjegy jöhetne szóba, mégsem zárja ki a többi osztályt, hiszen valamennyire bizonytalan volt a színfelismerőtől bejövő információ, miszerint 5000-es bankjegy látható a bemeneten.

Az ötödik és hatodik eset végső valószínűségeinek eredményei a következő táblázatban láthatók:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 500 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 20000 | Negatív |
| 5. eset | 0,0923 | 0,0923 | 0,0923 | 0,0923 | 0,4859 | 0,0923 | 0,0525 |
| 6. eset | 0,3946 | 0,0122 | 0,0122 | 0,1396 | 0,0122 | 0,0122 | 0,4172 |

13. táblázat: Eredmények bizonytalan és konfliktusos bejövő információk hatására

Látható, hogy az 5. esetben a Dempster szabályával számolt eredményeknél bizonytalan, de egybevágó bemeneti adatoknál felerősíti a megegyező osztály valószínűségét, viszont egyben az is látszik, hogy bizonytalanság volt a bemeneten, hiszen nem 1 lett a 10000-es bankjegy végső valószínűsége. A 6. eset egy konfliktusos esetet mutat be pozitív osztályok és a negatív osztály között. Látható, hogy annak ellenére, hogy a háromból két osztályozó is közvetetten, de negatív osztályt észlelt a bemeneten és a pozitív szavazat konfidenciája is csak közepesen magas, az 500-as bankjegy valószínűsége közel ugyanakkora, mint a negatív osztályé. Az ilyen eseteknél egy fontos tervezési kérdés, hogy milyen mértékben érvényesüljön a negatív osztályra vonatkozó információ, ha pozitív osztályra vonatkozó információ is érkezik, hiszen a gyakorlatban gyakran előfordulhat, hogy hiányos a bejövő megfigyelés, viszont a fals pozitív eredményeket ki szeretnénk szűrni.

### 6.2.2. Összehasonlító eredmények

Ebben a fejezetben kerül összehasonlításra a jelenlegi és a dolgozatban felvázolt rendszerek eredményei valós bemeneti adatokkal, viszont a kísérleti adatoknál csak a számjegy- és a mintafelismerő eredményei alapján kerül a két rendszer összehasonlításra, mivel a jelenlegi rendszerben a színfelismerő funkció ki lett kapcsolva és nem lehetett a részeredményeit kiexportálni. Az összehasonlításba olyan példák kerültek bele, ahol a két rendszer eltérően viselkedik bizonytalan információ érkeztekor. A példák kiszámolásához szkript a *Banknote\_Demo.m* fájlban található.

A következő ábrákon láthatók az eredeti bemeneti képek a példákból:

|  |  |
| --- | --- |
| D:\Suli\Diploma\Matlab kód\Dempster-Shafer\Banknote recognizer\Test\TEEEST\_2148_rgb_c043_38.png  Eredeti bemeneti kép az 1. példához | D:\Suli\Diploma\Matlab kód\Dempster-Shafer\Banknote recognizer\Test\Test_fic\_401_rgb_c034_37.png  Eredeti bemeneti kép az 2. példához |
| D:\Suli\Diploma\Matlab kód\Dempster-Shafer\Banknote recognizer\Test\Test_fic\_1981_rgb_c051_91.png  Eredeti bemeneti kép az 3. példához | D:\Suli\Diploma\Matlab kód\Dempster-Shafer\Banknote recognizer\Test\Teszképek_2\_583_rgb_c001_05.png  Eredeti bemeneti kép az 4. példához |

1. Példa:

A bemeneti kép egy 10000-es bankjegyet ábrázol, viszont csak a számfelismerő osztályozó adott kimenetet. A számfelismerő osztályozó kimeneteiként a következőket kaptuk: 8 a fél számjegyek számossága, a korreláció sorban 1, 2, 5 és 0-ra: [0.543, 0.221, 0.153, 0] és lehetséges, hogy van a végén még másik számjegy.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 500 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 20000 | Negatív |
| Alap valószínűség-hozzárendelés | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,511 | 0,196 | 0 |
| Megbízhatóság | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,511 | 0,196 | 0 |
| Elfogadhatóság | 0,292 | 0,292 | 0,292 | 0,292 | 0,804 | 0,489 | 0,106 |
| Valószínűség (pignisztikus transzformációval) | 0,046 | 0,046 | 0,046 | 0,046 | 0,558 | 0,243 | 0,015 |
| Valószínűség a meglévő rendszerből | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 0 |  |

14. táblázat: Eredmények a jelenlegi és az új rendszerből rosszul felismerhető 10000-es bankjegy esetében

Látható, hogy a jelenlegi rendszerben a jelenlegi eset nincsen jól lekezelve, hiszen ugyanakkora valószínűséget adott az 1000-es és a 10000-es bankjegynek. Ez amiatt van, mert a jelenlegi rendszer eléggé „bedrótozott”, mivel az osztályozók kimeneteinek kombinációit egy előre meghatározott, a kombinációknál jóval kisebb elemű valószínűségkombinációk halmazára vetíti le. A DS modellel megvalósított rendszer végső megbízhatóságainál még a 20000-es bankjegyhez is egy nem 0 érték társul, mivel a 2-es számjeggyel való korreláció is nagyobb volt, mint 0, valamint a számjegyfelismerő bemenete alapján több, mint 8 fél számjegyből állt a szám.

1. Példa:

A bemeneti kép egy 2000-es bankjegyet ábrázol, és ebben az esetben is csak a számfelismerő osztályozó adott kimenetet. A számfelismerő osztályozó kimeneteiként a következőket kaptuk: 8 a fél számjegyek számossága, a korreláció sorban 1, 2, 5 és 0-ra: [0.127, 0.785, 0.108, 0.062] és vélhetően nincs a végén még másik számjegy.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 500 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 20000 | Negatív |
| Alap valószínűség-hozzárendelés | 0 | 0,054 | 0,335 | 0,093 | 0 | 0 | 0 |
| Megbízhatóság | 0 | 0,054 | 0,335 | 0,093 | 0 | 0 | 0 |
| Elfogadhatóság | 0,071 | 0,178 | 0,740 | 0,164 | 0,184 | 0,465 | 0,007 |
| Valószínűség (pignisztikus transzformációval) | 0,012 | 0,092 | 0,514 | 0,105 | 0,068 | 0,209 | 0,001 |
| Valószínűség a meglévő rendszerből | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |  |

15. táblázat: Eredmények a jelenlegi és az új rendszerből közepesen felismerhető 2000-es bankjegy esetében

Ebben a példában is látszik, hogy a jelenlegi rendszer a végső döntéskor egy lecsupaszított eredményt ad, ami csak a legvalószínűbb végső osztályra ad valószínűséget, így minden bizonytalansággal és más pozitív bemenettel kapcsolatos információnk elveszik. Ez ugyancsak a jelenlegi rendszer „bedrótozottsága” miatt van. A DS modellel megvalósított rendszer végső megbízhatóságainál láthatjuk, hogy az ezres nagyságrendű bankjegyek a korrelációval arányosan kapnak értéket, illetve, hogy az elfogadhatóságok között a 20000-es bankjegynek is valamelyest magas az értéke, mivel 2000-es minta láttán a megvalósított rendszer m(2000, 20000)-hez is társít nem 0 értéket, valamint a többi is 0-nál magasabb értéket kapott az elfogadhatóság, ami a bizonytalanságnak tudható be.

1. Példa:

A bemeneti kép egy nagyon rosszul felismerhető 10000-es bankjegyet ábrázol, és ebben az esetben is csak a számfelismerő osztályozó adott kimenetet. A számfelismerő osztályozó kimeneteiként a következőket kaptuk: 3 a fél számjegyek számossága, a korreláció sorban 1, 2, 5 és 0-ra: [0.524, 0.248, 0.092, 0] és vélhetően van a végén még másik számjegy.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 500 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 20000 | Negatív |
| Alap valószínűség-hozzárendelés | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Megbízhatóság | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Elfogadhatóság | 0,359 | 0,722 | 0,479 | 0,359 | 0,722 | 0,479 | 0,109 |
| Valószínűség (pignisztikus transzformációval) | 0,084 | 0,265 | 0,143 | 0,084 | 0,265 | 0,143 | 0,016 |
| Valószínűség a meglévő rendszerből | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 0 |  |

16. táblázat: Eredmények a jelenlegi és az új rendszerből egy nagyon rosszul felismerhető 10000-es bankjegy esetében

Ebben a példában is látszik, hogy a jelenlegi rendszer a végső döntéskor egy lecsupaszított eredményt ad, előre empirikusan meghatározott értékek szerint. Vegyük észre, hogy ebben az esetben a számosságból semennyire nem tudtuk leszűkíteni a lehetséges kimeneti osztályokat, hanem csak a korrelációk alapján, ahol a jelenlegi rendszer csak a legbiztosabbat tartotta meg, annak ellenére, hogy az 1-essel való korreláció nem kimagaslóan magas értékű. A DS modellel megvalósított rendszer ezzel ellentétben minden bemeneti információt reprezentál.

1. Példa:

A bemeneti kép egy jól felismerhető 500-as bankjegyet ábrázol, és ebben az esetben mind a minta- és a számfelismerő osztályozó is adott kimenetet. A számfelismerő osztályozó kimeneteiként a következőket kaptuk: 6 a fél számjegyek számossága, a korreláció sorban 1, 2, 5 és 0-ra: [0, 0.025, 0.714, 0.276] és lehetséges, hogy vélhetően van a végén még másik számjegy. A mintafelismerő osztályozónál az 500-as bankjegyhez társítva a relatív távolságra 0.298 jött ki.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 500 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 20000 | Negatív |
| Alap valószínűség-hozzárendelés | 0,318 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Megbízhatóság | 0,318 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Elfogadhatóság | 0,761 | 0,358 | 0,069 | 0,676 | 0,063 | 0,069 | 0,017 |
| Valószínűség (pignisztikus transzformációval) | 0,514 | 0,141 | 0,015 | 0,299 | 0,012 | 0,015 | 0,004 |
| Valószínűség a meglévő rendszerből | 0.875 | 0,042 | 0,042 | 0 | 0 | 0,42 |  |

17. táblázat: Eredmények a jelenlegi és az új rendszerből egy jól felismerhető 500-as bankjegy esetében

Ebben a példában látszik, hogy a jelenlegi rendszer és a DS modellel megvalósított rendszer eredményei végső döntés szempontjából már közelítenek egymáshoz, mivel nem csak a számfelismerő osztályozó kimeneti alapján döntöttünk, hanem a mintafelismerő is pozitív információval szolgált.

1. Konklúzió

A megvalósított rendszer végső döntés szempontjából még nem tud biztos eredményeket produkálni, mivel egyrészt nincsen benne az összes osztályozóhoz tartozó levetítés, illetve, mivel a kernel függvény és a súlyozások sincsenek finomhangolva, viszont a jelenlegi rendszerhez képest részletesebben ábrázolja a bejövő információkat. A jelenlegi rendszer nagyon élesen levág a bejövő információkból és sok konstans határértéket használ a valószínűségek meghatározásakor. Mivel ez már egy betanított rendszer, ezért általában jól működik a végső döntés hozatalában, de előfordulhatnak olyan esetek, amikre nincsen lefedve a rendszer, és azoknál helytelen eredményt adhat, mint azt láthattuk az 1. példában. A DS modell bevezetésével sokkal rugalmasabbá tehetünk egy többosztályos rendszert, mivel pontosabban tudjuk vele ábrázolni az információt és nincs szükség annyi rögzített szabályra abban.

# 7. Összefoglalás és továbblépési lehetőségek

A dolgozat írásának első részében a legtöbb időt a téma szakirodalmának felkutatása és megértése vette igénybe, mivel ez egy elég speciális témakör. Az irodalomkutatásban először magának a bizonytalanságnak a fogalmával, annak lehetséges típusaival foglalkoztam, majd a probléma megértése után kezdtem foglalkozni a bizonytalanság reprezentációinak feltárásával, valamint a többosztályos osztályozók modellezésével. Eleinte három modellt vizsgáltam, a Bayes, a Dempster-Shafer (DS) és a Certainty-Factor (CF) modelleket. Az utóbbi azért nem került bele a dolgozatba, mert vizsgálata során kiderült, hogy nem valószínű, hogy bionikus szemüveg felismerőfunkcióiba beépíthető.

Sajnos a Bayes modell elterjedtsége miatt kevés helyen használják a DS modellt, pedig nagy előnye, hogy le lehet vele írni egy megfigyelés bizonytalanságát, valamint, hogy ezzel tovább lehet számolni és így jóval kevesebb valós adat veszik el.

Dolgozatom céljának részeként összevetettem a Bayes és a DS modellt a megfigyelések bizonytalanságának, tudatlanságának és a megfigyelések közötti ellentmondásosságnak a függvényében és sok esetben pontosabb eredményeket lehet a DS modellel reprodukálni. Ezen kívül adtam egy lehetséges alternatívát a bionikus szemüveg bankjegyfelismerő moduljában használatos osztályozók kimeneteinek levetítésére és egy rövid bemutatást azoknak az eredményeiről.

Az eredmények fényében úgy gondolom, hogy a bionikus szemüveg felismerőfunkcióiba be lehetne építeni a DS modellt és ezzel javítani azok pontosságán, viszont csak a nem egyértelmű esetekben használnám, mivel magas a számításigénye. Persze ehhez még további munkálatok szükségesek, mint például:

* A többi osztályozó levetítése,
* A levetítő függvények kerneljének és súlyozásainak pontosítása,
* Időbeliségből jövő korreláció beépítése.

Ezen kívül kiemelnék néhány fontosabb kérdést a DS modellre levetített értékek egyesítésére vonatkozóan:

* Milyen értékeknél melyik kombinációs szabály használatos?
* Mi szerint és milyen értékkel határozzam meg egy megfigyelés használhatóságának küszöbértékét?
* Milyen megbízhatósági és elfogadhatósági értékeknél fogadjak el egy hipotézist? Melyiknek az értékét választom ki?

Ezek és még sok kérdés nyitott, ahhoz, hogy ténylegesen fel lehessen mérni a DS modell gyakorlatbeli felhasználhatóságát.

# 8. Köszönetnyilvánítás

Köszönetet szeretnék mondani konzulensemnek, Karacs Kristófnak, a dolgozathoz nyújtott készséges segítségért és a témájában való iránymutatásért.

# 9. Irodalomjegyzék

1. **Liu, Bing.** UIC, Department of Computer Science. *Bing Liu's homepage.* [Online] 2006.. http://www.cs.uic.edu/~liub/teach/cs511-spring-06/cs511-uncertainty.doc.

2. **Shafer, Glenn és Pearl, Judea.** *Readings in Uncertain Reasoning.* 1990.

3. **Sentz, Karl és Ferson, Scott.** *Combination of evidence in Dempster-Shafer theory.* hely nélk. : Sandia National Laboratories, 2002.

4. Wikipedia. *Wikipedia, Dempster–Shafer theory.* [Online] 2003.. http://en.wikipedia.org/wiki/Dempster%E2%80%93Shafer\_theory.

5. *On the Dempster-Shafer framework and new combination rules.* **Yager, Ronald R.** 1987.03.., Information Sciences, old.: 93 - 137.

6. **Zadech, L.** *On the validity of Dempster's rule of combination.* Berkeley, USA, : Univ. of California, 1979.

7. *Interdependence between Safety-Control Policy and Multiple-Sensor Schemes Via Dempster-Shafer Theory.* **Inagaki, T.** 1991.., IEEE Transactions on Reliability, old.: 182-188.

8. *On the plausibility transformation method for translating belief function models to probability models.* **Cobb, Barry R. és Prakash, Shenoy P.** 2006.04.., International Journal of Approximate Reasoning, 41(3), old.: 314-330.

1. Olyan esetekre, amikor teljes a konfliktus két megfigyelés egyesítésekor, célszerű az egyesítő szabályt kiegészíteni azzal, hogy ilyenkor az univerzális halmazhoz rendelt alap valószínűség-hozzárendelés értékét 1-re állítjuk, minden más értéket pedig 0-ra, ami a teljes bizonytalanságot fejezi ki. [↑](#footnote-ref-1)