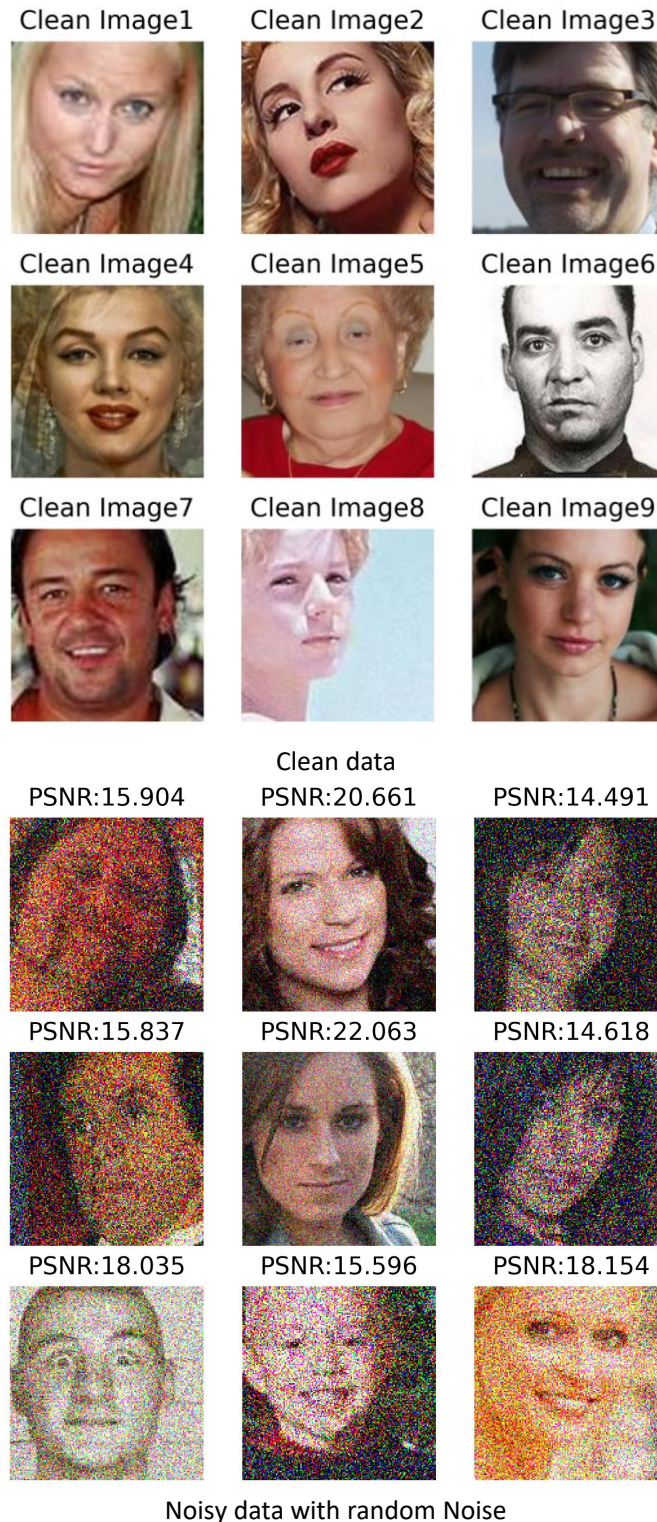


图像重建（人脸图像降噪/结构光显微镜图像解卷积）

程序 1 (20'): 用均值滤波、中值滤波与 BM3D，三种方法对噪音图片进行降噪，并比较三种方法的 PSNR 和 SSIM 两个成像质量指标。

程序 2 (20'): 手写近端梯度下降和交替方向乘子方法，尝试不同的正则化项进行降噪，并比较两种方法的 PSNR 和 SSIM 两个成像质量指标。

Bonus (20'): 提交 200 张噪音图像降噪后的**最好**结果。



程序 3 (20'): 复现 Sparse-SIM 算法[1], 并具体写出优化的过程, 实现对荧光显微镜成像图片的超分辨率恢复。

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + R_{\text{Hessian}}(\mathbf{x}) + \lambda_{\text{L1}} \|\mathbf{x}\|_1 \right\}$$

其中, \mathbf{x} 是最终得到的超分辨率显微镜成像结果, \mathbf{f} 是目前掌握的存在模糊的显微镜成像图片, \mathbf{A} 是模糊核, \mathbf{b} 是背景, R_{Hessian} 是用来约束图像连续性的海森正则化项, 最后一项是约束图像稀疏性的正则化项。

理论作业 (20'): 给定优化问题 $\min f(x)$, 假设其最优解为 $f^* = f(x^*)$, 请给出以下不同情况的优化算法的收敛性。即达到 $f(x_k) - f^* \leq \varepsilon$ 所需迭代步数的数量级 (无需证明):

1. $\nabla f(x)$ 满足 Lipschitz 连续条件但不满足强凸性。固定步长梯度下降;
2. $\nabla f(x)$ 满足 Lipschitz 连续条件且满足强凸性。固定步长梯度下降;
3. $f(x)$ 是凸函数但不处处可微。固定步长梯度下降;
4. $f(x)$ 是凸函数但不处处可微。衰减步长梯度下降;
5. $f(x) = g(x) + h(x)$, $g(x)$ 为凸函数且可微, $h(x)$ 为凸函数不处处可微, 但有一个容易计算的近端算子。固定步长近端梯度法。
6. FISTA 算法;
7. BFGS 算法。

[1] Weisong Zhao, et al., Sparse deconvolution improves the resolution of live-cell super-resolution fluorescence microscopy, Nature Biotechnology, 2022.

● **数据:**

1. **针对程序 1 和程序 2:** 给定 50 张不带噪的原始人脸图像数据, 手动添加噪音对其进行不同的降噪实验并展示效果。
2. **针对 Bonus:** 给定 200 张带随机高斯噪音的人脸图像数据, 进行降噪实验并将最好的结果返回。
3. **针对程序 3:** 给定 1 张存在模糊的显微镜成像图片, 进行实验并将最好的结果返回。

● **代码:** 降噪代码较为简单, 提供一个基于 Gaussian-Filter 的降噪示例代码供参考。

● **作业提交:** 提交电子版报告、代码与 200 张噪音图片最好的降噪结果 (打包压缩), 通过[北京大学教学网](#)提交。

● **作业提交截止时间:** 期中 (2025.11.19 晚上 24:00) 前。

注: 报告不要求字数, 讲清楚所做内容即可。代码需要基于 Python / MATLAB 语言开发。**要求代码可复现报告内容, 否则不得分。**