

Контрольная работа 1. Вариант 1

15 апреля 2017 г.

1. Приведите пример неконкретной категории, то есть категории, в которой объектами не обязательно являются множества и/или стрелками необязательно являются отображения.
2. Рассмотрим пару (A, X) , где A —множество, а X —подмножество A , то есть $X \subset A$. Для двух таких пар $(A, X), (B, Y)$ определим отображения $f^* : (A, X) \rightarrow (B, Y)$ как обычные отображения $f : A \rightarrow B$, такие, что

$$\forall x \in X f(x) \in Y,$$

то есть отображение f сохраняет эти выделенные подмножества. Утверждается, что такие пары и такие отображения задают категорию, обозначаемую **SetD**. Докажите это.

3. Постройте какой-нибудь функтор из категории **4** в категорию **2**, так, чтобы он переводил объекты **4** во все объекты **2**.
4. Чем отличается категория над объектом от категории под объектом?
5. Опишите все моно, эпи и изо в категории частично упорядоченного множества P .
6. Докажите, что если для стрелки f есть левый обратный, то f является моно, а если правый обратный, то эпи.
7. Рассмотрим множество A и множество всех его подмножеств 2^A . Введём на 2^A отношение частичного порядка:

$$X \leq Y \leftrightarrow X \subset Y.$$

Таким образом, 2^A становится категорией частично упорядоченного множества **2^A**.

Что будет являться произведением объектов в **2^A**?

Вопрос для самых внимательных (+1 бонусный балл): частным случаем какой категории является категория **2^A**?

8. Что является инициальным объектом 0 и терминальным объектом 1 в категории **Sets**? Постройте взаимоднозначное отображение между стрелками $1 \rightarrow A$ и элементами множества A .