# Inteligencja Obliczeniowa w Analizie Danych Cyfrowych (IOwADC) - Projekt I

Robert Barcik, Konrad Bodzioch, Dominik Breksa10/03/2024

## 1 Cel Ćwiczenia

Analiza oraz pełna implementacja probabilistycznego wariantu gry Nim (nazywanego dalej Nimby). Porównanie złożoności czasowej, czasu podejmowania decyzji przez różne algorytmy AI. Testowane algorytmy to: Negamax, Negamax bez predykcji Alpha, Beta, Negamax dostosowanego do <math>Nimby. Modyfikacja oryginalnego algorytmu z biblioteki EasyAI - Negamax na wariant poprawnie przewidujący ruchy dla wariantu gry Nimby.

# 2 Opis Problemu

Wariant gry *Nimby* zawiera małą szansę 10%, że gracz nie wykona ruchu w sposób zamierzony (weźmie o 1 element więcej ze stosu niż planował). Skutkuje to niedostosowaniem algorytmu AI - nie jest on w stanie przewidzieć w najlepszego ruchu, i podejmie złą decyzję.

Wariant gry *Nimby*, nie może być użyty do samej predykcji ruchu przez AI. Ponieważ algorytm AI mógłby budować drzewo stanów gry błędnie z uwagi na to, że wykonanie ruchu nie jest deterministyczne. A więc bardziej ilustratywnie jak dany Algorytm AI przechodzi przez drzewo stanów, to przy jednym przejściu mógłby wyliczyć dany ruch na np. 100, a przy ponownym przejściu na 200. Problem staje się jeszcze większy przy zastosowaniu zapisów stanów gry dla zmniejszenia obliczeń, ponieważ błąd mógłby się powielić wielokrotnie, z uwagi na zapisanie błędnej wartości oszacowania ruchu.

Problematyczna jest też ilość obliczeń (złożoność obliczeniowa), ponieważ charakterystyka konkretnej rozważanej gry (losowej lub nie), informuje nas o nie wielomianowości złożoności obliczeniowej. Problem się dodatkowo nasila, ponieważ mamy do dyspozycji język Python (znany z powolności).

# 3 Realizacja Rozwiązania

Poniżej przedstawimy sposoby podjęte, do rozwiązania danych problemów. Należy zauważyć, że dla każdego z nich wykorzystano tak zwane tabele tranzycji, które zapisywały należny stan gry, tak aby przyspieszyć znacząco obliczenia.

#### 3.1 Nim

Gra w której dzieli się elementy na jakieś ich stosy. Gracze na zmianę biorą niezerową liczbę elementów z jednego ze stosów. Przegrywa gracz, który musi wziąć ostatni element. W naszym modelu gry przyjęliśmy, 4 stosy, każdy po 5 elementów. Domyślnie zaczyna gracz o numerze 1, następnie kolejkę otrzymuje gracz o id 2.

#### 3.2 Nimby

Stworzenie probabilistycznego modelu gry Nimby. Uzyskano satysfakcjonujący efekt poprzez użycie obiektowego polimorfizmu. W języku Python taka metodologia pozwoliła stworzyć prawie identyczną wersję gry Nimby względem oryginalnej gry Nim (zmniejszając błąd powstały z uwagi na dużą rozbieżność klas).

Sam efekt losowego wpływu na przebieg rozgrywki uzyskano poprzez nadpisanie metody "make\_move", w której dodano losowość, z wykorzystaniem trywialnie biblioteki random z języka Python. Dodano również wskazówki do typów dla czytelności.

Aby wyeliminować błędy w czasie pomiaru wpływu nie determinizmu na stan wygranych, powtórzono pomiary 8 razy. Powtórki zastosowano, też dla zmiany gracza rozpoczynającego.

# 3.3 Adresacja problemu błędnego budowania drzewa stanów gry przez algorytm AI

Specyfika budowy biblioteki EasyAI, powoduje, że AI, podejmuje decyzję o ruchu bazując na tym samym obiekcje, w którym dzieje się sama gra. Jest to problematyczne, ponieważ tak jak wymieniono w opisie problemu mogą powstać błędy w jego działaniu. zaadresowaliśmy ten problem za pomocą odpowiedniej izolacji stanu gry. W skrócie z uwagi na to, że Python jest bardzo dynamicznym językiem to podczas interpretacji programu dynamicznie podmieniliśmy skład metod w klasie AI\_Player (nie musząc tym samy tworzyć polimorfizmu). Podmianę zrobiliśmy na metodę w zasadzie identyczną, ale sam obiekt gry jest modyfikowany w locie i odpowiednio bindowany do oryginalnej metody "make\_move"z gry Nim. Oszczędza to niepotrzebne alokacje, które mogły by być niepożadane.

#### 3.4 Negamax

Za pomocą algorytmu Negamax zostają rozegrane różne gry zarówno Nim (wariant deterministyczny) jak i Nimby (wariant probabilistyczny). Próby zostały również przeprowadzone dla algorytmów Negamax bez alpha / beta prunning - u oraz algorytmu Negamax dla wersji probabilistycznej.

#### 3.5 Negamax bez alpha / beta prunning - u

Jest to bardzo prymitywna wersja algorytmu Negamax, nie zawiera szacowań alpha / beta. Algorytm zawsze przechodzi przez wszystkie dostępne ruchy, dla danego stanu gry, po drodze zapisuje je, aby uniknąć powtórnych obliczeń. Informacja alpha / beta nie jest przetwarzana, lecz porównywany jest tylko z najlepszym dotychczas znalezionym ruchem. Algorytm jest bardzo wyszczuplony względem oryginału, nie mniej jednak sporo wolniejszy.

W kodzie Klasa implementująca ten algorytm to: "NoAlphaBetaNegamax".

#### 3.6 Negamax dla probabilistycznego wariantu gry

Algorytm dostosowany do gry nimby jest również bardzo podobny do wariantu klasycznego, nie mniej jednak z małą modyfikacją. Problem lepszego szacowania wartości danego stanu gry podjęto poprzez rozdzielenie każdego ruchu na 2 pod-ruchy, pierwszy z wagą 0.9, tak jakby ruch miał postąpić zgodnie z klasyczną intencją algorytmu oraz z wagą 0.1, tak jakby miał nastąpić przepadek losowy. Następnie dodano obie wagi i aby zmniejszyć błędy numeryczne nie dzielono sumy przez 2 (aby np. wyciągnąć średnią).

W kodzie Klasa implementująca ten algorytm to: "ExpectedNegamax".

# 4 Wyniki obliczeń

Poniżej przedstawiono wyniki zebranych danych dla wszystkich kombinacji w wersji tabelarycznej. Do celu agregacji danych wykorzystano bibliotekę pandas.

1 N. 12 N. 13 N. 14 N. 15 N. 16 N. 11 N. 1	Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax Nogamax Negamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [14 7]	1 1 1 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	1 2 1 1 1 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1	0.318325 0.114342 0.456387 0.065902 0.313044 0.517039 0.236838 0.251546 0.234277 0.236962 0.267444 0.049637 0.050136 0.046950 0.049760 0.056290 0.05018 0.046325 0.053836 0.266943 0.271558 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.043430 0.047752 0.047752 0.056137 0.047712 0.044073 0.047712 0.041717 0.044023 0.019814 0.212269	14 17 17 18 16 14 16 17 16 18 18 18 19 19 18 18 17 17 17 17 19 19 19 19 19 19 18 18 18 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	0.022738 0.006726 0.026846 0.003877 0.017391 0.032315 0.016917 0.015867 0.014642 0.013165 0.002612 0.002633 0.00268 0.002764 0.00257 0.002564 0.015703 0.015035
2 N.	Nim Nimby Ni	Negamax Nogamax Negamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [14 7] [4 3] [4 4 7] [4 3] [4 7] [4 3] [4 7] [4 3] [4 7] [4 3] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7]	2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1	0.456387 0.065902 0.313044 0.517039 0.236838 0.251546 0.234277 0.236962 0.267444 0.049637 0.050136 0.046950 0.056290 0.05018 0.046325 0.053836 0.266943 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.047752 0.047752 0.047753 0.047753 0.047753 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	17 17 18 16 14 16 18 16 18 16 19 19 18 18 19 19 18 18 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17	0.026846 0.003877 0.017391 0.032315 0.016917 0.015867 0.014679 0.014642 0.013165 0.002612 0.002633 0.00268 0.002764 0.00253 0.002574 0.00254 0.015703 0.015087 0.01587 0.015875 0.015875 0.015887 0.015887 0.015887 0.015887 0.015887 0.015887 0.015888 0.002574 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554
3 N.	Nim Nimby Ni	Negamax Nogamax Negamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [14 7] [4 3] [4 4 7] [4 3] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7]	2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2	1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1	0.065902 0.313044 0.317039 0.236838 0.253878 0.251546 0.234277 0.236962 0.267444 0.049637 0.050136 0.046950 0.0506290 0.050018 0.046325 0.255594 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.043430 0.047712 0.0467759 0.047712 0.0467713 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	17 18 16 14 16 17 16 18 16 19 19 18 18 19 19 18 18 17 17 17 17 17 17 19 19 20 20 19 17 18 18	0.003877 0.017391 0.032315 0.016917 0.0145867 0.014797 0.014642 0.013165 0.016715 0.002612 0.002638 0.002764 0.002563 0.002563 0.002557 0.015087 0.015087 0.015087 0.015085 0.015087 0.015087 0.015452 0.0172224 0.014968 0.015000 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554
4 Ni. 6 Ni. 7 Ni.	Nimby	Negamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [4 3] [4 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7]	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2	1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 2 2 1 1 1 1 2 2 1 1 1 1 2 2 1	0.313044 0.517039 0.236838 0.2553878 0.251546 0.234277 0.236962 0.667444 0.049637 0.050136 0.046950 0.050018 0.046950 0.050018 0.266943 0.255594 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.043430 0.047752 0.047752 0.056137 0.047712 0.044717 0.044023 0.619814 0.212269	18 16 14 16 17 16 18 19 19 18 19 19 18 21 17 17 17 17 19 19 19 18 21 17 17 18 18 19 19 18 18 19 19 18 18 19 19 18 18 19 19 19 18 19 19 19 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	0.017391 0.032315 0.016917 0.015867 0.014797 0.014642 0.013165 0.002612 0.002633 0.00268 0.002764 0.002547 0.002564 0.015703 0.015035 0.002514 0.002551
5	Nimby	Negamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [14 7] [4 3] [4 47] [4 3] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7]	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2	1 1 1 1 2 1 1 1 1 2 1 1 1 2 2 2 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1	0.517039 0.236838 0.253878 0.251546 0.234277 0.236962 0.267444 0.049637 0.050136 0.046950 0.056290 0.050018 0.046325 0.053836 0.266943 0.255594 0.271558 0.267713 0.262679 0.922812 0.284414 0.255004 0.047759 0.047758 0.047758 0.047758 0.047758 0.047759 0.047759 0.047759 0.047759 0.047759 0.047759 0.047759 0.047759 0.047759 0.047759 0.047759 0.047759 0.047712 0.041712 0.041712 0.041712 0.041712 0.041712	16 14 16 17 16 18 18 18 18 19 19 18 21 17 17 17 18 18 17 17 19 17 17 19 19 17 17 19 19 17 18 18 18 18 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	0.032315 0.016917 0.015867 0.014797 0.014642 0.013165 0.012612 0.002612 0.002639 0.002639 0.002764 0.002563 0.002563 0.015035 0.015037 0.015037 0.015087 0.015452 0.017222 0.014879 0.002554 0.002554 0.002555 0.002555 0.002551 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554
7	Nimby	Negamax Nogamax Negamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [14 3] [14 3] [14 3] [14 3] [14 3] [14 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2	1 2 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 1	0.253878 0.251546 0.234277 0.236562 0.267444 0.049637 0.050136 0.046950 0.049760 0.056290 0.05018 0.046325 0.053836 0.266943 0.255594 0.271558 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.047752 0.047753 0.047753 0.047753 0.047754 0.047753 0.047713 0.047753 0.047713 0.047713 0.047754	16 17 16 18 16 19 19 18 18 19 19 18 21 17 17 18 18 18 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	0.015867 0.014797 0.014642 0.013165 0.016715 0.002612 0.002633 0.002608 0.002764 0.002563 0.002574 0.002564 0.015703 0.015087 0.015452 0.014878 0.015452 0.012564 0.002564 0.002574 0.002564 0.012507
8 N.	Nimby	Negamax Nogamax Negamax NolaphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [4 3] [4 4 7] [4 3] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7]	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2	2 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1	0.251546 0.234277 0.236962 0.267444 0.049637 0.050136 0.049760 0.050018 0.046950 0.050018 0.046325 0.053836 0.266943 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.043430 0.047759 0.047759 0.047759 0.047712 0.046137	17 16 18 16 19 19 18 18 19 19 18 21 17 17 17 17 17 19 19 20 20 20 19 18	0.014797 0.0144797 0.014642 0.0131655 0.016715 0.002612 0.002638 0.002608 0.002764 0.002574 0.002574 0.015035 0.015035 0.015037 0.014873 0.014873 0.015452 0.017224 0.014968 0.002551 0.002551 0.002514 0.002503 0.002488 0.002807 0.002511 0.002454 0.002454
9 N.	Nimby	Negamax Nogamax Negamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 7] [4 3] [4 7] [4 3] [4 7] [4 3] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7]	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2	1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1	0.234277 0.236962 0.267444 0.049637 0.050136 0.046950 0.056290 0.056290 0.0563836 0.266943 0.255594 0.271558 0.267713 0.262679 0.092812 0.284414 0.2455004 0.043430 0.047752 0.047753 0.0467512 0.056137 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	16 18 16 19 19 18 18 19 18 21 17 17 18 18 17 17 17 19 19 19 20 20 20 19 17 18	0.014642 0.013165 0.012612 0.002612 0.002633 0.002608 0.002764 0.002547 0.00257 0.015035 0.015035 0.015035 0.015452 0.014873 0.015452 0.014873 0.002554 0.002554 0.002554 0.002555 0.002514 0.002503 0.002554 0.002514 0.002554 0.002514 0.002554 0.002554 0.002554
100 N.11 11 N.	Nimby	Negamax Nogamax Negamax Nogamax Negamax Nogamax Nogamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7]	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2	1 1 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1	0.236962 0.267444 0.049637 0.050136 0.046950 0.046950 0.0502018 0.05020 0.050018 0.046325 0.255594 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.047759 0.047759 0.047712 0.056137 0.047712 0.056137 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	18 16 19 19 18 18 18 19 19 18 17 17 17 17 17 19 17 19 19 20 20 19 17 18 18	0.013165 0.016715 0.002612 0.002638 0.002608 0.002764 0.002633 0.002574 0.002574 0.002574 0.015035 0.015037 0.015452 0.017224 0.014875 0.015607 0.002574
111 N.11 2 N.11 2 N.11 3 N.11 3 N.11 4 N.11 5 N.11 5 N.11 6 N.11 7 N.11 7 N.11 7 N.11 7 N.11 8 N.11 8 N.11 7 N.11 8 N.11	Nimby	Negamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3]	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2	1 2 2 1 1 2 2 1 1 1 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1	0.267444 0.049637 0.050136 0.046950 0.05076290 0.050018 0.046325 0.053336 0.266943 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.27155004 0.047752 0.047752 0.056137 0.047712 0.047712 0.047712 0.047712 0.047712 0.047712 0.047712 0.047712 0.056137	16 19 19 18 18 19 19 18 21 17 17 17 17 19 19 20 20 19 17 18	0.016715 0.002612 0.002613 0.002608 0.002764 0.002963 0.002574 0.002563 0.015035 0.015035 0.015035 0.0150452 0.014873 0.015452 0.014969 0.015035 0.002554 0.002554 0.002555 0.002514 0.002503 0.002488 0.002807 0.002514 0.002564
12 N N 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	Nimby	Negamax Nogamax Negamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax NolphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 4] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 4]	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2	2 2 1 1 2 2 1 1 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 1 1 1 2 2 1	0.049637 0.050136 0.046950 0.046950 0.056290 0.056290 0.05018 0.266943 0.255594 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.047758 0.047758 0.047758 0.047754 0.047754 0.047754 0.047754 0.047754 0.047754 0.047754 0.047754 0.047712 0.041712 0.041712 0.041712 0.041712	19 19 18 18 18 19 19 18 21 17 17 18 18 17 17 17 19 17 17 19 19 19 19 20 20 19 17 18	0.002612 0.002633 0.002683 0.002764 0.002963 0.002633 0.002574 0.002546 0.015703 0.015087 0.015452 0.015452 0.014878 0.015605 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554 0.002554
131 N.11 14 N.11 15 N.11 16 N.11 17 N.11 18 N.11 17 N.11 18 N.11 19 N.12 20 N.12 21 N.12 22 N.12 22 N.12 22 N.12 22 N.12 22 N.12 22 N.12 23 N.12 24 N.12 25 N.12 26 N.13 30 N.13 31 N.13 31 N.13 32 N.13 33 N.13 33 N.13 34 N.13 35 N.13 36 N.13 37 N.13 38 N.13 38 N.13 39 N.13 31 N.13 31 N.13 32 N.13 33 N.13 34 N.13 35 N.13 36 N.13 37 N.13 38 N.13 38 N.13 39 N.13 31 N.13 31 N.13 32 N.13 33 N.13 35 N.13 36 N.13 37 N.13 38 N.13 38 N.13 39 N.13 31 N.	Nimby	Negamax Nogamax Negamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 3] [4 7] [4 3] [4 7] [4 7] [4 7] [4 7]	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	2 1 1 2 2 1 1 2 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0.050136 0.046950 0.049760 0.050018 0.046325 0.053836 0.266943 0.255594 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.43430 0.047759 0.047759 0.047712 0.056137 0.047712 0.044023 0.619814 0.212269	19 18 18 19 19 18 21 17 17 17 19 19 17 19 19 19 20 20 19 17 18 18	0.002638 0.002608 0.002764 0.002963 0.002574 0.002564 0.015035 0.015035 0.015035 0.015087 0.014873 0.015452 0.017224 0.014969 0.0105055 0.002551 0.002553 0.002488 0.002807 0.002511 0.002454
144 N.11 5 N.11 15 N.11 16 N.11 17 N.11 18 N.11 18 N.11 19 N.1	Nimby	Negamax Nogamax Negamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 4] [4 7] [4 7] [4 7]	1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	1 1 2 2 2 1 1 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1	0.046950 0.049760 0.056290 0.050018 0.046325 0.053836 0.266943 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.047752 0.047752 0.047752 0.056137 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	18 18 19 19 18 21 17 17 18 18 17 17 19 17 19 17 17 19 19 19 19 19 18 18 18	0.002608 0.002764 0.002763 0.002563 0.002574 0.002564 0.015703 0.015035 0.015875 0.015452 0.014873 0.015452 0.014968 0.002503 0.002553 0.002548 0.002503 0.002488 0.002805 0.002484 0.002454 0.002454
155 N.11 16 N.11 17 N.11 18 N.11 17 N.11 18 N.11 19 N.11 19 N.11 19 N.11 19 N.11 19 N.11 10 N.11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	Nimby	Negamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 3] [4 4 7] [4 4 7] [4 7] [4 7] [4 7]	1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	1 2 2 1 1 2 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1 2 2 1	0.049760 0.056290 0.050018 0.046325 0.053836 0.266943 0.255594 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.047732 0.047712 0.056137 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	18 19 19 18 21 17 17 18 18 17 17 17 19 19 20 20 19 17 18	0.002764 0.002963 0.002574 0.002574 0.002564 0.015703 0.015035 0.014873 0.014873 0.0154875 0.017224 0.014968 0.015035 0.002554 0.002553 0.002514 0.002503 0.002488 0.002807 0.002514 0.002544 0.002454
166 N.11 7 N.21 18 N.31 18 N.31 19 N.32 20 N.32 21 N.32 22 N.32 22 N.33 22 N.33 33 N.33 33 N.33 33 N.33 33 N.33 33 N.33 34 N.33 35 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 37 N.33 38 N.33 39 N.33 31 N.33 31 N.33 32 N.33 33 N.33 35 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 37 N.33 38 N.33 39 N.33 30 N.33 31 N.33 32 N.33 35 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 37 N.33 38 N.33 39 N.33 39 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 39 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 39 N.33 39 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 39 N.33 36 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 38 N.33 39 N.33 36 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 38 N.33 38 N.33 39 N.33 36 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 38 N.33 38 N.33 39 N.33 36 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 38 N.33 38 N.33 39 N.33 36 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 38 N.33 38 N.33 38 N.33 39 N.33 36 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 39 N.33 38 N.33 39 N.33 36 N.33 37 N.33 38 N.33 38 N.33 39 N.33 39 N.33 30 N.3	Nimby	Negamax Nogamax Negamax Nogamax Nogamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 7] [4 3]	1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	2 1 2 1 1 1 1 2 2 1 1 1 1 1 1 2 2 1	0.056290 0.050018 0.046325 0.053836 0.266943 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.043430 0.047752 0.056137 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	19 18 21 17 17 18 18 17 17 19 19 17 17 17 17 17 17 17 17 19 19 19 19 19 10 20 19 17 18	0.002963 0.002633 0.002574 0.002564 0.015703 0.015035 0.015037 0.015452 0.0172224 0.014969 0.015000 0.002555 0.002514 0.002503 0.002488 0.002807 0.002514
188 N.181 19 N.182 20 N.202 10 N.202 11 N.202 12 N.202 12 N.202 12 N.202 13 N.202 14 N.202 15 N.202 16 N.202 16 N.202 17 N.202 18	Nimby	Negamax Nogamax Nogamax Nogamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [4 3] [4 7] [4 3]	1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	1 2 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1 2 2 1 1 1 1 1 1	0.046325 0.053836 0.266943 0.255594 0.271558 0.267713 0.292812 0.2824114 0.043430 0.047759 0.056137 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	18 21 17 17 18 18 17 19 17 19 20 20 19 17 18	0.002574 0.002564 0.012503 0.015035 0.015037 0.014873 0.014873 0.017224 0.014969 0.015000 0.002555 0.002514 0.002503 0.002488 0.002807 0.002511 0.002454 0.002454
199 NN 19	Nimby	Negamax Nogamax Nogamax Nogamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 4] [4 7] [4 3] [14 7] [4 7] [14 7] [14 7]	1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	2 1 1 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0.053836 0.266943 0.255594 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.047759 0.047758 0.047754 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	21 17 17 18 18 17 17 17 19 19 20 20 20 19 17 18	0.002564 0.015703 0.015037 0.015087 0.014873 0.015452 0.017224 0.014968 0.002553 0.002554 0.002503 0.002488 0.002807 0.002514 0.002504
20 N N 20 20 N	Nimby Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax Nogamax Nogamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3]	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	1 1 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1 1	0.266943 0.255594 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.43430 0.047759 0.047548 0.049752 0.056137 0.047712 0.041717 0.04023 0.619814 0.212269	17 17 18 18 17 17 19 17 19 20 20 20 19 17 18	0.015703 0.015035 0.015085 0.014873 0.014873 0.017224 0.014968 0.015000 0.002555 0.002514 0.002503 0.002488 0.002807 0.002511
21 NN 22 NN	Nimby	Negamax Nogamax Nogamax NodalphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 4 7] [4 7]	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	1 2 2 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1	0.255594 0.271558 0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.047752 0.047754 0.056137 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	17 18 18 17 17 19 17 19 20 20 19 17 18	0.01503t 0.01508t 0.01487t 0.01487t 0.01545z 0.017224 0.01496s 0.015000 0.00255t 0.00251d 0.00250c 0.00248t 0.00280c 0.00280t 0.00248t 0.00280t 0.00245d 0.00245d 0.00245d
222 NN2 223 NN2 224 NN2 224 NN2 225 NN2 226 NN2 226 NN2 227 NN2 228 NN3 331 NN3 332 NN3 333 NN3 334 NN3 335 NN3 338 NN3 338 NN3 338 NN3 338 NN3 338 NN3 344 NN3 35 NN3 36 NN3 37 NN3 38	Nimby Nimb Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax Nogamax Nogamax NoflaphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 7] [4 3] [14 7] [4 7] [4 7] [14 7] [14 7]	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	2 2 1 1 1 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0.271558 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.047759 0.047759 0.047548 0.049752 0.056137 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	18 18 17 17 19 17 19 19 20 20 19 17 18	0.015087 0.014873 0.015485 0.017924 0.014969 0.015000 0.002555 0.002514 0.002503 0.002488 0.002807 0.002511
23 N.2224 N.2224 N.2224 N.2225 N.2225 N.2227 N.2227 N.2229	Nimby	Negamax NodaphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 7] [14 7] [14 7] [14 7]	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1 1 1 2	2 1 1 1 1 1 1 2 2 2 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1	0.267713 0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.043430 0.047759 0.04752 0.056137 0.047712 0.041717 0.044713 0.619814 0.212269	18 17 17 19 17 17 19 20 20 19 17 18	0.01487; 0.01545; 0.017224 0.01496; 0.015000 0.00255; 0.002514 0.00250; 0.00248; 0.00280; 0.00280; 0.00251; 0.002454 0.002454
244 N. 242 245 N. 246 266 N. 277 N. 272 277 N. 272 28 N. 272 28 N. 272 29 N. 272 30 N. 272 31 N. 272 32 N. 272 33 N. 272 34 N. 272 35 N. 272 36 N. 272 373 N. 272 374 375 375 377 N. 272 375 377 N. 272 377 377 377 377 377 377 377 377 377	Nimby Nimb Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1	0.262679 0.292812 0.284414 0.255004 0.043430 0.047759 0.047548 0.049752 0.056137 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	17 17 19 17 17 19 19 20 20 19 17 18	0.015452 0.017222 0.014968 0.015000 0.002555 0.002514 0.002503 0.002488 0.002807 0.00281 0.002454 0.002454
25 NN 2226 N 227 N 2226 N 227 N 228 N 228 N 228 N 229	Nimby Nim	Negamax Nogamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 7] [4 7] [14 7] [14 7]	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1 1 1 2 2	1 1 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1 1 1	0.292812 0.284414 0.255004 0.043430 0.047759 0.047548 0.049752 0.056137 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	17 19 17 17 19 19 20 20 19 17 18	0.017224 0.014968 0.015000 0.002555 0.002514 0.002503 0.002488 0.002807 0.002511
26 N N 2227 N N 228 N N 228 N N 229 N N N 229	Nimby Nimb Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1 1 1 2 2	1 1 1 1 2 2 2 1 1 2 1 1 1 1	$\begin{array}{c} 0.284414 \\ 0.255004 \\ 0.043430 \\ 0.047759 \\ 0.047548 \\ 0.049752 \\ 0.056137 \\ 0.047712 \\ 0.041717 \\ 0.044023 \\ 0.619814 \\ 0.212269 \end{array}$	19 17 17 19 19 20 20 19 17 18	0.014960 0.015000 0.002555 0.002514 0.002503 0.002488 0.002807 0.002511 0.002454
27 N N 2228 N N 2228 N N 2228 N N 2229 N	Nimby Nimb Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 7] [14 7] [14 7] [14 7]	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1 1 1 2 2 2	1 1 1 2 2 2 1 1 2 1 1 1 1 2	0.255004 0.043430 0.047759 0.047548 0.049752 0.056137 0.047712 0.041717 0.044023 0.619814 0.212269	17 17 19 19 20 20 19 17 18	0.015000 0.002554 0.002514 0.002503 0.002486 0.002807 0.002511 0.002446
28 N N 28 N 1	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimb Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	2 2 2 2 2 2 2 2 1 1 1 2 2	1 1 1 2 2 1 1 2 1 1	$\begin{array}{c} 0.043430 \\ 0.047759 \\ 0.047548 \\ 0.049752 \\ 0.056137 \\ 0.047712 \\ 0.041717 \\ 0.044023 \\ 0.619814 \\ 0.212269 \end{array}$	17 19 19 20 20 19 17 18	0.002555 $0.002514$ $0.002503$ $0.002488$ $0.002807$ $0.002511$ $0.002454$ $0.002454$
299 NN 329 NN 331 NN 332 NN 332 NN 332 NN 332 NN 333 NN 335 NN 338 NN 344 NN 345 NN 355 NN 356 NN 357 NN 35	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	2 2 2 2 2 2 2 1 1 1 2 2	1 1 2 2 1 1 2 1 1	0.047548 $0.049752$ $0.056137$ $0.047712$ $0.041717$ $0.044023$ $0.619814$ $0.212269$	19 19 20 20 19 17 18	0.002514 $0.002503$ $0.002488$ $0.002511$ $0.002454$ $0.0024446$
311 NN3332 NN3332 NN3334 NN3334 NN3335 NN3335 NN3335 NN335 NN35 NN	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7]	2 2 2 2 2 1 1 1 2 2	2 2 1 1 2 1 1 1	0.049752 $0.056137$ $0.047712$ $0.041717$ $0.044023$ $0.619814$ $0.212269$	20 20 19 17 18	0.002488 0.002807 0.002511 0.002454 0.002446
311 NN3332 NN3332 NN3334 NN3334 NN3335 NN3335 NN3335 NN335 NN35 NN	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax Negamax Negamax Negamax Negamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	2 2 2 2 2 1 1 1 2 2	2 2 1 1 2 1 1 1	0.049752 $0.056137$ $0.047712$ $0.041717$ $0.044023$ $0.619814$ $0.212269$	20 20 19 17 18	0.002488 0.002807 0.002511 0.002454 0.002446
333 N N 3334 N N 335 N 335 N 335 N 335 N 335 N 335 N 336 N 337 N N 338 N 339 N N 341 N 342 N 341	Nimby Nimby Nimby Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax Negamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [4 3] [4 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	2 2 2 1 1 2 2	1 1 2 1 1	0.047712 $0.041717$ $0.044023$ $0.619814$ $0.212269$	19 17 18 18	0.002511 $0.002454$ $0.002446$
344 N. 343 346 N. 343 347 N. 343 348 N. 343 349 N. 343 340 N. 344 341 N. 344 341 342 N. 344 343 N. 344 344 344 344 344 344 344 344 344 344	Nimby Nimby Nim Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	2 2 1 1 2 2	1 2 1 1 1	0.041717 $0.044023$ $0.619814$ $0.212269$	17 18 18	0.002454 $0.002446$
355 NN336 NN337 NN338 NN341 NN	Nimby Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	Negamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	2 1 1 2 2	2 1 1 1	0.044023 $0.619814$ $0.212269$	18 18	0.002446
36 N N 36 N N 37 N N N N N N N N N N N N N N N N	Nim Nim Nim Nim Nim Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	1 1 2 2	1 1 1	0.619814 $0.212269$	18	
37 N N 37 N N 37 N N 37 N N N N N N N N	Nim Nim Nim Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	$\begin{array}{c}1\\2\\2\end{array}$	1 1	0.212269		
388 N.388 N.389 N.400 N.401 N.411 N.414 N.	Nim Nim Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	$\frac{2}{2}$	1		18	0.034434
399 N. 399 N. 444 N. 444 N. 444 N. 445 N. 445 N. 445 N. 445 N. 445 N. 446 N. 447 N. 447 N. 447 N. 448 N. 450 N. 45	Nim Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [14 7] [14 7] [14 7] [14 7]	2		0.620284	18	0.011793
400 N.441 N.	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7] [14 7]			0.165392	17	0.032647 0.009729
411 NN444 412 NN444 413 NN444 4144 NN444 415 NN444 415 NN444 416 NN445 417 NN445 417 NN45 417 NN55 417 NN55 41	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7] [14 7]	_	2	0.608329	23	0.026449
422 N1444 N1444 N1444 N1445 N1444 N1446 N1446 N1446 N1446 N147 N1448 N1449 N146 N146 N146 N146 N146 N146 N146 N146	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7] [14 7]	1	1	0.646876	18	0.035938
434 N. M.	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7]	1	2	0.437430	19	0.023023
444 N.444 N.4445 N.4445 N.446 N.446 N.446 N.446 N.446 N.446 N.448	Nimby Nimby Nimby Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax		1	1	0.455317	20	0.022766
446 N.448 N.	Nimby Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[14 7]	1	1	0.453267	20	0.022663
447 N1448 N1449 N1	Nimby		[14 7]	1	2	0.507788	19	0.026726
488 N.449 N.550 N.551 N.551 N.551 N.552 N.553 N.555 N.555 N.555 N.557 N.5559 N.557 N.5559 N.557			[14 7]	1	1	0.466160	22	0.021189
49 N. M.		NoAlphaBetaNegamax	[14 7]	1	2	0.427578	19	0.022504
50 NN555 NN555 NN555 NN555 NN555 NN555 NN555 NN5556 NN5556 NN5556 NN5556 NN5556 NN555 NN55	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	1	1	0.143071	18	0.007948
51 NN 152 Ni 552 Ni 552 Ni 553 Ni 554 Ni 555 Ni 555 Ni 555 Ni 556 Ni 558 Ni 558 Ni 558 Ni 559 Ni 558 Ni 559 Ni 558 Ni 559	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	1	1	0.142174	18	0.007899
52 N N 1 5 5 1 N 1 5 5 1 N 1 5 5 1 N 1 5 5 1 N 1 5 5 1 N 1 5 5 1 N 1 5 5 1 N 1 5 5 1 N 1 5 1 N 1 5 1 N 1 5 1 N 1 5 1 N 1 5 1 N 1 5 1 N 1 1 N 1 1 N 1 1 N 1 7 1 N 1 7 3 N 1 N 1 7 3 N 1 1 1 N 1 7 3 N 1 1 1 1 N 1 5 1 3 1 N 1 1 1 N 1 7 3 N 1 1 1 N 1 1 7 3 N 1 1 1 N 1 1 7 3 N 1 1 1 1 N 1 1 7 3 N 1 1 1 1 N 1 1 7 3 N 1 1 1 1 N 1 1 7 3 N 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	1	1	0.135833	18	0.007546
53 NN555 NN555 NN555 NN555 NN555 NN5556 NN555 NN5558 NN555	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	1	2 1	0.143845	19	0.007571
54 NN555 NN555 NN556 NN558 NN559 NN5	Nimby Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3]	1	2	0.146557 $0.147836$	18 21	0.008142 0.007040
555 Ni.556 Ni.556 Ni.557 Ni.558 Ni.558 Ni.558 Ni.559 Ni.661 Ni.662 Ni.662 Ni.663 Ni.664 Ni.665 Ni.666 Ni.666 Ni.666 Ni.71 Ni.7	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	1	1	0.157358	20	0.007868
56 Ni 57 Ni 58 Ni 59 Ni 60 Ni 61 Ni 62 Ni 63 Ni 64 Ni 65 Ni 66 Ni 66 Ni 67 Ni 68 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni 73 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	1	1	0.140537	18	0.007808
57 Ni 58 Ni 59 Ni 60 Ni 61 Ni 62 Ni 63 Ni 64 Ni 65 Ni 66 Ni 66 Ni 67 Ni 68 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni 73 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[14 7]	2	2	0.482979	20	0.024149
59 Ni 60 Ni 61 Ni 62 Ni 63 Ni 64 Ni 65 Ni 666 Ni 667 Ni 668 Ni 69 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni 73 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[14 7]	2	2	0.427284	20	0.021364
60 Ni 61 Ni 62 Ni 62 Ni 63 Ni 64 Ni 65 Ni 66 Ni 66 Ni 67 Ni 68 Ni 69 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[14 7]	2	2	0.423783	20	0.021189
61 Ni 62 Ni 63 Ni 64 Ni 65 Ni 66 Ni 66 Ni 67 Ni 68 Ni 69 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[14 7]	2	2	0.432718	20	0.021636
62 Ni 63 Ni 64 Ni 65 Ni 66 Ni 66 Ni 67 Ni 68 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[14 7]	2	1	0.423272	21	0.020156
63 Ni 64 Ni 65 Ni 66 Ni 66 Ni 67 Ni 68 Ni 69 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni 73 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[14 7]	2	1	0.483813	21	0.023039
64 Ni 65 Ni 66 Ni 67 Ni 68 Ni 69 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[14 7]	2	2	0.483791	22	0.021991
65 Ni 66 Ni 67 Ni 68 Ni 69 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[14 7]	2	1	0.444033	23	0.019306
66 Ni 67 Ni 68 Ni 69 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni 73 Ni	Nimby Nimby	NoAlphaBetaNegamax NoAlphaBetaNegamax	[4 3] [4 3]	2 2	1 1	0.125598 $0.153793$	19 21	0.006610 0.007323
67 Ni 68 Ni 69 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni 73 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	2	1	0.113963	17	0.007323
68 Ni 69 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni 73 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	2	2	0.139847	20	0.006992
69 Ni 70 Ni 71 Ni 72 Ni 73 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	2	1	0.127867	19	0.006730
70 Ni 71 Ni 72 Ni 73 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	2	2	0.151864	22	0.006903
71 Ni 72 Ni 73 Ni	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	2	1	0.156149	21	0.007436
73 N	Nimby	NoAlphaBetaNegamax	[4 3]	2	1	0.116710	17	0.006865
	Nim	ExpectedNegamax	[14 7]	1	1	4.401969	18	0.244554
(4 N	Nim	ExpectedNegamax	[4 3]	1	2	0.103094	17	0.006064
	Nim	ExpectedNegamax	[14 7]	2 2	1	2.847942	17	0.167526 0.005648
	Nim Nimby	ExpectedNegamax ExpectedNegamax	[4 3] [14 7]	1	1 1	0.096010 $4.254633$	17 20	0.005648
	Nimby	ExpectedNegamax ExpectedNegamax	[14 7]	1	1	3.966079	14	0.283291
	Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	1	1	4.018238	18	0.223235
	Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	1	1	3.985834	20	0.199292
	Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	1	1	4.014443	18	0.223025
81 N	Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	1	2	3.857389	15	0.257159
32 N	Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	1	1	3.965449	18	0.220303
	Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	1	1	3.960433	18	0.220024
	Nimby	ExpectedNegamax	[4 3]	1	1	0.107829	20	0.005393
	Nimby	ExpectedNegamax	[4 3]	1	1	0.113446	20	0.00567
	Nimby	ExpectedNegamax	[4 3]	1	1	0.112666	20	0.005633
	Nimby	ExpectedNegamax	[4 3]	1	2 1	0.109433	19	0.005760
	Nimby Nimby	ExpectedNegamax ExpectedNegamax	[4 3] [4 3]	1 1	1	0.109564 $0.106014$	20 18	0.005478 0.005890
	Nimby	ExpectedNegamax ExpectedNegamax	[4 3]	1	1	0.110469	20	0.005523
	Nimby	ExpectedNegamax ExpectedNegamax	[4 3]	1	2	0.110469	19	0.00577
	Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	2	1	2.893729	17	0.170219
		ExpectedNegamax	[14 7]	2	1	3.054156	19	0.160745
94 N	Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	2	1	2.795941	19	0.14715
	Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	2	2	2.801897	18	0.15566
	Nimby Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	2	1	2.800561	19	0.14739
	Nimby Nimby Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	2	1	3.094001	19	0.16284
	Nimby Nimby Nimby Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	2	2	2.816090	18	0.15644
	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby	ExpectedNegamax	[14 7]	2	1	2.916857	19	0.15351
	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby	ExpectedNegamax	[4 3]	2	1	0.097883	19	0.00515
	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby	ExpectedNegamax	[4 3]	2	1	0.101640	19	0.00534
	Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby Nimby		[4 3]	2	2	0.102311	18	0.00568
	Nimby	ExpectedNegamax	[4 3]	2	2	0.102401	20	0.005120
	Nimby	ExpectedNegamax	[4 3]	2 2	2	0.100223	18	0.005568
	Nimby	ExpectedNegamax ExpectedNegamax	[4 3]	2 2	1 1	0.093457 $0.094611$	17 17	0.00549
106 Ni 107 Ni	Nimby	ExpectedNegamax	[4 3]	2 2	1	0.101861	17	0.005565 0.005361

Tabela 1: Zebrane dane umieszczone w pliku .csv zamieszczonego w rozwiązaniu.

#### 4.1 Dodatkowe statystyki

- Łączny czas rozgrywek: 81.98712229996454s.
- $\bullet$  Średni czas gry: 0.7591400212959679s.
- Średni czas tury: 0.04215094819664955s.
- Średni czas gry Nim: 0.8351441333337183s.
  - z klasycznym algorytmem Negamax: 0.238739025000541s.
  - z algorytmem NoAlphaBetaNegamax: 0.4044398500045645s.
  - -z algorytmem Expected Negamax: 1.8622535249960492s.
- Średni czas gry Nimby: 0.7496395072912492s.
  - z klasycznym algorytmem Negamax: 0.1640242718749505s.
  - z algorytmem NoAlphaBetaNegamax: 0.3077318812493104s.
  - z algorytmem ExpectedNegamax: 1.7771623687494866s.
- Średni czas tury Nim: 0.04771503806114197s.
  - z klasycznym algorytmem Negamax: 0.015046598389744759s.
  - z algorytmem NoAlphaBetaNegamax: 0.02215057983994484s.
  - z algorytmem ExpectedNegamax: 0.10594794154167175s.
- Średni czas tury Nimby: 0.04145543649792671s.
  - -z klasycznym algorytmem Negamax:  $0.009587015956640244\mathrm{s}.$
  - z algorytmem NoAlphaBetaNegamax: 0.015358482487499714s.
  - z algorytmem ExpectedNegamax: 0.09942080825567245s.

# 5 Liczba Wygranych i Przegranych podejść

- Wszystkie gry łącznie: 108.
- Liczba wygranych: 74 (68.52%).
- Liczba przegranych: 34 (31.48%).

#### W tym dla gier Nim:

- Gracz 1 wygrał: 10 gier typu Nim.
- Gracz 2 wygrał: 2 gry typu Nim.
- Przeprowadzono łącznie 12 gier. Nie było sensu przeprowadzać więcej ponieważ gra jest denterministyczna.

#### Dla gier Nimby:

- Gracz 1 wygrał: 64 gier typu Nimby.
- Gracz 2 wygrał: 32 gry typu Nim.
- Przeprowadzono łącznie 96 gier.

# 6 Przemyślenia i Wnioski

#### Wnioski:

- Programowanie dynamicznie znacznie przyspieszyło obliczenia, z uwagi na zmniejszenie powtórnych obliczeń, poprzez zastosowanie tzw.: **Transition Table** specjalnych tabeli kasz-ujących poszczególne stany gry;
- Czas obliczeń znacznie poprawiło też wyeliminowanie niepotrzebnego kopiowania obiektów, związanego z powrotem do poprzedniego stanu gry.
- Odcinanie za pomocą szacowania alpha / beta poprawiło prawie dwukrotnie czas działania algorytmu AI.
- Nimby jest minimalnie szybszą grą, rozgrywkę prawdopodobnie przyspieszają przypadkowe, niezaplanowane ruchy
- Algorytm Expected Negamax jest zdecydowanie wolniejszy od czystego Negamax i wariantu bez odcięcia alpha-beta, znacząco zaniża średnią czasu trwania.

## Literatura

- Biblioteki do kodu:
  - Numpy, wersji: 1.26.4
  - Pandas, wersji: 2.8.2 agregacja rezultatów i konwersja do odpowiednich formatów.
  - EasyAI, wersji: 2.0.12
- Źródła merytoryczne:
  - Użyty algorytm Negamax oraz pomoc w implementacji wersji bez Alpha / Beta.
  - Dokumentacja EasyAI.