

# 《计算机辅助几何设计》第七次作业

姓名：殷文良 学号：12435063

2024 年 11 月 3 日

## 思考题 1

1.

证明. 前者成立, 后者不成立。

- 根据曲率和挠率的定义, 曲率和挠率连续是 $G^3$ 连续的必要条件。即如果两条曲线在连接点处 $G^3$ 连续, 那么其曲率和挠率必须是连续的。
- 但如果仅有曲率和挠率连续, 可能仍存在其他因素导致 $G^3$ 连续不成立。例如, 如果两条曲线在连接点的切向或法向变化不匹配, 即便它们的曲率和挠率连续, 也可能导致 $G^3$ 不连续。

QED

2.

证明.

第二类边界条件:  $P'(a) = m_0, P'(b) = m_n$ 。

$$\begin{bmatrix} 2 + \bar{\nu}_1 & \mu_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_2 & 2 + \bar{\nu}_2 & \mu_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_{n-2} & 2 + \bar{\nu}_{n-2} & \mu_{n-2} \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_{n-1} & 2 + \nu_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{n-2} \\ m_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3D_1 - \lambda_1 m_0 \\ 3D_2 \\ \vdots \\ 3D_{n-2} \\ 3D_{n-1} - \mu_{n-1} m_n \end{bmatrix}. \quad (1)$$

其中,  $\bar{\nu}_i = \frac{\nu_i(u_i - u_{i-1})(u_{i+1} - u_i)}{2(u_{i+1} - u_{i-1})}$ ,  $D_i = \lambda_i \frac{P_i - P_{i-1}}{u_i - u_{i-1}} + \mu_i \frac{P_{i+1} - P_i}{u_{i+1} - u_i}$

第三类边界条件:  $P(a) = P(b), P'(a) = P'(b), P''(a+) - P''(b-) = (\nu_0 + \nu_n)P'(a)$ 。

$$\begin{bmatrix} \bar{\nu}_0 & \Delta u_n & 0 & 0 & \cdots & \Delta u_1 \\ \lambda_1 & 2 + \bar{\nu}_1 & \mu_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 2 + \bar{\nu}_2 & \mu_2 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-2} & 2 + \bar{\nu}_{n-2} & \mu_{n-2} \\ \mu_{n-1} & 0 & \cdots & 0 & \lambda_{n-1} & 2 + \nu_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_0 \\ m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{n-2} \\ m_{n-1} \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} \Delta u_n \frac{P_1 - P_0}{\Delta u_1} + \Delta u_1 \frac{P_n - P_{n-1}}{\Delta u_n} \\ D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_{n-2} \\ D_{n-1} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中,  $\bar{\nu}_0 = \frac{\Delta u_n \Delta u_1 (\nu_0 + \nu_n) + 4(\Delta u_n + \Delta u_1)}{2}$ ,  $m_0 = m_n$ 。

QED