

《计算机辅助几何设计》第二次作业

姓名：殷文良 学号：12435063

2024 年 10 月 29 日

思考题 1

- 不同边界条件的三次样条函数在点 $(1, \ln 1)$, $(2, \ln 2)$, $(3, \ln 3)$, $(4, \ln 4)$, $(6, \ln 6)$ 处插值 $\ln x$ 。

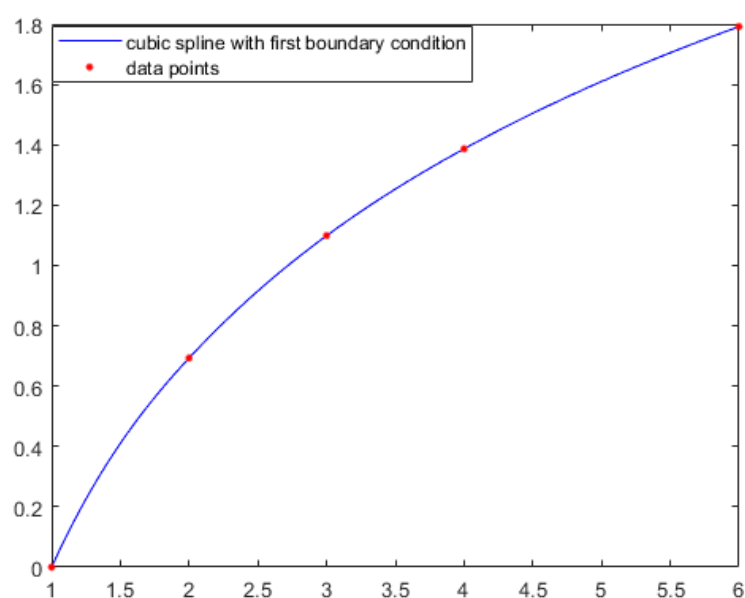


图 1: 一阶导数边界条件

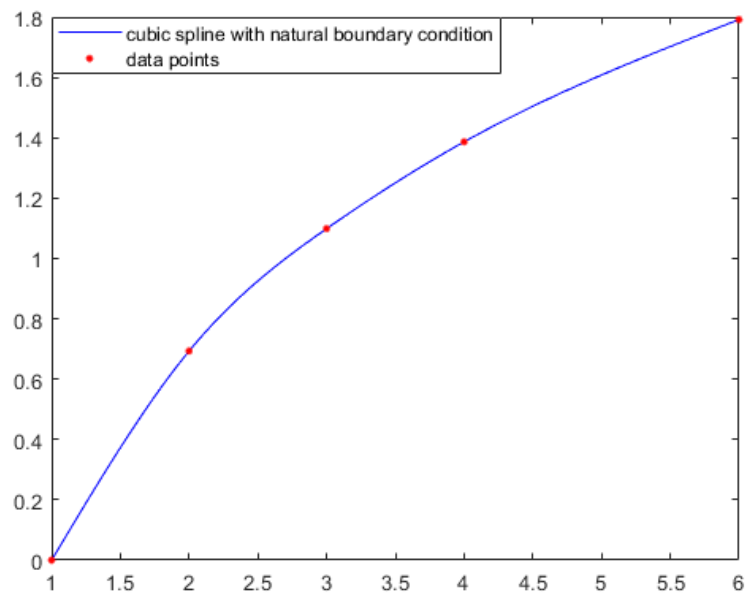


图 2: 自然边界条件

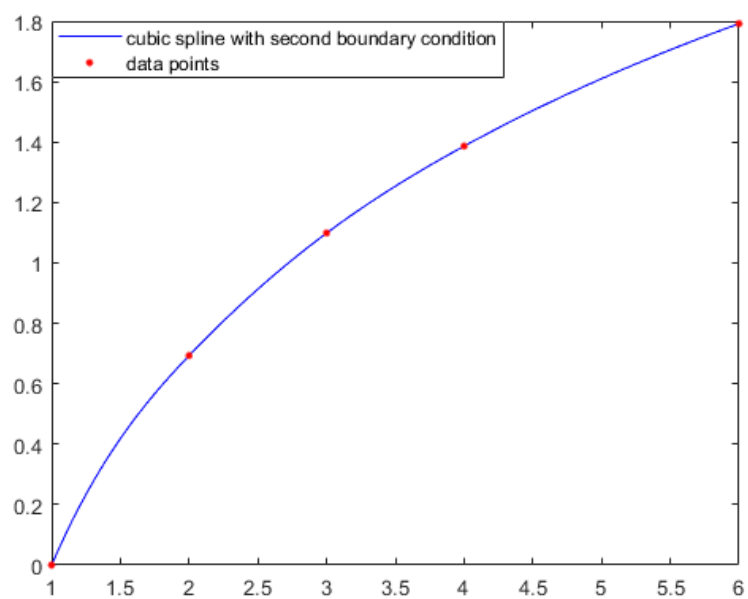


图 3: 二阶导数边界条件

- 对区间 $[-1, 1]$ 进行均匀划分, 分别令 $N = 6, 11, 21, 41, 81$ 为节点个数。使用一阶边界条件的三次样条函数在这些节点处进行插值, 发现三次插值样条函数有效缓解了Runge现象。

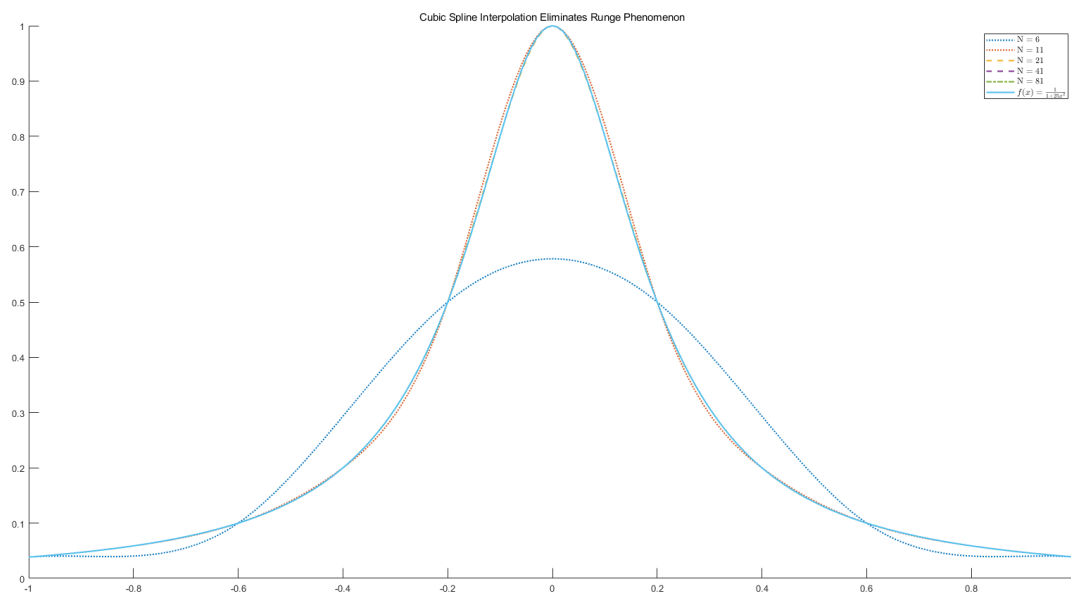


图 4: 三次插值样条函数有效缓解了Runge现象

思考题 2

1. 引入半节点的原因

二次样条插值的基本目标是在每个分段区间内构造二次多项式，并通过设置合适的边界条件来保证插值函数的光滑性。通过引入半节点：

- 可以将每个分段的多项式划分得更加细致，增强插值函数的适应性；
- 保证插值函数在每个区间内具有良好的光滑性。

2. 不使用半节点，如何构造二次样条插值函数

如果仅使用原区间的分割点来构造二次样条插值函数，需要添加平滑性条件和边界条件：

- 为了保证插值函数的平滑性，需要保证样条函数在相邻区间的连接处具有连续的一阶导数；
- 添加自然边界条件或者固定斜率边界条件。