2015级微积分 II 与线性代数(第二层次)期中试卷

院系______________学号______________ 姓名______________

	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一. 计算下列各题(每题6分, 共48分)

1. 四面体以 $A(-1,2,4)$, $B(6,3,2)$, $C(1,4,-1)$ 和 $D(-1,-2,5)$ 四点为顶点, 求四面体的体积.

2. 求点 $P(1,2,3)$ 到平面 $\Pi: 3x+2y-z+4=0$ 的距离, 并判断 P 点与原点在平面 Π 的同侧还是异侧.

3. 求直线 $L:\begin{cases}2x-4y+z=0\\3x-y-2z-9=0\end{cases}$ 在平面 $\Pi: 4x-y+z=1$ 上的投影直线的方程.

4. 设 $u=\dfrac{\mathrm{e}^{ax}(y-z)}{a^2+1}$, 而 $y=a\sin x$, $z=\cos x$, 求 $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$.

5. 设 $\begin{cases}z=x^2+y^2\\x^2+2y^2+3z^2=10\end{cases}$ 求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}, \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$.

6. 交换积分次序: $\displaystyle\int_0^2 \mathrm{d}y\int_{y^2}^{2y} f(x,y)\mathrm{d}x$.

7. $\displaystyle\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中 D 为环形区域 $\{(x,y)\mid a^2\leqslant x^2+y^2\leqslant b^2\}$.

8. $\displaystyle\oint_L x\mathrm{d}s$, 其中 L 为由直线 $y=x$ 及抛物线 $y=x^2$ 所围成的区域的整个边界.

二. (10分) 求直线 $L:\begin{cases}x+y+z=0\\x+z-1=0\end{cases}$ 关于平面 $\Pi: 3x+y+5z-6=0$ 的对称直线的标准(或对称) 方程.

三. (10分) 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 讨论 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的可偏导性与可微性.

四. (10分) 求两条异面直线

$$L_1:\begin{cases}x-2y+z-7=0,\\2x-y+z-6=0\end{cases}\qquad L_2:\begin{cases}x+y-z+2=0,\\x-2y+3z+1=0\end{cases}$$

之间的距离.

五. (11分) 计算 $\int_L (x^2-y)\mathrm{d}x-(x+\sin^2 y)\mathrm{d}y$, 其中 L 是在圆周 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 上由点 $(0,0)$ 到点 $(1,1)$ 的一段圆弧. (提示: 可利用格林公式将圆弧 L 上的曲线积分转换为折线 $(0,0)\to(1,0)\to(1,1)$ 上的曲线积分.)

六. (11分) 计算三重积分 $\iiint\limits_V z^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, 其中 V 是两个球: $x^2+y^2+z^2\leqslant R^2$ 和 $x^2+y^2+z^2\leqslant 2Rz\ (R>0)$ 的公共部分.

2016级微积分 II 与线性代数(第二层次)期中试卷

院系______________学号____________ 姓名____________

	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一. 计算下列各题(每题6分, 共48分)

1. 将函数 $\ln(1-2x)$ 展开成 x 的幂级数, 并指出其收敛区间.

2. 已知 $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=2$, 求 $\left[(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})\right]\cdot(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a})$.

3. 设一平面经过原点及点 $(6,-3,2)$, 且与平面 $4x-y+2z=8$ 垂直, 求该平面的方程.

4. 求直线 $\begin{cases}x-2y+3=0\\2y+z-7=0\end{cases}$ 与平面 $3x+4y+5z=6$ 之间的距离.

5. 设函数 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数, $z=f(xy,x^2-y^2)$, 求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

6. 求椭圆抛物面 $x^2+y^2=z$ 在点 $(1,1,2)$ 的切平面.

7. 交换积分次序: $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{d}y\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x,y)\mathrm{d}x$.

8. 求平面 $6x+3y+2z-6=0$ 被三个坐标平面所割出的部分的面积.

二. (10分) 求幂级数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)x^n$ 的收敛域, 并求其和函数.

三. (10分) 函数 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处连续, 且极限 $\displaystyle\lim_{\substack{x\to0\\y\to0}}\frac{f(x,y)}{x^2+y^2}$ 存在, 求证: $f(0,0)=0$, $f'_x(0,0)=f'_y(0,0)=0$, 并讨论 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处的可微性.

四. (12分) 求函数 $f(x,y)=x^4+y^4-x^2-2xy-y^2$ 的全部极值.

五. (10分) 计算二重积分 $\displaystyle\iint_D\left|x^2+y^2-1\right|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中$D=\left\{(x,y)\mid 0\leqslant x\leqslant 1,\ 0\leqslant y\leqslant 1\right\}$.

六. (10分) 计算三重积分 $I = \iiint\limits_V (x^2+y^2+z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, 其中 V 是由曲线 $\begin{cases} y^2 = 2z \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周而成的曲面与平面 $z=4$ 所围成的立体.

2017级微积分 II 与线性代数(第二层次)期中试卷

院系________________学号________________姓名________________

	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

一. 计算下列各题(每题6分, 共42分)

1. 设向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}| = 4, |\boldsymbol{b}| = 1$ 及 $(\widehat{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}}) = \frac{\pi}{3}$, 求: 向量 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ 和 $-\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}$ 的夹角.

2. 求过点 $M(-1, 0, 4)$ 且平行于平面 Π : $3x - 4y + z - 5 = 0$ 又与直线 L : $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ 相交的直线方程.

3. 求函数 $f(x) = (1 + x)\ln(1 + x)$ 在 $x = 0$ 的处的幂级数展开式.

4. 设函数 $z = z(x, y)$ 满足方程 $x + y - z = \mathrm{e}^z$, 求高阶偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

5. 求椭球面 $2x^2 + y^2 + z^2 = 15$ 在点 $(1, -3, 2)$ 处的切平面与平面 xOy 的夹角.

6. 求空间曲线 Γ : $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2z^2 = 4x, \\ 2x - 3y + 5z = 4 \end{cases}$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处切线方程和法平面方程.

7. 求二重积分 $\iint\limits_D (x^2 + y)\mathrm{d}\sigma$, 其中 D 是由直线 $y = x$ 与 $y = 2x$ 以及 $x = 2$ 所围成的有界闭区域.

二. (10分) 求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n!} x^{2n}$ 的收敛域, 并求其和函数.

三. (10分) 设一平面 Π 垂直于平面 $z = 0$, 并通过从点 $M(1, -1, 1)$ 到直线 L : $\begin{cases} y - z + 1 = 0, \\ x = 0 \end{cases}$ 的垂线, 求此平面 Π 方程.

四. (8分) 设 $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2)\sin\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0. & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 证明 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处可微.

五. (10分) 求函数 $f(x,y)=x^2+y^2-2x+6y$ 在闭区域 D： $x^2+y^2\leqslant 25$ 上的最大值与最小值.

六. (10分) 计算二重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} z\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, 其中 Ω 为曲面 $z=x^2+y^2$ 与曲面 $z=2-\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的闭区域.

七. (10分) 求圆锥面 $z^2=x^2+y^2$ 被柱面 $x^2+y^2=2x$ 所截下的曲面的面积.