

文章编号:1672-9331(2017)03-0035-06

# 大数据下基于出发时刻的动态最短路

苏贞旅, 周和平, 陶 亭

(长沙理工大学 交通运输工程学院, 湖南 长沙 410004)

**摘 要:** 在大数据背景下,以时间集聚图的形式,将路网上的路段阻抗按时间切片依次表示,这样简化了时空网络,并在此基础上构建了基于出发时刻的带有时间窗的动态最短路模型。同时提出了可行路段及可行路径的概念,并设计改进的倒序标号法,改进的算法能简化搜索过程,快速地找出符合时间窗要求的最佳出发时刻及对应的最短路径。最后通过一个算例验证了模型及算法的有效性与合理性。

**关键词:** 大数据; 最佳出发时刻; 动态最短路; 时间窗; 时空网络; 时间集聚图

中图分类号: U491

文献标识码: A

## Dynamic shortest path based on departure time under Big Data

SU Zhen-lv, ZHOU He-ping, TAO Ting

(School of Traffic and Transportation Engineering, Changsha University  
of Science and Technology, Changsha 410004, China)

**Abstract:** Under the background of Big Data, the link impedance of road network is represented by time slice successively in the form of Time-Aggregated Graphs, which simplifies the spatio-temporal network, and the dynamic shortest path model based on the departure time with time window is constructed. At the same time, the concepts of feasible links and feasible paths are put forward, and the improved reverse labeling algorithm is designed. The improved algorithm can simplify the search process, and quickly find the optimal departure time and the corresponding shortest path which meets the requirement of the time window. The model and algorithm is tested with a simple network and the result shows the proposed model and algorithm is effective and reasonable.

**Key words:** big data; optimal departure time; dynamic shortest path; time window; spatio-temporal network; time-aggregated graph

对于传统交通网络问题的研究,路网上的路段阻抗通常被视为确定性的且是唯一的。而现实中的交通网络受到多方面因素的影响,路网阻抗是不确定的。在信息技术迅速发展的背景下,取得路网上实时交通信息变得更为方便,交通大数据在交通网络问题的研究中得到了充分的利用。

Betsy George 等人<sup>[1,2]</sup>对比分析了时空网络的两表达形式,即时间拓展图和时间集聚图,将时间集聚图(TAG)用于建立时空网络模型。对于出发时刻及路径选择问题<sup>[3,4]</sup>,Venkata M. V. Gunturi 等人<sup>[5]</sup>提出了对于所有出发时刻的拉格朗日最短路的临界时间节点法,以寻求最短路发生变化的

收稿日期:2017-07-13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51178061)

作者简介:苏贞旅(1992-),男,福建霞浦人,长沙理工大学硕士研究生,主要从事交通运输规划与管理方面的研究。

临界时间节点;Sarnath Ramnath 等人<sup>[6]</sup>针对最佳出发时刻的最短路问题,提出了时空机会算法,并提出了时间扩展优先级队列的概念,以寻求最佳的出发时刻以及对应的最短路径。

国内相关的研究还较少,本质上可归结为带约束的最短路问题和路径选择问题<sup>[7,8]</sup>。张琳<sup>[9]</sup>分析了出行者的行为,研究了惩罚费用成本等出行成本,并结合随机用户均衡分配等理论,建立了适用于我国一般城市网络的出发时刻选择决策模型。夏金娇等人<sup>[10,11]</sup>基于前景理论,对路径选择模型中参考点的设置进行了研究,把路径选择的参考点定为到达时间,然后假设参考点不变,分析了出发时刻对路径选择的影响。陈玲娟等人<sup>[12]</sup>在前景理论框架下,提出了把可接受最早到达时刻、工作开始时刻及最佳到达时刻作为3个参考点的到达前景值模型,并建立了基于出行收益最大的出发时刻和路径选择模型。

综上所述,国外学者对最佳出发时刻最短路问题做了深入研究,但提出的算法较为复杂且效率不高;而国内的研究主要集中于出发时刻和路径选择的网络配流或者出行决策模型,对于最佳出发时刻的相关研究较少。因此,作者结合国内外学者的研究,针对实时路网信息下的最佳出发时刻最短路问题,利用大数据技术构建时间集聚网络图,用于表示时空路网,并在传统的带约束最短路模型的基础上,建立实时路网信息下的最佳出发时刻最短路模型,用于个体出行决策;同时提出改进的倒序标号法,以简化最短路径的搜索过程。

## 1 时空路网的表示

路网中路段的阻抗在一天中呈现双峰分布(如图1所示),而相近时刻的路段阻抗相差不大,在现有的信息技术支持下,可以根据路段历史阻抗信息及实时的交通阻抗信息来预测将来相应时间段的阻抗。将双峰图简化成如图2所示,通过各个时间切片的阻抗体现路网阻抗的动态性。每个时间段路段的阻抗通过预测获得,本研究重点研究在此基础上的最佳出发时刻最短路问题,因此假设路网中各路段动态的阻抗预测结果已知。

时空交通网络相对常规交通网络更为复杂,

在空间的基础上考虑路网的动态变化,增加时间因素,形成了动态交通网络问题。对于时空交通网络有两种比较常用的表达形式,即时间拓展图和时间集聚图。时间扩展网络被用于动态网络建模,在瞬间复制网络,形成存储空间占用高和计算量大的算法。与此相反,时间集聚图不复制节点和阻抗,而是允许阻抗和节点的属性被表示为一个时间序列。由于该模型不会在每一瞬间复制整个图形,因此它使用更少的内存,并且对于一般操作的算法比时间扩展网络计算效率更高。

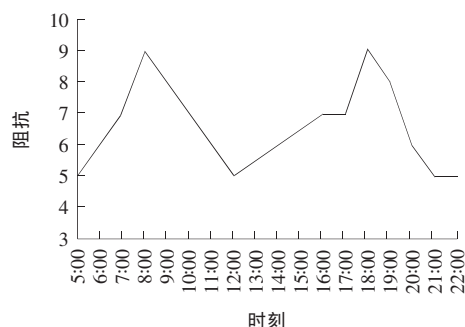


图1 路段阻抗分布曲线

Fig. 1 Link impedance distribution curve

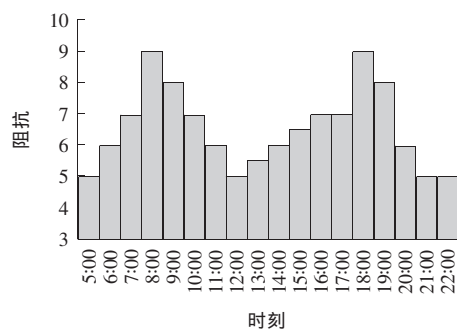


图2 按时间切片的路段阻抗

Fig. 2 Link impedance by time slice

图3所示是时间集聚图,各条边上的数据表示路段的阻抗,用向量表示,不同时刻对应不同的阻抗。由于现实中的出行不需要精确到某个精度很高的时刻,因此本研究所涉及的时刻与一般的时刻不同,它表示某个时间切片,如时间范围06:00—07:00,若按10 min进行时间切片,则对应6个时刻,用 $t=1$ 表示06:00—06:10,则 $t=6$ 表示06:50—07:00,一个单位的路段阻抗值等于1个时间切片,如 $t=1$ 时,路段(A,B)的阻抗为3个单位,即30 min。而图4所示是时间拓展图,它将每个节点按不同时刻进行拓展,这样不

同时刻的节点对之间的阻抗可以相应地表示。对比图 3,4 可以明显地看出,时间集聚图简化了时空交通路网,也能方便本研究之后的研究计算。

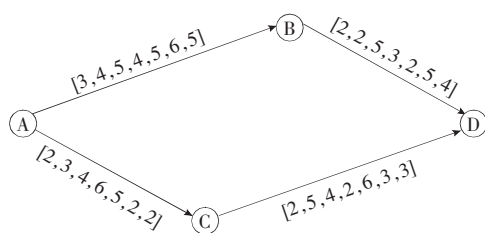


图 3 时间集聚图

Fig. 3 Time-aggregated graph

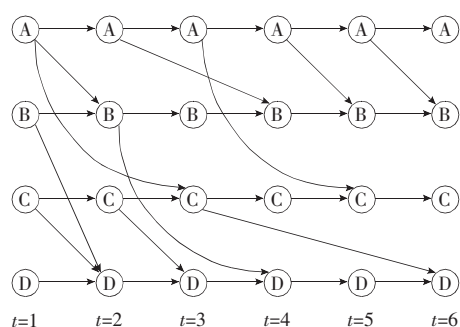


图 4 时间拓展图

Fig. 4 Time-expanded graph

## 2 模型的建立

针对所研究的问题,以传统的最短路模型为基础,考虑动态路网上路段阻抗的不确定性以及时间窗等要求<sup>[13]</sup>,建立基于出发时刻的最短路模型。该模型针对个体出行者,用于出行者出行决策,最短路阻抗只受出发时刻及所选路径的影响。

### 2.1 基本假设

1) 对所研究的路网,将节点阻抗整合到路段阻抗中,简化成只考虑路段阻抗的最短路问题,且路段阻抗的时间序列设为已知。

2) 由于时间窗范围内的到达时刻均符合出行者的需求,且范围不大,假设相对于在路网上花费更多的时间,出行者更愿意早点到达目的地,因此目标函数不考虑到达终点后的等待时间,总阻抗定义为路网上的出行路径阻抗。

### 2.2 决策变量

1) 路径变量  $x_{ij}$ :  $x_{ij}$  是 0-1 变量,表示路径  $(i, j)$  是否被选取,若路径被选取则值为 1,否者为 0。

2) 起点出发时刻  $y_1$ :  $y_i (i \in V)$  表示  $i$  节点处的出发时刻,而各节点的出发时刻受到上一节点的出发时刻以及二者之间的实时路段阻抗的影响,最终都能归结于起点的出发时刻,因此从严格意义上说,起点的出发时刻是决策变量,即  $y_1$ 。

### 2.3 目标函数

目标函数与传统的最短路模型相似,即所选取各路段的阻抗求和取最小值。不同之处在于,各路段的阻抗由到达路段起始节点的时刻确定,不同的到达时刻对应不同的路段阻抗:

$$\min C = \sum x_{ij} c_{ij}^{y_i} \quad (1)$$

### 2.4 约束条件

1) 出行路径约束。

出行过程中可以存在绕行,但不允许在 1 次出行中到达 1 个地点 2 次:

$$\sum_i x_{ij} \leq 1, \forall j \quad (2)$$

若一条路径被确定为最短路,对于起点,其值为 1,表示路径从起点出发;对于中间点,其值为 0,表示路径经过该节点,即到达节点后再离开;对于终点其值为 -1,表示出行到达该点停止,即出行的终点:

$$\sum_{(j,k) \in A} x_{jk} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = \begin{cases} 1, & j \text{ 为起点} \\ -1, & j \text{ 为终点} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

2) 时间窗约束。

出行未准时到达会影响服务质量,目前出行者对出行要求越来越高。通过对时间的限制要求,既能保证其服务质量,又能提高出行效率。因此,要求出行的到达时刻满足出行者的时间窗要求,在时间窗所规定的范围  $[L, U]$  内,将出行者运送到目的地:

$$L \leq y_1 + C \leq U \quad (4)$$

3) 可行域约束。

对于路径变量  $x_{ij}$ ,其可行域为  $\{0, 1\}$ ,表示路径只有选取或不选取 2 种情况:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{路径}(i, j) \text{ 未被选取} \\ 1, & \text{路径}(i, j) \text{ 被选取} \end{cases} \quad (5)$$

对于出发时刻变量,起点出发时刻应在出发时刻集合  $T$  中,各点出发时刻大于 0:

$$y_1 \in T \quad (6)$$

$$y_j = y_i + c_{ij}^{y_i} > 0, (i, j) \in A \quad (7)$$

## 2.5 数学模型

综上所述,基于出发时刻的带有时间窗的动态最短路模型可表示为:

$$\begin{aligned} \min C &= \sum x_{ij} c_{ij}^{y_i} \\ \text{s.t.} &\begin{cases} \sum_i x_{ij} \leq 1, \forall j \\ \sum_{(j,k) \in A} x_{jk} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = \begin{cases} 1, & j \text{ 为起点} \\ -1, & j \text{ 为终点} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ L \leq y_1 + C \leq U \\ x_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{路径}(i,j) \text{ 未被选取} \\ 1, & \text{路径}(i,j) \text{ 被选取} \end{cases} \\ y_1 \in T \\ y_j = y_i + c_{ij}^{y_i} > 0, (i,j) \in A \end{cases} \end{aligned}$$

## 3 算法设计

### 3.1 可行路段的定义

在介绍算法之前提出可行路段和可行路径的概念。如图5所示,假设到达终点D点的时刻为 $t=10$ ,路段1,2的阻抗序列分别为 $[2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 4\ 4\ 4\ 4]$ 和 $[3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 4\ 4]$ ,表1给出了从起点O任意时刻出发到达终点D的时刻。由表1可以看出,无论从什么时候出发,经过路段1,不可能在 $t=10$ 到达终点D,因此该路段为不可行路段。然而,对于路段2, $t=7$ 时从起点O点出发,此时路段阻抗为3,到达终点D的时刻为 $t=10$ ,该路段为可行路段。由可行路段构成的路径称为可行路径。可行路径起点的出发时刻称为可行出发时刻,一条可行路径可能对应几个可行出发时刻。

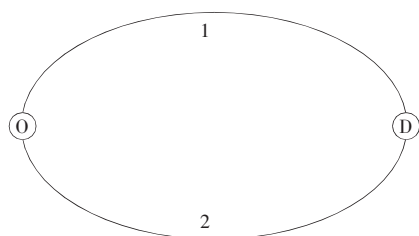


图5 简单网络图

Fig. 5 A simple network diagram

### 3.2 基于可行路段的倒序标号算法

求解提出模型的关键在于最短路径的搜索。由于路径阻抗只有当路径生成以后才能计算出

来,为提高搜索效率,采用改进的倒序标号算法求解。算法步骤如下。

表1 到达时刻表

Table 1 An arrival time table

| 出发时刻 $t$ | 路段 1 阻抗 | (经过 1) 到达时刻 $t$ | 路段 2 阻抗 | (经过 2) 到达时刻 $t$ |
|----------|---------|-----------------|---------|-----------------|
| 1        | 2       | 3               | 3       | 4               |
| 2        | 2       | 4               | 3       | 5               |
| 3        | 2       | 5               | 3       | 6               |
| 4        | 3       | 7               | 2       | 6               |
| 5        | 3       | 8               | 2       | 7               |
| 6        | 3       | 9               | 2       | 8               |
| 7        | 4       | 11              | 3       | 10              |
| 8        | 4       | 12              | 4       | 12              |
| 9        | 4       | 13              | 4       | 13              |

步骤1:初始化。令 $k=0$ , $k$ 为循环次数。

步骤2: $k=k+1$ ,进行第 $k$ 次循环。初始化终点标号, $[at, (d, p, l, st, P)]$ ,标号包含以下信息:该点到达终点的时刻为 $at$ ;到达终点的距离为 $p$ ;到达上一节点的距离,即路段阻抗为 $l$ ;该点的出发时刻为 $st$ ;上一节点为 $P$ 。

步骤3:搜索与上一节点 $P$ 相邻的节点,选取其中一个节点 $P_w^i$ (代表第 $i$ 个搜索节点)转步骤4进行标号。

步骤4:判断搜索节点 $P_w^i$ 至上一节点 $P$ 间的路段是否为可行路段,若是,记录该节点的出发时刻 $st$ 及路段阻抗 $l$ ,得到该点标号,并以此节点 $P_w^i$ 作为上一节点返回步骤3继续迭代搜索;反之,直接返回步骤3判断其他搜索节点 $P_w^j (j \neq i)$ 。若所有节点搜索完均无可行路段,停止循环,返回步骤2。

步骤5:判断起点标号所得到的路径是否包含所有可行路径,若不是,返回步骤3继续搜索、标号;反之,提取起点标号,找出到达终点阻抗最小的标号,记录,并返回步骤2继续循环。

步骤6:若循环结束起点仍无标号,说明不存在在给定时间窗范围到达的情况,算法结束;否则,循环结束得到所有到达时刻对应的最短路,找出阻抗最小值,并递归搜索出对应的最短路径及出发时刻,即最佳出发时刻,算法结束。

## 4 算例分析

本研究采用一个手动生成的交通网络算例对本研究所提出的方法进行验证。图 6 为一个简单的网络图,包含 9 个节点以及 12 条双向出行路段。考虑该路网的运营时间是 06:00—22:00,按 10 min 进行时间切片,每个时间切片按前文时刻的定义转换成相应的时刻,即  $t = 1, 2, \dots, 96$ 。本算例所用数据通过 MATLAB 的随机数函数生成。本算例所需求解的问题是:在 15:00—16:00 ( $t = 55, 56, \dots, 59$ ) 时间范围内到达终点 9 的最短路及对应的出发时刻。算法过程通过 MATLAB 程序实现。

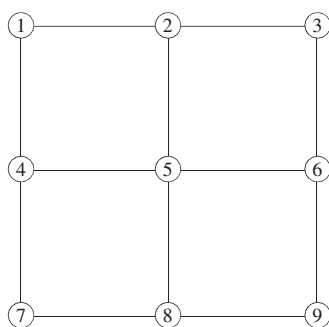


图 6 算例网络图

Fig. 6 An example of network diagram

下面以到达时刻  $t = 55$  为例的一次循环结果进行说明。通过 MATLAB 程序的第一次循环,可以得到从起点 1 到终点 9 的所有可行路径、对应的路径阻抗以及出发时刻(如表 2 所示)。表 2 中可以找出此次循环下的最短路,用“\*”标出。

表 2 可行路径

Table 2 Feasible paths

| $t = 55$ | 可行路径          | 路径阻抗 | 出发时刻 |
|----------|---------------|------|------|
| 1        | 1-2-5-6-9     | 18   | 37   |
| 2        | 1-4-5-6-9     | 16   | 39 * |
| 3        | 1-2-5-8-9     | 19   | 36   |
| 4        | 1-4-7-8-9     | 17   | 38   |
|          | 1-2-5-4-7-8-9 | 29   | 26   |
|          | 1-2-5-4-7-8-9 | 26   | 29   |
| 5        | 1-2-5-4-7-8-9 | 24   | 31   |
|          | 1-2-5-4-7-8-9 | 25   | 30   |
|          | 1-2-5-4-7-8-9 | 22   | 33   |

同理,每次循环会得到此次循环下的最短路径集合(有可能不存在,有可能 1 条,有可能多条),最终结果如表 3 所示。通过比较可以找出最短路。

由表 3 可以找出符合时间窗要求的最短路径有 1 条,因此,本算例的最佳出发时刻为  $t = 50$ ,即出行者在 14:10—14:20 出发,经过路径 1-4-5-6-9 是最短的,且能在  $t = 59$ ,即 15:40—15:50 到达目的地。

表 3 各循环路径对比

Table 3 Paths comparison of each cycle

| 到达时刻     | 路径        | 路径阻抗 | 出发时刻 |
|----------|-----------|------|------|
| $t = 55$ | 1-4-5-6-9 | 16   | 39   |
| $t = 56$ | 1-4-5-8-9 | 12   | 44   |
| $t = 57$ | 1-4-7-8-9 | 16   | 41   |
| $t = 58$ | 1-2-5-8-9 | 10   | 48   |
| $t = 59$ | 1-4-5-6-9 | 9    | 50 * |
| $t = 60$ | 1-2-5-6-9 | 14   | 46   |

## 5 结论

1) 作者对比分析了时间集聚图和时间拓展图这两种时空交通网络的表示形式,将时间集聚图应用在本研究中能更有效地解决阻抗不确定的最短路问题。

2) 所建立的模型考虑了出发时刻、动态阻抗以及时间窗等因素,能够应用于预约接驳等领域,时间窗体现接驳的可靠性,出发时刻能够用于有效订单的判断等。

3) 所设计的算法搜索了整个路网,能够迅速得到路网中符合时间窗要求的最佳出发时刻及最短路径,结果合理有效。搜索过程虽较复杂,但可在今后的研究中改进。

本研究中的模型及算法能充分利用交通大数据,在交通运输行业管理以及交通网络分析等多方面具有较好的应用前景。

### 〔参考文献〕

- [1] Betsy George, Shashi Shekhar. Time-aggregated graphs for modeling spatio-temporal networks; an extended

- abstract [M]. Berlin Heidelberg: Springer, 2006: 85-99.
- [2] Hongyan Li, Tao Zhang, Yang kun Zhang. A maximum flow algorithm based on storage time aggregated graph for delay-tolerant networks[J]. Ad Hoc Networks, 2017(59): 63-70.
- [3] Mikkel Thorhauge, Sonja Haustein, Elisabetta Cherchi. Accounting for the theory of planned behaviour in departure time choice[J]. Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour, 2016(38): 94-105.
- [4] Mingqiao Zou, Meng Li, Xi Lin, et al. An agent-based choice model for travel mode and departure time and its case study in Beijing[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2016(64): 133-147.
- [5] Venkata M V Gunturi, Ernesto Nunes, Kwang Soo Yang. A critical-time-point approach to all-start-time lagrangian shortest paths: a summary of results [M]. Berlin Heidelberg: Springer, 2011: 74-91.
- [6] Sarnath Ramnath, Zhe Jiang, Hsuan-Heng Wu, et al. A spatio-temporally opportunistic approach to best-start-time lagrangian shortest path[J]. International Symposium on Spatial and Temporal Databases, 2015 (9239): 274-291.
- [7] 孙小军. 带有模糊约束最短路问题的数学模型及算法[J]. 吉林大学学报: 理学版, 2015, 53(3): 478-482.  
SUN Xiao-jun. Mathematical model and algorithm for the shortest path problem with fuzzy constraints[J]. Journal of Jilin University: Science Edition, 2015, 53(3): 478-482.
- [8] 孟梦, 邵春福, 曾靖静. 考虑出发时间的组合出行动态路径选择模型[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2014 (10): 3676-3684.  
MENG Meng, SHAO Chun-fu, ZENG Jing-jing. Dynamic route choice model with departure time in combined trip[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2014(10): 3676-3684.
- [9] 张琳. 基于多成本分析的出发时刻选择决策模型研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.  
ZHANG Lin. Research on departure time choice and decision model based on various cost [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011.
- [10] 夏金娇, 隽志才, 高晶鑫. 基于前景理论的出行路径选择行为[J]. 公路交通科技, 2012, 29(4): 126-131.  
XIA Jin-jiao, JUAN Zhi-cai, GAO Jing-xin. Travel routing behaviors based on prospect theory[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2012, 29(4): 126-131.
- [11] 张波, 隽志才, 林徐勋. 基于累积前景理论的出发时间选择 SDUO 模型[J]. 管理工程学报, 2013, 27(1): 68-76.  
ZHANG Bo, JUAN Zhi-cai, LIN Xu-xun. Stochastic dynamic user optimum model with departure time choice based on cumulative prospect theory [J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2013, 27(1): 68-76.
- [12] 陈玲娟, 代炯, 王殿海. 基于出行收益的出发时刻及路径选择模型[J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2016, 35(4): 163-167.  
CHEN Ling-juan, DAI Jiong, WANG Dian-hai. Departure time and route choice model based on travel profit[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University: Natural Sciences, 2016, 35(4): 163-167.
- [13] 周和平, 王芳, 成军. 区间阻抗下的多路径交通分配[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2014, 11(3): 1-5.  
ZHOU He-ping, WANG Fang, CHENG Jun. Multipath traffic assignment under interval-valued impedance[J]. Journal of Changsha University of Science and Technology: Natural Science, 2014, 11(3): 1-5.