

## 主要内容:

- ◆ 交通流分配的基本概念、基本原理和基本方法
- ◆ 交通流分配的非平衡分配的模型和算法
- ◆ 交通流分配的平衡分配的模型和算法
- ※ 交通流分配是本课程的重点和难点之一

## 第一节 交通流分配理论的产生与发展

## 交通流分配

将预测得出的OD交通量，根据已知的道路网，按照一定的规则符合实际地分配到路网中的各条道路上去，进而求出路网中各路段的交通流量、所产生的OD矩阵，并据此对城市交通网络的使用状况做出分析和评价

## 交通流分配发展史

- 1、20 世纪 50 年代美国底特律大都市圈、芝加哥都市圈相继进行交通调查与规划的研究
- 2、全有全无法 (All-or-Nothing): 适合于非拥挤公路网
- 3、1952年，著名交通问题专家Wardrop提出了网络平衡分配的第一、第二定理
- 确定性分配: 反映网络的拥挤性
- 随机性分配: 反映出行选择行为的随机性
- 5、智能交通系统 (ITS) 阶段: 交通流的拥挤性、路径选择的随机性和交通需求的时变性

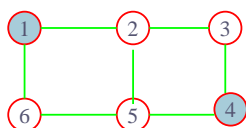
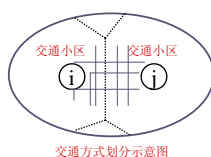
## 影响交通流量分布的两种机制

- 1、系统用户即各种车辆试图通过在网络上选择最佳行驶路线来达到自身出行费用最小的目标;
- 2、路网提供给用户的服务水平与系统被使用的情况密切相关，道路上的车流量越大，用户遇到的阻力即对应的行驶阻抗越高

## 第二节 交通流分配中的基本概念

## 一、交通流分配

**交通流分配:** 将预测得出的交通小区i和交通小区j之间的分布(或OD)交通量，根据已知的道路网，按照一定的规则符合实际地分配到路网中的各条道路上去，进而求出路网中各路段的交通流量



## 交通流分配的作用

- 1、将现状OD交通量分配到现状交通网络
- 2、将规划年OD交通量分布预测值分配到现状交通网络
- 3、将规划年OD交通量分布预测值分配到规划交通网络



## 交通流分配需要的基本数据

- 1、OD交通量：城市：高峰期OD交通流；公路网：AADT
- 2、路网：路段、交叉口特征和属性，时间流量函数
- 3、路径选择原则

## 交通工具的运行线路：

线路固定类型：公共交通、轨道交通等

线路不固定类型：出租车、小汽车、货车等

## 对于城市道路网

- 1、道路的主要承载对象是车辆，以标准小汽车 ( Passenger Count Unit , PCU) 为单位
- 2、交通分配的对象只是走行线路不固定的机动车辆的分布量
- 3、本分配方法也适用于人员对固定线路的公共交通线路和工具的选择

## 二、交通阻抗

**交通阻抗**（或者称为**路阻**）是交通流分配中经常提到的概念，也是一项重要指标，它直接影响到交通流径路的选择和流量的分配。**路阻函数**是指**路段行驶时间与路段交通负荷，交叉口延误与交叉口负荷之间的关系**。在具体分配过程中，由**路段行驶时间**及**交叉口延误**共同组成出行交通阻抗。

## 选择时间作为计量路阻的主要因素

1. 交通时间是出行者所考虑的首要因素，尤其在城市道路交通中
2. 几乎所有的影响路阻的其他因素都与交通时间密切相关，且呈现出与交通时间相同的变化趋势
3. 交通时间比其他因素更易于测量，即使有必要考虑到其他因素，也可以将其转换为时间来度量

## 交通阻抗的组成

路段上的阻抗和节点处（交叉口）的阻抗

## 1. 路段上的阻抗

- A. 与路段上的流量无关，选用路段的距离较好
- B. 与路段上的交通流量有关，选用时间作为阻抗

$$Ca = f(\{V\})$$

路阻函数  $Ca = f(\{V\})$  形式：

(1) 美国联邦公路局模型(Bureau of Public Road, BPR)

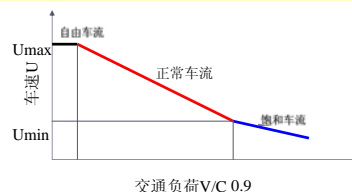
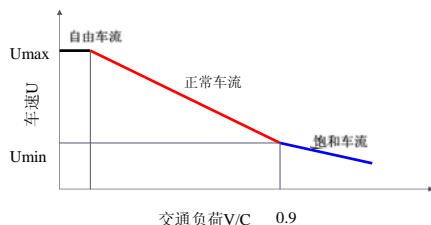
$$t_a = t_0 [1 + \alpha (\frac{q_a}{c_a})^\beta]$$

$t$ —两交叉口之间的路段行驶时间 (min) ;  
 $t_0$ —交通量为0 时, 两交叉口之间的路段行驶时间 (min) ;  
 $q_a$ —路段机动车交通量 (辆/h) ;  
 $c_a$ —路段实用通行能力 (辆/h) ;  
 $\alpha$ 、 $\beta$ ——参数, 建议取  $\alpha = 0.15$ ,  $\beta = 4$ 。

适用条件：公路网

## (2) 路阻函数理论模型

车流在道路上的运行速度与交通负荷之间的关系有如图所示的模式，即速度-交通负荷关系模式分3种情况：自由车流、正常车流及饱和车流



1. 交通负荷很小，车速与交通负荷无关
2. 交通负荷在超过某个值，车速基本上与交通负荷（V/C）呈负线性相关
3. 交通负荷基本上接近饱和时，车速与交通负荷（V/C）呈以横轴为渐进线的非线性关系

## 两种情况：

1. 有基础调查资料，根据实测标定车速-交通负荷关系模型；
2. 无调查资料

$$U = \begin{cases} U_0(1-0.94V/C) & V/C \leq 0.9 \\ U_0/(7.4V/C) & V/C > 0.9 \end{cases}$$

$U_0$ ——交通量为零时的行驶车速（Km/h）。

## (4) 零流车速的确定

交通量为零时的路段车速 $U_0$ ，可根据路段设计车速 $v_0$ 进行自行车影响、车道宽度影响、交叉口影响修正后得到，即

$$U_0 = v_0 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot r_3$$

- $U_0$ ——交通量为零时的路段车速；  
 $v_0$ ——路段设计车速；  
 $r_1$ ——自行车影响修正系数；  
 $r_2$ ——车道宽度影响修正系数；  
 $r_3$ ——交叉口影响修正系数。

当计算的零流车速 $U_0$ 大于城市道路限制车速时，取城市道路限制车速作为零流车速

## ① 路段设计车速的确定

路段设计车速与道路等级有关。根据《城市道路交通规划设计规范》的建议值，路段设计车速与道路等级、车道数的关系如表所示。

表 3-19 设计车速与道路等级的关系

道路等级	快速干道	主干道	次干道	支路
设计车速 (Km/h)	60~80	40~60	40	30
单向机动车道数	2~4	2~4	1~3	1~2

## ② 自行车影响修正系数的确定

- 有分割带：无影响， $r_1=1$ ；  
 无分割带：有影响  
     自行车道负荷没有饱和， $r_1=0.8$   
     自行车道负荷饱和，

$$r_1 = 0.8 - (Q_{bic} / [Q_{bic}] + 0.5 - W_1) / W_1$$

式中， $Q_{bic}$ ——自行车交通量（辆/h）；

$[Q_{bic}]$ ——每米宽自行车道的实用通行能力（辆/h）；

$W_1$ ——单向机动车道宽度（m）；

$W_2$ ——单向非机动车道宽度（m）。

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

③车道宽度影响修正系数的确定

$$r_2 = \begin{cases} 50(W_0 - 1.5) \times 10^{-2} & W_0 \leq 3.5m \\ (-54 + 188W_0/3 - 16W_0^2/3) \times 10^{-2} & W_0 > 3.5m \end{cases}$$

W<sub>0</sub>——一条机动车道宽度 (m)。

当车道宽度为标准宽度3.5m 时, r<sub>2</sub>=100%

交通规划原理

$r_2$ — $W_0$ 关系表

W <sub>0</sub> (m)	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0
r <sub>2</sub> (%)	50	75	100	111	120	126	129	130

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

④交叉口影响修正系数的确定

交叉口影响修正系数, 主要取决于交叉口控制方式及交叉口间距。

$$r_3 = \begin{cases} S_0 & l \leq 200m \\ S_0(0.0013l + 0.73) & l > 200m \end{cases}$$

l——交叉口间距 (m);

S<sub>0</sub>——交叉口有效通行时间比, 视路段起点交叉口控制方式而定, 在信号交叉口即为绿信比。

如果上式计算的 r<sub>3</sub> > 1, 则取 r<sub>3</sub> = 1。

交通规划原理

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

(3) 回归路阻函数模型

$$t = t_0 [1 + k_1 (\frac{V_1}{C_1})^{k_1} + k_2 (\frac{V_2}{C_2})^{k_2}]$$

or 
$$t = t_0 [1 + k_1 (\frac{V_1}{C_1}) + k_2 (\frac{V_2}{C_2})]$$

式中, V<sub>1</sub>、V<sub>2</sub>——机动车、非机动车路段交通量 (辆/h);

G<sub>1</sub>、G<sub>2</sub>——机动车、非机动车路段实用通行能力 (辆/h)

k<sub>1</sub>、k<sub>2</sub>、k<sub>0</sub>、k<sub>r</sub>——回归参数。

该路阻函数考虑了机动车交通负荷、非机动车交通负荷的影响, 比较符合我国城市的实际情况。

交通规划原理

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

理想的路阻函数的性质:

1、真实性

2、函数应该单调递增

3、函数应该连续可导

4、函数应该允许一定“超载”, 即当流量等于或超过通过能力时, 走行时间行驶时间不应该为无穷大

5、从实际应用的角度出发, 阻抗函数应该具有很强的移植性

交通规划原理

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

2. 节点处 (交叉口) 的阻抗

节点处的阻抗是指车辆在交通网络节点处主要指在交叉口处的阻抗。

交叉口阻抗影响因素

交叉口的信号周期、形式、交叉口的通过能力等

交通规划原理

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

节点处的阻抗分类

1、不分流向类: 在某个节点各流向的阻抗基本相同, 或者没有明显的规律性的分流向差别

2、分流向类: 不同流向的阻抗不同, 且一般服从某种规律。

一般d<sub>ij</sub>表示来自节点i的车辆在交叉口j的延误。

当进口道饱和度较小时, 各进口道上每辆车的平均延误可根据修正的韦伯斯特 (Webster) 公式计算:

$$d(i, j) = 0.9 \left[ \frac{T(1-\lambda)^2}{2(1-\lambda x)} + \frac{x^2}{2Q(1-x)} \right]$$

交通规划原理

$$d(i, j) = 0.9 \left[ \frac{T(1-\lambda)^2}{2(1-\lambda x)} + \frac{x^2}{2Q(1-x)} \right]$$

$d(i, j)$ ——在  $i$  交叉口与  $j$  交叉口相邻进口道上的车辆平均延误;

$T$ ——信号周期长度

$\lambda$ ——进口道有效绿灯时间/周期长度;

$Q$ ——进口道交通量;

$x$ ——饱和度,  $x = Q / (\lambda S)$ 。若已考虑绿信比, 则取  $x = Q / S$ 。

Webster模型很难直接应用于拥挤的交通网络, 即饱和度较大的网络

Webster公式的适用范围: 饱和度0—0.67

美国《道路通行能力手册》建议采用下式计算进口道延误:

$$\begin{aligned} d &= d_1 + d_2 \\ d_1 &= 0.38T \frac{(1-\lambda)^2}{(1-\lambda x)} \\ d_2 &= 173x^2 \left[ (x-1) + \sqrt{(x-1)^2 + 16x/S} \right] \end{aligned}$$

$$d = d_1 + d_2$$

$$d_1 = 0.38T \frac{(1-\lambda)^2}{(1-\lambda x)}$$

$$d_2 = 173x^2 \left[ (x-1) + \sqrt{(x-1)^2 + 16x/S} \right]$$

$d_1$ ——表示均匀延误;

$d_2$ ——表示过饱和延误, 即随机到达的增量延误以及由于周期失效引起的延误。

适用范围为饱和度  $x=0\sim1.2$ 。

### 交通阻抗(路权)的计算

交通分配中的路权(即两交叉口之间的出行时间)等于路段行驶时间与交叉口延误之和。

$$T(i, j) = t(i, j) + d(i, j)$$

$T(i, j)$ ——路段  $[i, j]$  的路权;

$t(i, j)$ ——路段  $[i, j]$  的行驶时间;

$d(i, j)$ ——在  $i$  交叉口与  $j$  交叉口相邻进口道上的车辆平均延误

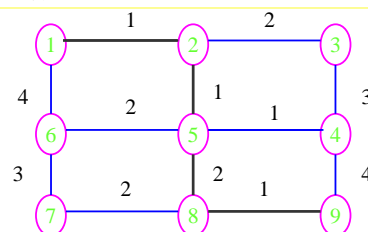
### 三、径路与最短径路

#### (一) 径路与最短径路定义

路段: 交通网络上相邻两个节点之间的交通线路

径路: 交通网络上任意一OD点对之间, 从发生点到吸引点一串连通的路段的有序排列

最短径路: 一对OD点之间的径路中总阻抗最小的径路



例如:

路段: 1-2, 4-5, 7-8

径路: 1-2-5-4, 1-6-5-8-9

最短径路: 1-2-5-8-9

## (二) 最短径路算法

最短径路算法是交通流分配中最基本也最重要的算法，几乎所有交通流分配方法都是以它作为一个基本子过程反复调用

最短路算法要解决的子问题：两点间**最小阻抗的计算**和两点间**最小阻抗径路的辨识**

交通流分配最短径路的算法

Dijkstra法、矩阵迭代法、Floyd-Warshall法

## 1. Dijkstra法

Dijkstra于1959年提出, 也称标号法 (Label-correcting Method), 常用于计算从某一指定点 (起点) 到另一指定点 (终点) 之间的最小阻抗。Dijkstra法可以同时求出网络中所有节点到某一节点的全部最小阻抗。

## 算法思想

- 1、首先从起点0开始, 给每个节点一个标号, 分为T标号和P标号两类; T标号是临时标号, 表示从起点0到该点的最短路权的上限; P标号是固定标号, 表示从起点0到该点的最短路权。
- 2、标号过程中, T标号一直在改变, P标号不再改变, 凡是没有标上P标号的点, 都标上T标号。
- 3、算法的每一步把某一点的T标号改变为P标号, 直到所有的T标号都改变为P标号。即得到从始点0到其他各点的最短路权, 标号过程结束。

## 算法步骤

**Step1** 初始化: 给起点1标上P标号 $P(1)=0$ , 其余各点均表标上T标号 $T_1(j)=\infty$ ,  $j=2,3,\dots,N$

**Step2** 设经过了 $(K-1)$ 步标号, 节点 $i$ 是刚得到P标号的点, 则对所有没有得到P标号的点进行下一步新的标号 (第K步)

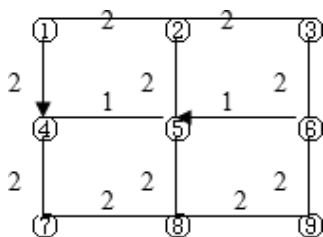
$$T_i(j) = \min[T(j), P(i) + d_{ij}]$$

在所有的T标号 (包括没有被修改的) 中, 比选出最小的T标号 $T_k(j_0)$

$$T_k(j_0) = \min[T_k(j), T(r)]$$

**Step3** 当所有节点中已经没有T标号, 算法结束, 得到从起点1到其他各点的最短路权; 否则返回步骤2。

**例题:** 用Dijkstra法计算下图8.2-1所示路网从节点1到节点9的最短径路



交通网络示意图

**Step1** 定起点1的P标号:  $P[1]=0$ , 其他节点标上T标号:  $T_1(2)=\dots=T_1(9)=\infty$ 。

**Step2** 点1刚得到P标号。节点2、4与1相邻, 且均为T标号, 修改这两点的T标号:

$$T_2(2) = \min[T_1(2), P(1) + d_{12}] = \min[\infty, 0+2] = 2$$

$$T_2(4) = \min[T_1(4), P(1) + d_{14}] = \min[\infty, 0+2] = 2$$

在所有 (包括没修改的) T标号中, 找出最小标号。2、4为最小, 任选其一, 如节点2, 即 $P[2]=T_2(2)=2$ 。

**Step3** 节点2刚得到P标号。节点3、5与2相邻，且均为T标号，修改这两点的T标号：

$$T_3(3)=\min[T(3),P(2)+d_{23}]=\min[\infty,2+2]=4$$

$$T_3(5)=\min[T(5),P(2)+d_{25}]=\min[\infty,2+2]=4$$

在所有T标号（点3,4,5...9）中，节点4为最小，给节点4标上P标号，即 $P[4]=T_2(4)=2$

**Step4** 节点4 刚得到P标号。节点5、7与4相邻，且为T标号，修改这两点的T标号：

$$T_4(5)=\min[T(5),P(4)+d_{45}]=\min[4,2+1]=3$$

$$T_4(7)=\min[T(7),P(4)+d_{47}]=\min[\infty,2+2]=4$$

在所有 T标号中，节点5为最小，给节点5标上P标号，即 $P[5]=T_4(5)=3$

**Step5** 节点5刚得到P标号。节点6、8与5相邻，且为T标号，修改这两点的T标号：

$$T_5(6)=\min[T(6),P(5)+d_{56}]=\min[\infty,3+1]=4$$

$$T_5(8)=\min[T(8),P(5)+d_{58}]=\min[\infty,3+2]=5$$

在所有T标号中，节点3为最小，给节点3标上P标号，即 $P[3]=T_3(3)=4$ 。

**Step6** 节点3 刚得到P标号。节点6与3相邻，且为T标号，修改6的T标号：

$$T_6(6)=\min[T(6),P(3)+d_{36}]=\min[4,4+2]=4$$

在所有T标号中，节点6为最小，给节点6标上P标号，即 $P[6]=T_6(6)=4$ 。

**Step7** 节点6 刚得到P标号。节点9与6相邻，且为T标号，修改9的T标号：

$$T_7(9)=\min[T(9),P(6)+d_{69}]=\min[\infty,4+2]=6$$

在所有 T标号中，节点7为最小，给节点7标上P标号，即 $P[7]=T_4(7)=4$ 。交通

**Step8** 节点7 刚得到P标号。节点8与7相邻，且为T标号，修改8的T标号：

$$T_8(8)=\min[T(8),P(7)+d_{78}]=\min[5,4+2]=5$$

在所有T标号中，节点8为最小，给节点8标上P标号，即 $P[8]=T_8(8)=5$



**Step9** 节点8刚得到P标号。节点9与8相邻，且为T标号，修改9的T标号：

$$T_9(9) = \min[T(9), P(8) + d_{89}] = \min[6, 5 + 2] = 6$$

在所有 T标号中，节点9为最小，给节点9标上P标号，即 $P[9] = T_9(9) = 6$

所有节点均标上了 P标号，计算结束。得到节点1到其他各节点的最短路权（P标号）

节点	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2	4	2	3	4	4	5	6
P标号	P(1)	P(2)	P(3)	P(4)	P(5)	P(6)	P(7)	P(8)	P(9)

**缺点：** 计算效率不高，且速度较慢，所需存储空间较多

## 2、矩阵迭代法

### 算法思想

- 1、借助距离（路权）矩阵的迭代运算来求解最短路权的算法。
- 2、该方法能一次获得任意两点之间的最短路权矩阵。

### 算法步骤

- 1、首先构造距离矩阵（以距离为权的权矩阵）。
- 2、矩阵给出了节点间只经过一步（一条边）到达某一点的最短距离。
- 3、对距离矩阵进行如下的迭代运算，便可以得到经过两步达到某一点的最短距离

$$D^2 = D * D = [d_{ij}^2]$$

$$d_{ij}^2 = \min[d_{ik} + d_{kj}]$$

**例题：** 求解例题8.2 - 1网络任节点间的最短路权解（1）根据交通网络结构，距离矩阵表示如下

ij	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2	∞	2	∞	∞	∞	∞	∞
2	2	0	2	∞	2	∞	∞	∞	∞
3	∞	2	0	∞	∞	2	∞	∞	∞
4	2	∞	∞	0	1	∞	2	∞	∞
5	∞	2	∞	1	0	1	∞	2	∞
6	∞	∞	2	∞	1	0	∞	∞	2
7	∞	∞	∞	2	∞	∞	0	2	∞
8	∞	∞	∞	∞	2	∞	2	0	2
9	∞	∞	∞	∞	∞	2	∞	2	0

（2）进行矩阵迭代运算

$$d_{212} = \min[d_{11} + d_{12}, d_{12} + d_{22}, d_{13} + d_{32}, d_{14} + d_{42}, d_{15} + d_{52}, d_{16} + d_{62}, d_{17} + d_{72}, d_{18} + d_{82}, d_{19} + d_{92}]$$

$$= \min[0 + 2, 2 + 0, \infty + 2, 2 + \infty, \infty + 2, \infty + \infty, \infty + \infty, \infty + \infty, \infty + \infty, \infty + \infty] = 2 \quad (i=1, j=2; k=1, 2, \dots, 9)$$

$$d_{213}, d_{214}, d_{215} \dots d_{219} \text{ 计算同理，如 } d_{215} :$$

$$d_{215} = \min[d_{11} + d_{15}, d_{12} + d_{25}, d_{13} + d_{35}, d_{14} + d_{45}, d_{15} + d_{55}, d_{16} + d_{65}, d_{17} + d_{75}, d_{18} + d_{85}, d_{19} + d_{95}]$$

$$= \min[0 + \infty, 2 + 2, \infty + \infty, 2 + 1, \infty + 0, \infty + 1, \infty + \infty, \infty + 2, \infty + \infty] = 3 \quad (i=1, j=5; k=1, 2, \dots, 9)$$

从节点1经过两步到达5的最短路权为3。其他元素按同样方法计算，得到D2



## 进行矩阵迭代运算

经过三步到达某一节点的最短距离为

$$D_3 = D_2 * D = [d_{3ij}]$$

$$[d_{3ij}] = \min[d_{2ik} + d_{kj}]$$

## 第m步矩阵迭代运算

经过m步到达某一节点的最短距离为:

$$D_m = D_{m-1} * D = [d_{mij}]$$

$$[d_{mij}] = \min[d_{m-lik} + d_{kj}]$$

迭代不断进行, 直到  $D_m = D_{m-1}$ 。即  $D_m$  中的每个元素等于  $D_{m-1}$  中的每个元素为止, 此时的  $D_m$  便是任意两点之间的最短路权矩阵

本例中,  $D_8 = D_9$ , 得矩阵如下:

距离矩阵  $D^8$ 、 $D^9$ 

ij	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2	4	2	3	4	4	5	6
2	2	0	2	3	2	3	5	4	5
3	4	2	0	4	3	2	6	5	4
4	2	3	4	0	1	2	2	3	4
5	3	2	3	1	0	1	3	2	3
6	4	3	2	2	1	0	4	3	2
7	4	5	6	2	3	4	0	2	4
8	5	4	5	3	2	3	2	0	2
9	6	5	4	4	3	2	4	2	0

用矩阵迭代法求解网络的最短路, 能够一次获得  $n \times n$  阶的最短路权矩阵, 简便快速。软件的开发比 Dijkstra 方法节省内存。网络越复杂, 该方法的优越性越明显

## 3、最短径路辨识

最短径路辨识采用追踪法: 从每条最短径路的起点开始, 根据起点到各节点的最短路权搜索最短径路上的各个交通节点, 直至径路终点

## 算法思想

设某最短径路的起点是r, 终点是s

1、从起点r开始, 寻找与r相邻的一节点i, 满足:

$$d_{ri} + L_{\min}(i, s) = L_{\min}(r, s)$$

2、寻找与i相邻的一点j, 使其满足:

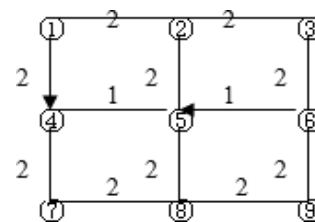
$$d_{ij} + L_{\min}(j, s) = L_{\min}(i, s)$$

则路段  $[i, j]$  便是从r到s最短径路上的一段。

3、如此不断反复, 直到终点s。把节点  $r, i, j, \dots, s$  连接起来, 便得到从r到s的最短路线。

例题: 辨识出例题8.2-2所求得的从节点1到节点9的最短径路

解: 从起点1开始  
 $d_{14} + L_{\min}(4, 9)$   
 $= 2 + 4 = 6 = L_{\min}(1, 9)$   
 故:  $[1, 4]$  在最短径路上。  
 $d_{45} + L_{\min}(5, 9)$   
 $= 1 + 3 = 4 = L_{\min}(4, 9)$



交通网络示意图

故: [4,5] 在最短径路上。

$$d_{56} + L_{\min}(6,9) = 1 + 2 = 3 = L_{\min}(5,9)$$

故: [5,6] 在最短径路上。

$$d_{69} + L_{\min}(9,9) = 2 + 0 = 2 = L_{\min}(6,9)$$

故: [6,9] 在最短径路上。

则从节点1到节点9的最短径路是: 1-4-5-6-9

## 四 交通平衡问题

## Wardrop平衡原理

道路网的平衡状态

如果所有的道路利用者(即驾驶员)都准确知道各条道路所需的行驶时间(行走时间)并选择走行时间(行驶时间)最短的道路,最终两点之间被利用的各条道路的走行时间(行驶时间)会相等。没有被利用的道路的走行时间行驶时间更长

## Wardrop第一原理(UE)

在道路的利用者都确切知道网络的交通状态并试图选择最短径路时,网络将会达到平衡状态。在考虑拥挤对行驶时间影响的网络中,当网络达到平衡状态时,每个OD对的各条被使用的径路具有相等而且最小的行驶时间;没有被使用的径路的走行时间行驶时间大于或等于最小走行时间行驶时间

也称: Wardrop平衡 (Wardrop Equilibrium), 在实际交通流分配中也称为用户均衡 (User Equilibrium, UE) 或用户最优

## Wardrop第二原理 (又称系统最优原理 (System Optimization, SO))

在系统平衡条件下,在拥挤的路网上交通流应该按照平均或总的出行成本最小为依据来分配。

比较: 第一原理主要是建立每个司机、道路利用者使其自身出行成本(时间)最小化的行为模型

第二原理则是旨在使交通流在最小出行成本方向上分配,从而达到出行成本最小的系统平衡。第二个原理作为一个设计原理,面向交通管理规划师和工程师

## 平衡和非平衡分配

例题: 设 OD之间交通量为 $q=2000$ 辆,有两条径路a与b。径路a行驶时间短,但是其通行能力小,径路b行驶时间长,但通行能力大。假设各自的走行时间行驶时间(min)与流量的关系是:

$$t_a = 10 + 0.02q_a$$

$$t_b = 15 + 0.005q_b$$

这时需要求径路a与b上分配的交通量  $t_a = t_b$

$$\begin{cases} 10 + 0.02q_a = 15 + 0.005q_b \\ q_a + q_b = q \end{cases}$$

得

$$q_b = 0.8q - 200$$



显然 $q_b$ 只有在非负解时才有意义,即

也 $q \geq 200 / 0.8 = 250$ 量小于250时,

则  $q_b = 0, q_a = q$  所有  $0 \leq t_a < t_b$  径路 a 走行, 当OD交通量大于250时, 两条径路上都有一定数量的 OD走过车辆行驶。当  $q=2000$ 时, 平衡流量为

$$q_a = 600, q_b = 1400, t_a = t_b = 22$$

即平衡时两条径路的走行时间均为22min

$$\min \{t_a^2 + t_b^2\}$$

$$q_a \approx 725$$

$$t_a \approx 24.5$$

$$t_a, t_b > 0$$

$$q_b \approx 1275$$

$$t_b \approx 21.37$$

$$q_a, q_b > 0$$

$$t_a^2 + t_b^2 > 2t_a t_b$$

$$\min t_a = t_b$$

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

交通规划原理

在交通流分配理论的中，以 Wardrop第一原理为基本指导思想的分配方法比较多。国际上通常将交通流分配方法分为平衡分配和非平衡分配两大类。对于完全满足Wardrop原理定义的平衡状态，则称为**平衡分配方法**；对于采用启发式方法或其他近似方法的分配模型，则称为**非平衡分配方法**。

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

交通规划原理

第三节 非平衡分配方法

非平衡分配方法按其分配方式可分为变化路阻和固定路阻两类，按分配形态可分为**单径路径路**与**多径路径路**两类

非平衡分配模型分类

	固定路阻	变化路阻
单径路	全有全无方法	容量限制方法
多径路	静态多径路方法	容量限制多径路方法

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

交通规划原理

一、全有全无分配方法

全有全无方法（ All- or- Nothing Assignment Method ）亦称0-1分配法。

该方法不考虑路网的拥挤效果，取路阻为常数。每一个OD点对的OD交通量被全部分配在连接OD点对的最短径路上，其他径路上分配不到交通量

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

交通规划原理

**优点：**计算相当简便，分配只需一次完成交通

**弱点：**出行量分布不均匀，出行量全部集中在最短径路上

**算法思想：**将OD矩阵交通量T加载到路网的最短径路树上，从而得到路网中各路段流量

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

交通规划原理

计算步骤

1. 初始化，使路网中所有路段的流量为0，并求出各路段自由流状态时的阻抗。
2. 计算路网中每个出发地O到每个目的地D的最短径路。
3. 将O、D间的OD交通量全部分配到相应的最短径路上

**使用范围：**在城际之间道路通行能力不受限制的地区可以采用；一般城市道路网的交通分配不宜采用该方法；一般作为其它各种分配方法的基础。

第八章 交通流分配

建筑与土木工程学院

交通规划原理

```
graph TD; A[输入OD矩阵及网络几何信息] --> B[计算路径]; B --> C[计算最短路径权矩阵]; C --> D[辨识各OD点对间的最短路线并分配该OD量]; D --> E[累加交叉口、路段交通量]; E --> F{最后一OD点对?}; F -- 是 --> G[输出各路段、交叉口总分配交通量]; F -- 否 --> H[转入下一OD点对];
```

最短路分配方法流程图

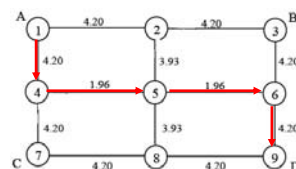
在图所示的交通网络中, 交通节点1、3、7、9 分别为A、B、C、D 4个交通区的作用点, 4个交通区的出行OD矩阵如表

路段	节点	A	B	C	D
起点点					
A	1	0	200	200	500
B	3	200	0	500	100
C	7	200	500	0	250
D	9	500	100	250	0

## 1) 确定路段行驶时间

用最短路法分配交通量时, 首先要确定路段行驶时间  $t_{ij}$ , 在该法中取  $t_{ij}$  为常数。  
对于现状网络的交通分配, 可根据现状网络的实测路段车速与路段长度确定; 对于规划网络的交通分配, 可根据路段设计车速确定行驶时间。在本例中确定的路段行驶时间  $t_{ij}$

## 2) 确定最短路线

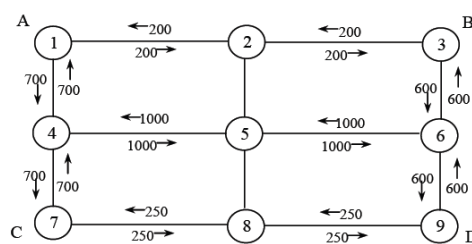


OD 点对	最短路线节点号
A—B	1—2—3
A—C	1—4—7
A—D	1—4—5—6—9
B—A	3—2—1
B—C	3—6—5—4—7
B—D	3—6—9
C—A	7—4—1
C—B	7—4—5—6—3
C—D	7—8—9
D—A	9—6—5—4—1
D—B	9—6—3
D—C	9—8—7

最短路线

## 3) 分配 OD 量

将各 OD 点对的 OD 量分配到该 OD 点对相对应的最短路线上, 并进行累加



分配交通量 (辆/h)

## 二、增量分配法 (incremental assignment method)

增量分配法是一种近似的平衡分配方法。该方法是在全有全无分配方法的基础上, 考虑了路段交通流量对阻抗的影响, 进而根据道路阻抗的变化来调整路网交通量的分配, 是一种“变化路阻”的交通量分配方法。有容量限制—增量分配、容量限制—迭代平衡分配两种形式

## 1. 容量限制—增量分配 (逐步加载分配)

## 算法思想:

将OD交通量分成若干份 (等分或不等分); 循环地分配每一份的OD交通量到网络中; 每次循环分配一份OD交通量到相应的最短径路上; 每次循环均计算、更新各路段的行驶时间, 然后按更新后的行驶时间重新计算最短径路; 下一循环中按更新后的最短径路分配下一份OD交通量

## 计算步骤

Step1 初始化：以适当的形式分割OD交通量，即

$$t^{nm} = \alpha_n t^{rs}, \quad \alpha_n = 1, \quad x_{ij}^0 = 0$$

Step2 计算、更新路段费用

$$c_{ij}^n = c_{ij}(x_{ij}^{n-1})$$

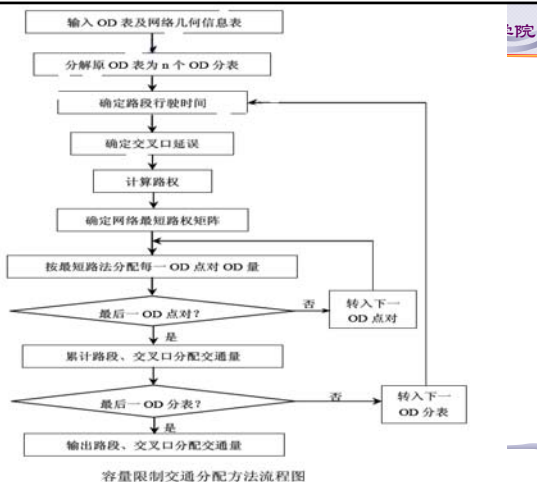
Step3 用全有全无分配法将第n个分割OD交通量 $t^{nm}$ 分配到最短路径上

Step4 如果 $n=N$ ，则结束计算。反之，令 $n=n+1$ 返回Step2

## 容量限制—增量分配优缺点

**优点：**简单可行，精确度可以根据分割数N的大小来调整；实践中经常被采用，且有比较成熟的商业软件可供使用

**缺点：**当路阻函数不是很敏感时，会将过多的交通量分配到某些容量通行能力很小的路段上。



**例题：**上例以比例0.4、0.3、0.2、0.1分配

次数	加载量	路径a	a费用	路径b	b费用
0	0	0	10	0	15
1	800	800	26	0	15
2	600	800	26	600	18
3	400	800	26	1000	20
4	200	800	26	1200	21

**例题：**上例以比例0.3、0.25、0.2、0.15、0.10分配

次数	加载量	路径a	a费用	路径b	b费用
0	0	0	10	0	15
1	600	600	22	0	15
2	500	600	22	500	17.5
3	400	600	22	900	19.5
4	300	600	22	1200	21
5	200	600	22	1400	22

## 1. 容量限制—迭代平衡分配

容量限制—迭代平衡分配形式，不需要将OD表分解，先假设路网中各路段上的流量为零，按零流量计算初始路阻，并分配这个OD表，然后按分配流量计算路阻，重新分配整个OD表，最后比较新分配的路段流量与原来分配的路段流量、新计算的路阻与原来计算的路阻，若分别比较接近，满足迭代精度要求，则停止迭代，获得最后的分配的流量。否则，根据新计算的路权，再次分配，直到满足精度为止

## 1. 容量限制—迭代平衡分配

最大迭代次数  $N: N > 4$

平衡解：最后四次迭代路段流量平均值

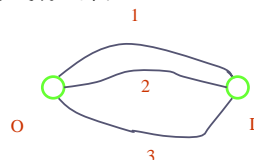
当前阻抗值：  $c_a^n = 0.75c_a^{n-1} + 0.25\tau_a^n$

特点：非平衡算法

**例题：**如图所示交通网络的OD交通量为  $t=200$  辆，各径路的交通费用函数分别为

$$c_1 = 5 + 0.10 h_1, c_2 = 10 + 0.025 h_2, c_3 = 15 + 0.025 h_3$$

试用全有全无分配法、增量分配法求出分配结果，并进行比较



解：

## 1. 全有全无分配法

由路段费用函数可知，在路段交通量为零时，径路1最短。根据全有全无原则，交通量全部分配到径路1上，得到以下结果

$$h_1 = 200, h_2 = h_3 = 0, c_1 = 5 + 0.10 \times 200 = 25, c_2 = 10, c_3 = 15$$

因为  $c_2, c_3 < c_1 = 25$  根据 Wardrop 原理，网络没有达到平衡状态，没有得到均衡解

此时路网总费用为：

$$Z = 5 h_1 + 0.05 h_1^2 + 10 h_2 + 0.0125 h_2^2 + 15 h_3 + 0.0125 h_3^2 = 3000$$

## 2. 增量分配法

采用2等分，第1次分配

$$h_1 = 100, h_2 = h_3 = 0, c_1 = 5 + 0.10 \times 100 = 15, c_2 = 10, c_3 = 15$$

第2次分配，此时最短径路变为径路2

$$h_1 = 100, h_2 = 100, h_3 = 0, c_1 = 5 + 0.10 \times 100 = 15, c_2 = 10 + 0.025 \times 100 = 12.5, c_3 = 15$$

根据 Wardrop 原理，各条径路的费用接近相等，路网接近平衡状态，结果接近于平衡解。此时路网总费用为

$$\begin{aligned} Z &= 5h_1 + 0.05h_1^2 + 10h_2 + 0.0125h_2^2 + 15h_3 + 0.0125h_3^2 \\ &= 500 + 500 + 1000 + 125 = 2125 \end{aligned}$$

## 三、迭代加权法 (method of successive averages, MSA)

迭代加权法是介于增量分配法和平衡分配法之间的一种循环分配方法。

## 算法思想

不断调整各路段分配的流量而逐渐接近平衡分配结果。每步循环中，根据各路段分配到的流量进行一次 0-1 全有全无分配，得到一组各路段的附加流量；

然后用该循环中各路段已分配的流量和该循环中得到的附加流量进行加权平均，得到下一循环中的分配流量；当相邻两次循环中分配的流量十分接近时，即停止运算，最后一次循环中得到的流量即为最终结果

## 计算步骤

Step1 初始化：根据各路段自由走行行驶时间进行 0-1 全有全无分配解  $x_a^0$ ，令迭代次数  $n=0$ ，路阻函数

$$c_a^0 = c_a(0), \forall a \in A$$

Step2 令  $n=n+1$ ，按照当前各路段的交通量  $x_a^{n-1}$  计算各路段的路阻  $c_a^n = c_a(x_a^{n-1}), \forall a \in A$

Step3 按照 Step2 步骤1求得的走行行驶时间和OD交通量进行全有全无 0-1 分配。得到各路段的附加交通量  $F_a^n$

Step4 步骤3用MSA方法计算各路段当前交通量  $x_a^n$

$$x_a^n = (1 - a) x_a^{n-1} + a F_a^n \quad 0 \leq a \leq 1$$

step5 如果  $x_a^n, x_a^{n-1}$  相差不大, 则停止计算。  $x_a^n$  即为最终分配结果。否则返回 Step2

### 使用范围

MSA法是既简单适用, 又最接近于平衡分配法的一种分配方法; 如果每步循环中权重系数a的取值严格按照数学规划模型取值时, 即可得到平衡分配的解

### 例题

迭代次数	a	路径	费用	路径	费用
0		0	10	0	15
1	F	2000	0	0	15
	$x^1$	1	2000	0	15
2	F	0	2000	0	15
	$x^2$	1/2	1000	30	20
3	F	0	2000	0	15
	$x^3$	1/3	667	23.3	1333
4	F	0	2000	0	15
	$x^4$	1/4	500	20	1500
5	F	0	2000	0	15
	$x^5$	1/5	800	26	1200
6	F	0	2000	0	15
	$x^6$	1/6	667	23.3	1333
7	F	0	2000	0	15
	$x^7$	1/7	572	21.4	1428
8	F	0	2000	0	15
	$x^8$	1/8	750	25	1250
9	F	0	2000	0	15
	$x^9$	1/9	667	23.3	1333
10	F	0	2000	0	15
	$x^{10}$	1/10	800	26	1200

$$t_a = 10 + 0.02q_a$$

$$t_b = 15 + 0.005q_b$$

$$x^n = (1-\alpha)x^{n-1} + \alpha F$$

## 第四节 平衡分配方法

### 一、用户平衡分配模型及其求解算法

1956年, Beckmann等学者提出了一种满足Wardrop准则的数学规划模型, 奠定了交通量分配问题的理论基础。

### Beckmann交通平衡分配数学模型

数学语言:

当交通网络达到平衡时, 若有  $f_k^{rs} > 0$ , 必  $\sum_a t_a(x_a) \delta_{a,k}^{rs} = \mu_{rs}$   
 若有  $f_k^{rs} = 0$ , 必  $\sum_a t_a(x_a) \delta_{a,k}^{rs} \geq \mu_{rs}$

### 模型约束条件

1、满足交通量守恒  $\sum_{k \in W_{rs}} f_k^{rs} = q_{rs} \quad \forall r, s$

2、径路交通量  $f_k^{rs}$  和路段交通量  $x_a$  之间满足

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$

3、径路的总阻抗与路段的阻抗满足

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a(x_a) \delta_{a,k}^{rs}$$

### 4、径路流量应能满足非负约束

$$f_k^{rs} \geq 0, \forall k, r, s$$

### Beckmann交通平衡分配模型

$$\min : Z(x) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$$

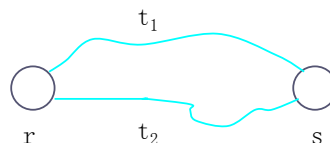
$$s.t. \begin{cases} \sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \\ f_k^{rs} \geq 0 \end{cases}$$

其中  $x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$

例题: 如图, 两个路段的阻抗函数分别是:

$$t_1 = 2 + x_1, t_2 = 1 + 2x_2$$

OD量为  $q=5$ , 分别求该网络的Beckmann模型的解和平衡状态的解





解:

先求Beckmann模型的解。将阻抗函数带入模型,得

$$\min: Z(X) = \int_0^{x_1} (2+w)dw + \int_0^{x_2} (1+2w)dw$$

$$s.t. \begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1, x_2 > 0 \end{cases}$$

将 $x_1 = 5 - x_2$ 带入目标函数并进行积分,转换为无约束得极小值问题:

$$\min: Z(X) = 1.5x_1^2 - 9x_1 + 30$$

$$\text{令 } dZ/dx_1 = 0, \text{ 得: } x_1^* = 3, x_2^* = 2$$

根据Wardrop用户平衡原理,网络达到平衡时

有:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 \\ x_1 + x_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 + x_1 = 1 + 2x_2 \\ x_1 + x_2 = 5 \end{cases}$$

求解该方程组,得:  $x_1 = 3, x_2 = 2$ 。此时 $t_1 = t_2 = 5$ 。

结论: Beckmann模型的解和平衡状态的解完全相同

求解方法:

1. 初始化: 按照  $t_a^0 = t_a(0), \forall a$ , 进行0-1交通流分配, 得到各路段的流量  $\{x_a^1\}, \forall a$ , 令 $n=1$
2. 更新各路段的阻抗:  $t_a^n = t_a(x_a^n), \forall a$
3. 寻找下一步迭代方向: 按照更新后的  $\{t_a^n\}, \forall a$ , 再进行一次0-1交通流分配, 得到一组附加流量  $\{y_a^n\}$
4. 确定迭代步长: 用二分法求满足下式的 $\lambda$ :

$$\sum_a (y_a^n - x_a^n) t_a [x_a^n + \lambda(y_a^n - x_a^n)] = 0$$

5、确定新的迭代起点:

$$x_a^{n+1} = x_a^n + \lambda(y_a^n - x_a^n)$$

6. 收敛性检验: 如果满足

$$\frac{\sqrt{\sum_a (x_a^{n+1} - x_a^n)^2}}{\sum_a x_a^n} < \varepsilon$$

则  $x_a^{n+1}$  就是平衡解, 计算结束; 否则 $n=n+1$ , 返回步骤2

二、系统最优分配模型及其求解算法

1、系统最优分配模型(S0):

$$\min: \bar{Z}(X) = \sum_a x_a t_a(x_a)$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \\ f_k^{rs} \geq 0 \end{cases}$$

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$

2、系统最优分配与用户最优分配的关系

假设阻抗函数用下式表示:

$$\tilde{t}_a(x_a) = t_a(x_a) + x_a \frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$$

则

$$\begin{aligned} \int_0^{x_a} \tilde{t}_a(w)dw &= \int_0^{x_a} [t_a(w) + w \frac{dt_a(w)}{dw}]dw \\ &= \int_0^{x_a} [t_a(w)dw + w dt_a(w)] \\ &= \int_0^{x_a} d[t_a(w)w] = x_a t_a(x_a) \end{aligned}$$

用户最优分配模型可以转化为系统最优分配模型，即：通过对阻抗函数进行变换后，可以按照用户最优分配模型的算法来求解系统最优分配模型。

系统最优分配模型的求解方法同用户最优分配模型

### 第五节 随机分配方法

#### 一、用户平衡和随机用户平衡问题

**用户平衡**：道路利用者能够**精确计算**每条径路的真实阻抗并做出正确决策，当不存在司机能单方面改变径路来降低其行驶时间的一个稳定状态。

**随机用户平衡**：道路利用者**只能估计**每条径路的阻抗并做出决策，当不存在司机能单方面改变径路来降低其所**估计的行驶时间**时达到的一个稳定状态

#### 二、非平衡随机分配方法

方法：模拟随机分配法（Simulation-based）  
概率随机分配法（Proportion-based）

##### 1、模拟随机分配法

###### 假设：

- (1) 道路利用者对路段阻抗的估计构成一个以路段实际阻抗为期望值的概率密度分布
- (2) 不同路段估计阻抗的分布是相互独立的
- (3) 道路利用者均选择最小估计阻抗径路出行

#### Burrell模拟方法的具体步骤

- 1、初始化：确定路段估计阻抗分布函数分配次数N，令 $n=0$
- 2、 $n=n+1$ ，对于任何一个OD对采用随机数方法从阻抗分布函数中取样，确定路段估计阻抗，采用全有全无分配法将OD对的1/N出行量分配道路网上
- 3、如果 $n=N$ ，计算结束，否则返回步骤2

#### 不足：

- A、估计阻抗分布相互独立的假设不符合实际
- B、没有很好的考虑拥挤因素

#### 2、概率随机分配法

##### A、阻抗为常数的多路径分配方法

阻抗为常数的多路径分配方法：Logit方法和Probit方法

#### a、Logit方法

假设 $C_k^{rs}$ —感知阻抗， $c_k^{rs}$ —实际阻抗，则

$$C_k^{rs} = c_k^{rs} + \varepsilon_k^{rs}$$

根据Wardrop径路选择原则，第k条径路被选择的概率为

$$P_k^{rs} = P_r(C_k^{rs} \leq C_l^{rs}), \forall l \neq k, \forall k, r, s$$

根据效用理论，可以用径路感知阻抗的负值来表示选择的效用 $U_k$ ，即： $U_k = -C_k^{rs} = -c_k^{rs} - \varepsilon_k^{rs}$

这样，路径选择成为一个多项选择中挑选效用最大的选择树的问题。则选择径路k的概率为

$$P_k^{rs} = \frac{\exp(-bc_k^{rs})}{\sum_i \exp(-bc_i^{rs})}$$

1971年，Dial发明的一个算法，解决Logit模型  
Dial算法的特点

- 1、道路利用者选择是路段
- 2、道路利用者在每一个节点选择路段时，并不是以该节点为起点的每个路段都考虑，只有那些“有效路段”才可能被选择

### b、改进的多路径分配模型

**最短路因素**:由出行者的路径选择特性可知，出行者总是希望选择最合适(最短、最快、最方便等)的路线出行

**随机因素**:由于交通网络的复杂性及交通状况的随机性，出行者在选择出行路线时往往带有不确定性

**改进Logit型的路径选择模型**

$$P(r, s, k) = \exp[-\sigma(k)/\bar{t}] / \sum_{k=1}^m \exp[-\sigma(k)/\bar{t}]$$

$P(r, s, k)$ ——OD量  $T(r, s)$  在第  $k$  条出行路线上的分配率

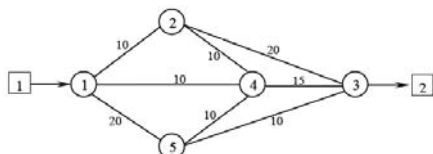
$t(k)$ ——第  $k$  条出行路线的路权(行驶时间);

$\bar{t}$ ——各出行路线的平均路权(行驶时间);

$\sigma$ ——分配参数;  $m$ ——有效出行路线条数。

### 有效路段与有效路线

对于可供选择的出行路线较明确的网络，Dial模型可获得较精确的分配结果



取  $b=0.2$ , 则  $1-2-3$   $P_k^{1-2-3} = \frac{\exp(-0.2 \times 30)}{\exp(-0.2 \times 30) + \exp(-0.2 \times 25) + \exp(-0.2 \times 30)} = 0.212$

$1-4-3$   $P_k^{1-4-3} = \frac{\exp(-0.2 \times 30)}{\exp(-0.2 \times 30) + \exp(-0.2 \times 25) + \exp(-0.2 \times 30)} = 0.576$

$1-5-3$   $P_k^{1-5-3} = \frac{\exp(-0.2 \times 30)}{\exp(-0.2 \times 30) + \exp(-0.2 \times 25) + \exp(-0.2 \times 30)} = 0.212$

**有效路段**: 路段终点  $j$  比路段起点  $i$  更靠近出行目的地  $s$  的路段，即沿该路段前进能更接近出行终点，

$\forall$  路段  $[i, j]$ , if  $L_{\min}(j, s) < L_{\min}(i, s)$ , 则  $[i, j]$  为有效路段

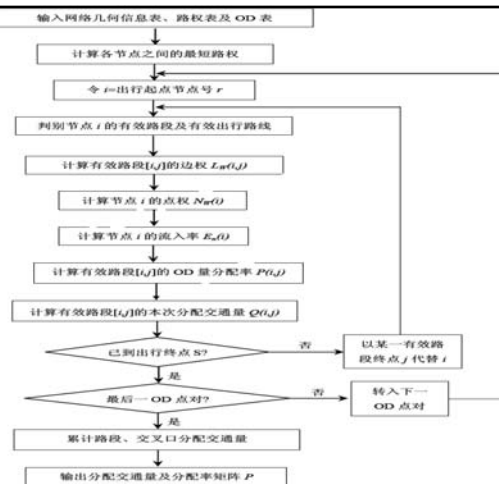
$L_{\min}(a, b)$  为节点  $a$  至节点  $b$  的最短路权

**有效径路**: 由有效路段组成的径路

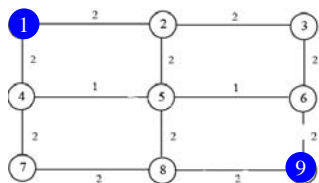
$$L(i-j, s) = d(i, j) + L_{\min}(j, s)$$

### 分配参数 $\sigma$ 的确定

Dial模型中， $\sigma$  为带量纲的参数，与路权的量纲及大小有关，没有固定的变化范围。该参数的确定很复杂，对于每一交通网络的参数  $\sigma$ ，通常需用现状的 OD 量及路段交通量实测资料用极大似然法来标定。在改进的模型中， $\sigma$  为无量纲参数，与路权无关，仅与可供选择的出行路线数有关。通过计算机模拟发现，参数  $\sigma$  的变化范围相当稳定，在 3.00~4.00 之间，对于通常的城市交通网络， $\sigma$  在 3.00~3.50 之间，由于  $\sigma$  相对稳定，且对分配交通量影响不大，故  $\sigma$  的确定可标准化。



例 试采用多路径交通分配方法，分配图中从节点①至节点⑨的出行量 $T(1,9)=1000$  辆/d



解:

- 1) 计算各交通节点 $i$ 至出行终点 $s$ 的最短路权
- 本例中，各节点至出行终点⑨的最短路权如表示。

各节点至出行终点⑨的最短路权  $L_{min}(i,9)$

节点号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L_{min}(i,9)$	6	5	4	4	3	2	4	2	0

- 2) 令 $i$ 为出行起点 $r$ ，即从出行起点 $r$ 开始进行分配，本例中， $i=r=①$ 。
  - 3) 判别与节点 $i$ 邻接的有效路段，并计算有效出行路线长度。
- 本例中，与出行起点①邻接的两个路段  $[1,4]$ ， $[1,2]$ ，均为有效路段， $L(1-2,9)=d(1,2)+L_{min}(2,9)=7$   
 $L(1-4,9)=d(1,4)+L_{min}(4,9)=6$

故连接起点①有两条有效出行路线， $(1-2,9)$ 及 $(1-4,9)$ ，其长度分别为：

$$L(1-2,9)=d(1,2)+L_{min}(2,9)=7$$

$$L(1-4,9)=d(1,4)+L_{min}(4,9)=6$$

- 4) 计算各有效路段  $[i,j]$  的边权  $L_w(i,j)$

$$L_w(i,j)=\exp[-\sigma L(i,j)/\bar{L}]$$

式中， $\bar{L}$ —与节点 $i$ 相邻接的所有有效出行路线的平均长度

本例中(取 $\sigma=3.3$ ):

$$L_w(1,2)=\exp(-\sigma \times 7/6.5)=0.0286$$

$$L_w(1,4)=\exp(-\sigma \times 6/6.5)=0.0475$$

- 5) 计算节点 $i$ 的点权 $N_w(i)$

定义节点 $i$ 的点权为节点 $i$ 所邻接的有效路段边权之和

$$N_w(i)=\sum_j L_w(i,j)$$

本例中， $N_w(1)=0.0286+0.0475=0.0761$

- 6) 计算各有效路段  $[i,j]$  的OD量分配率 $P(i,j)$

$P(i,j)$ 为本次分配的OD量 $T(r,s)$ 在有效路段  $[i,j]$  上的分配率:

$$P(i,j)=\begin{cases} L_w(i,j)/N_w(i) & \text{若 } i=r \text{ (即 } i \text{ 为出行起点)} \\ E_n(i)L_w(i,j)/N_w(i) & \text{若 } i \neq r \end{cases}$$

式中， $E(i)=\sum_j P(k,j)$ 为进入节点 $i$ 的上游各邻接有效路段的分配率之和。

本例中， $P(1,2)=0.0286/0.0761=0.376$

$P(1,4)=0.0475/0.0761=0.624$

- 7) 计算有效路段  $[i,j]$  的分配交通量 $Q(i,j)$

$$Q(i,j)=P(i,j)T(r,s)$$

本例中， $Q(1,2)=0.376 \times 1000=376$  辆/d

$Q(1,4)=0.624 \times 1000=624$  辆/d

- 8) 令上述有效路段中的某一路段终点 $j$ 为 $i$ (确定 $i$ 时，以从上游进入该点的有效路段之分配率均已确定为条件)。返回第3)步，直至出行终点 $s$ ，则该OD量分配结束，可转入下一OD对的OD量分配

本例中，取有效路段  $[1,4]$  的终点为 $i$ ，则  $[4,5]$ ， $[4,7]$  为有效路段，而  $[4,1]$  为非有效路段，那么

$$L(4-5,9)=1+3=4$$

$$L(4-7,9)=2+4=6$$

$$L_w(4,5)=\exp(-\sigma \times 4/5)=0.071$$

$$L_w(4,7)=\exp(-\sigma \times 6/5)=0.019$$

$$N_w(4)=0.071+0.019=0.090$$

$$E_n(4)=0.624$$

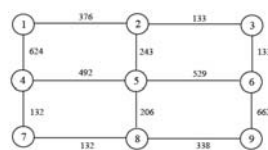
$$P(4,5)=0.624 \times 0.071/0.090=0.492$$

$$P(4,7)=0.624 \times 0.019/0.090=0.132$$

$$Q(4,5)=1000 \times 0.492=492 \text{ 辆/d}$$

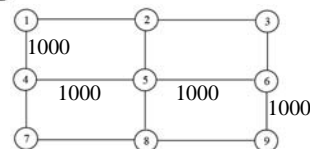
$$Q(4,7)=1000 \times 0.132=132 \text{ 辆/d}$$

接着,可依次取节点②,⑤,⑦,③,⑥,⑧,⑨为*i*点,重复上述步骤,便可很方便地将OD量*T*(*i*,9)分配到整个网络上,其分配结果如图3-18所示。



多路径分配

最短路分配



## 多路径交通分配快速算法—节点分配法

## 1. 节点分配法概述

在节点分配法的批处理中,每一次分配具有相同终点的所有O—D量。若拟分配O—D矩阵为M X M阶,即需进行M次批处理。

节点分配法在某一节点的分配,只分配该节点邻接的有效路段,有效路段的分配交通量获得后,便转入其他节点的分配。

节点*n*邻接的有效路段*k*的分配交通量为:

$T(n, s)$ —节点*n*处终点为*s*的出行量总和

$$N(n, s, k) = P(n, s, k) T(n, s)$$

$P(n, s, k)$ —出行量*T*(*n*, *s*)在有效路段*k*上的分配率

## 多路径交通分配快速算法—节点分配法

分配率

$$P(n, s, k) = \exp[-\sigma t(k)/\bar{t}] / \sum_i \exp[-\sigma t(i)/\bar{t}]$$

## 2. 网络节点的分配顺序

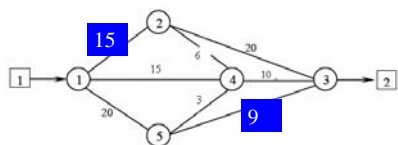
某节点被分配时,必须保证它的上游节点均已被分配

算例:

在图所示网络中,数据为行驶时间,各交通节点至交通节点3的OD量如表。试用节点分配法分配该OD表至网络上。

<div>O</div> <div>D</div>	1	2	3	4	5
3	1000	500	0	100	600

## 多路径交通分配快速算法—节点分配法



分配网络及行驶时间

解: 1.用Dijkstra算法计算各交通节点至出行终点S的最短路权

节点号	1	2	3	4	5
$L_{min}(1, 3)$	25	16	0	10	9

## 多路径交通分配快速算法—节点分配法

2. 确定初始分配节点*n*

本例中节点1所邻接的3条边均为有效路段,故节点1为初始分配节点

3. 确定从节点*n*至终点*s*的总出行量*T*(*n*,*s*)

本例中 $T(1,3)=1000$

4. 判断与节点*n*邻接的有效路段,并计算有效出行路线长度

与节点1邻接的3个路段[1,2],[1,4],[1,5]均为有效路段,故连接节点1有3条有效出行路线,其长度分别为:

$$L(1-2,3)=d(1,2)+L_{min}(2,3)=15+16=31$$

$$L(1-4,3)=d(1,4)+L_{min}(4,3)=15+10=25$$

$$L(1-5,3)=d(1,5)+L_{min}(5,3)=20+9=29$$

### 多路径交通分配快速算法—节点分配法

5. 计算各有效出行路线分配率 $P(k)$

取 $\sigma=3.3$

$$\bar{t} = (31 + 25 + 29) / 3 = 28$$

$$P(1) = 0.234$$

$$P(2) = 0.471$$

$$P(3) = 0.295$$

6. 计算有效路段的分配交通量

$$N(1, 2) = P(1)T(1, 3) = 234 \text{ 辆}$$

$$N(1, 4) = P(2)T(1, 3) = 471 \text{ 辆}$$

$$N(1, 5) = P(3)T(1, 3) = 295 \text{ 辆}$$

### 多路径交通分配快速算法—节点分配法

7. 1节点的交通分配结束，转入下一节点的交通分配。

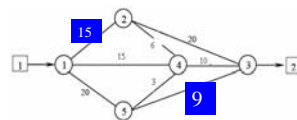
下一被选取分配的节点，必须满足下列条件之一：

第1：该节点为无上游节点的点

第2：该节点的所有上游节点均已经过分配

返回步骤3。

本例中2满足条件，故取该节点进行分配。首先确定其总出行量 $T(2, 3) = 234 + 500 = 734$

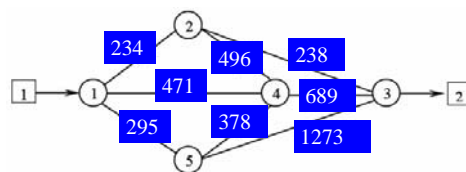


### 多路径交通分配快速算法—节点分配法

网络交通分配过程

分配序号	分配节点	有效路段	有效路段及长度	各有效路段分配率	累计进入节点总出行量	有效路段分配交通量
1	①	1-2 1-4 1-5	L(1-2,3)=31 L(1-4,3)=25 L(1-5,3)=29	P(1)=0.234 P(2)=0.471 P(3)=0.295	T(n,s)=1000+0 =1000	N(1,2)=234 N(1,4)=471 N(1,5)=295
2	②	2-3 2-4	L(2-3,3)=20 L(2-4,3)=16	P(1)=0.324 P(2)=0.676	T(n,s)=500+234 =734	N(2,3)=238 N(2,4)=496
3	④	4-3 4-5	L(4-3,3)=10 L(2-5,3)=12	P(1)=0.646 P(1)=0.354	T(n,s)=100+496 +471=1066	N(4,3)=689 N(4,5)=378
4	⑤	5-3	L(5-3,3)=9	P(1)=1.0	T(n,s)=600+378 +295=1273	N(5,3)=1273
5	③	已至终点，分配结束，8个路段的分配交通量已全部确定（表中最后一列）				

### 多路径交通分配快速算法—节点分配法



分配结果

### C、容量限制—多路径交通分配



### 三 随机平衡分配方法

用户选择某条路径的概率

$$P_k^{rs} = P_r(C_k^{rs} < C_l^{rs}), \forall l \neq k; \forall k, r, s$$

分配交通量

$$f_k^{rs} = q_{rs} \cdot P_k^{rs}, \forall k, r, s$$

随机平衡分配模型

$$\min z(x) = - \sum_{r,s} q_{rs} E[\min \{C_k^{rs}\} | c_i^{rs}(X)] + \sum_a x_a t_a(x_a) - \sum_a \int_0^{t_a} t_a(\omega) d\omega$$



## 求解步骤

1. 初始化: 得到 $x_a^1$
2. 根据 $x_a^1$ 更新各路段的行驶时间
3. 计算附加交通量 $y_a^n$
4.  $x_a^{n+1} = x_a^n + 1/n (y_a^n - x_a^n)$
5. 判断收敛:

$$\sqrt{\frac{\sum_a (x_a^{n+1} - x_a^n)^2}{\sum_a x_a^n}} < \varepsilon$$

## 模型精度与模型选择

无迭代方法: 适用于非拥挤网络

迭代方法: 适用于拥挤网络

南京市22个交叉口高峰小时各种交通分配方法精度检验结构

分配方法	最短路分配	容量限制分配	多路径分配	容量限制-多路径分配
平均误差	40%	12.6%	39%	11.9%

✓

✓

## 第八章 交通流分配

## 第六节 动态交通流分配

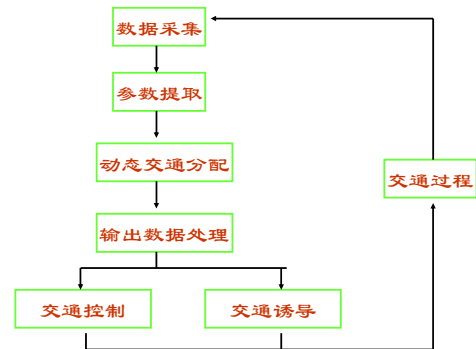
**动态交通流分配**: 将时变的交通出行合理分配到不同径路上, 以降低个人的出行费用或系统总费用

## 一、动态交通分配的解析

## (一) 动态交通分配的目的

概括的说: 静态交通分配是以OD交通量为对象、以交通规划为目的而开发的交通预测模型; 动态交通分配是以路网交通流为对象、以交通控制与诱导为目的的交通预测模型

## 第八章 交通流分配



动态交通分配在交通诱导与控制中的地位和作用

## 第八章 交通流分配

## 动态交通分配的特点

1. 交通流在所有路段上逐渐向终点运动。
2. 路段阻抗是时变的
3. 交通需求是变化的

## 第八章 交通流分配

## 二、动态交通分配的基本概念

## (一) 动态用户最优 (DUO) 和动态系统最优(DSO)

**动态用户最优**: 路网在任意时刻、任何OD对之间被使用的路径上的当前瞬态行驶费用相等, 且等于最小费用的状态。

**动态系统最优**: 在所研究的时段内, 出行者各瞬态通过所选择的出行路径, 相互配合, 使得系统的总费用最小



## (二) 路段流出函数模型

路段流出函数模型是动态交通分配理论的关键和特殊之处。

基本原则：

1. 确保车辆按照所给出的路段走行时间走完该路段。
2. FIFO(First-in-First-out)原则，即先进先出原则

## (三) 路段阻抗函数模型

在建立阻抗特性模型时，动态交通分配采用的状态变量是某时刻路段上的交通负荷，而不是静态交通分配时的交通量。

交通负荷：某一时刻一个路段上存在的车辆数，是一个空间变量，适用于动态描述

## 三、动态交通分配理论现状

- 1978年，merchant和nemhauser提出利用离散时间、非凸的非线性规划描述系统最优分配模型
- 1980年，ho为上述模型提出分段线性划算法
- 1980年，Luque和Friesz应用最优控制理论解决动态系统最优模型
- 1987年，Carey构造了一个非线性的凸规划模型
- 1990-1993年，Wie、Friesz、Tobin、Ran等应用最优控制理论解决动态系统最优模型
- 1993年，Friesz和Bernstein提出变分不等式模型

## 四、动态系统最优和用户最优分配模型（自学，了解）