Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №3
З дисципліни «Методи наукових досліджень»
За темою:
«ПРОВЕДЕННЯ ТРЬОХФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З ВИКОРИСТАННЯМ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ»

ВИКОНАВ:
Студент ІІ курсу ФІОТ
Групи ІВ-91
Черних Б.І.
Номер у списку - 27

ПЕРЕВІРИВ:
асистент
Регіда П.Г.

Київ 2021 р.

Мета: провести дробовий трьохфакторний експеримент. Скласти матрицю планування, знайти
коефіцієнти рівняння регресії, провести 3 статистичні перевірки.

Завдання:

1. Скласти матрицю планування для дробового трьохфакторного експерименту. Провести експеримент в усіх точках факторного простору, повторивши N експериментів, де N – кількість експериментів (рядків матриці планування) в усіх точках факторного простору – знайти значення функції відгуку У. Значення функції відгуку знайти у відповідності з варіантом діапазону, зазначеного далі (випадковим чином).

$$y_{max} = 200 + x_{cp\,max};$$

$$y_{min} = 200 + x_{cp\,min}$$

де $x_{cp\,max} = \frac{x_{1max} + x_{2max} + x_{3max}}{3}$, $x_{cp\,min} = \frac{x_{1min} + x_{2min} + x_{3min}}{3}$

2. Знайти коефіцієнти лінійного рівняння регресії. Записати лінійне рівняння регресії.

3. Провести 3 статистичні перевірки.

4. Написати комп'ютерну програму, яка усе це виконує.

127	-40	20	-25	10	-25	-10

Програмний код

```
from random import randint
from numpy.linalg import det
from functools import reduce


def naturalize(matrix_of_plan, min_max_arr):
    result = []
    for i in matrix_of_plan:
        result.append(min_max_arr[1]) if i == 1 else result.append(min_max_arr[0])
    return result


def main():
    m = 3
    x1 = [-40, 20]
    x2 = [-25, 10]
    x3 = [-25, -10]
    print(f'x1_min = {x1[0]}, x1_max = {x1[1]}')
    print(f'x2_min = {x2[0]}, x2_max = {x2[1]}')
    print(f'x3_min = {x3[0]}, x3_max = {x3[1]}')

    # Матриця планування експерименту з +1,-1
    x0_plan1 = [1, 1, 1, 1]
    x1_plan1 = [-1, -1, 1, 1]
    x2_plan1 = [-1, 1, -1, 1]
    x3_plan1 = [-1 * (x1_plan1[i] * x2_plan1[i]) for i in range(len(x1_plan1))]
    print('x0:', x0_plan1)
    print('x1:', x1_plan1)
    print('x2:', x2_plan1)
    print('x3:', x3_plan1)
```

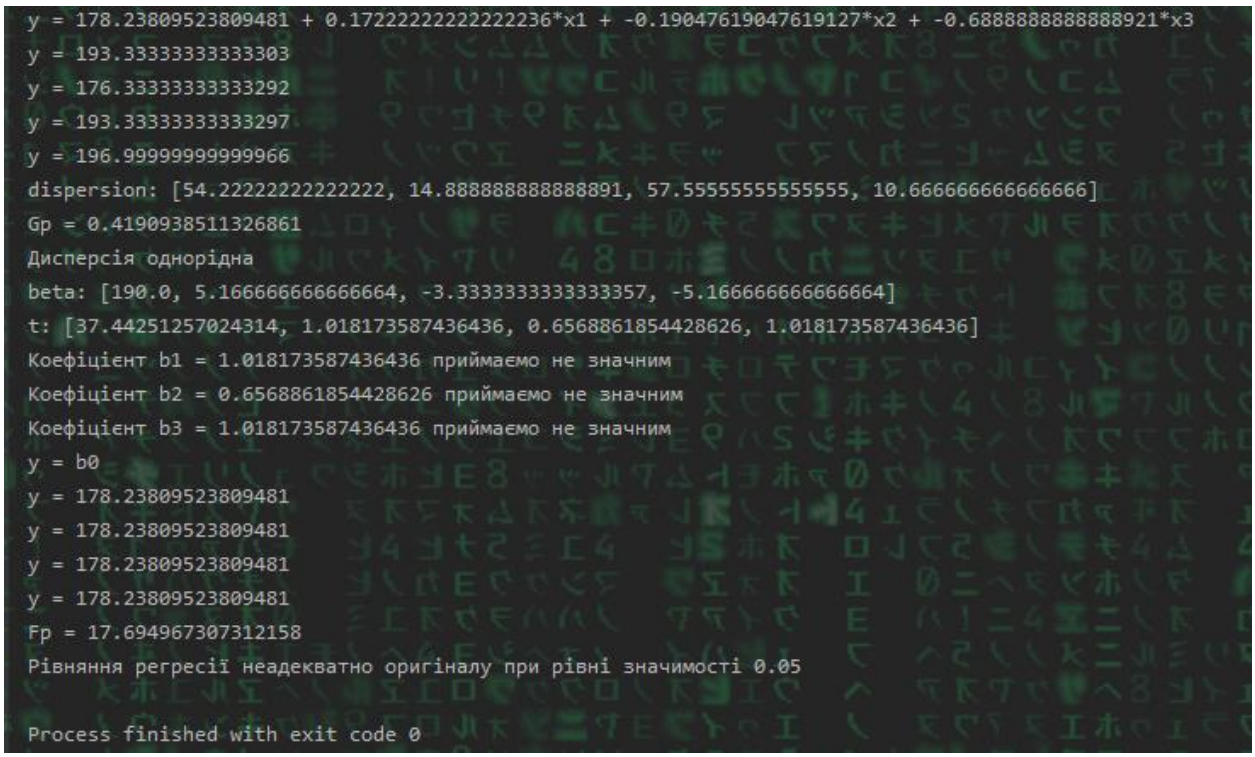
```python
# Матриця планування з натуралізованими значеннями факторів
x1_plan2 = naturalize(x1_plan1, x1)
x2_plan2 = naturalize(x2_plan1, x2)
x3_plan2 = naturalize(x3_plan1, x3)
print()
print('x1:', x1_plan2)
print('x2:', x2_plan2)
print('x3:', x3_plan2)

x_avg_max = (max(x1_plan2) + max(x2_plan2) + max(x3_plan2)) / 3
x_avg_min = (min(x1_plan2) + min(x2_plan2) + min(x3_plan2)) / 3
print()
print(f'x_avg_max = {x_avg_max}')
print(f'x_avg_min = {x_avg_min}')

# Діапазон y
y_max = int(200 + x_avg_max)
y_min = int(200 + x_avg_min)
print()
print(f'y_max = {y_max}')
print(f'y_min = {y_min}')

y1 = [randint(y_min, y_max) for _ in range(4)]
y2 = [randint(y_min, y_max) for _ in range(4)]
y3 = [randint(y_min, y_max) for _ in range(4)]
print('y1:', y1)
print('y2:', y2)
print('y3:', y3)

y_avg_arr = [(y1[i] + y2[i] + y3[i]) / 3 for i in range(4)]
print('y average:', y_avg_arr)

# Математичне очікування
mx1 = reduce(lambda a, b: a + b, x1_plan2) / 4
mx2 = reduce(lambda a, b: a + b, x2_plan2) / 4
mx3 = reduce(lambda a, b: a + b, x3_plan2) / 4
my = reduce(lambda a, b: a + b, y_avg_arr) / 4
print()
print(f'mx1 = {mx1}')
print(f'mx2 = {mx2}')
print(f'mx3 = {mx3}')
print(f'my = {my}')

a1 = sum([x1_plan2[i] * y_avg_arr[i] for i in range(4)]) / 4
a2 = sum([x2_plan2[i] * y_avg_arr[i] for i in range(4)]) / 4
a3 = sum([x3_plan2[i] * y_avg_arr[i] for i in range(4)]) / 4
print()
print(f'a1 = {a1}')
print(f'a2 = {a2}')
print(f'a3 = {a3}')

a11 = sum([i * i for i in x1_plan2]) / 4
a22 = sum([i * i for i in x2_plan2]) / 4
a33 = sum([i * i for i in x3_plan2]) / 4
print(f'a11 = {a11}')
print(f'a22 = {a22}')
print(f'a33 = {a33}')

a12 = sum([x1_plan2[i] * x2_plan2[i] for i in range(4)]) / 4
a13 = sum([x1_plan2[i] * x3_plan2[i] for i in range(4)]) / 4
a23 = sum([x2_plan2[i] * x3_plan2[i] for i in range(4)]) / 4
```

```
    a21 = a12
    a31 = a13
    a32 = a23
    print(f'a12 = {a12}')
    print(f'a13 = {a13}')
    print(f'a23 = {a23}')
    print(f'a21 = {a21}')
    print(f'a31 = {a31}')
    print(f'a32 = {a32}')

    b0 = det([[my, mx1, mx2, mx3],
              [a1, a11, a12, a13],
              [a2, a21, a22, a23],
              [a3, a31, a32, a33]]) / det([[1, mx1, mx2, mx3],
                                           [mx1, a11, a12, a13],
                                           [mx2, a21, a22, a23],
                                           [mx3, a31, a32, a33]])
    b1 = det([[1, my, mx2, mx3],
              [mx1, a1, a12, a13],
              [mx2, a2, a22, a23],
              [mx3, a3, a32, a33]]) / det([[1, mx1, mx2, mx3],
                                           [mx1, a11, a12, a13],
                                           [mx2, a21, a22, a23],
                                           [mx3, a31, a32, a33]])
    b2 = det([[1, mx1, my, mx3],
              [mx1, a11, a1, a13],
              [mx2, a21, a2, a23],
              [mx3, a31, a3, a33]]) / det([[1, mx1, mx2, mx3],
                                           [mx1, a11, a12, a13],
                                           [mx2, a21, a22, a23],
                                           [mx3, a31, a32, a33]])
    b3 = det([[1, mx1, mx2, my],
              [mx1, a11, a12, a1],
              [mx2, a21, a22, a2],
              [mx3, a31, a32, a3]]) / det([[1, mx1, mx2, mx3],
                                           [mx1, a11, a12, a13],
                                           [mx2, a21, a22, a23],
                                           [mx3, a31, a32, a33]])

    print(f'y = {b0} + {b1}*x1 + {b2}*x2 + {b3}*x3')

    for i in range(4):
        y = b0 + b1 * x1_plan2[i] + b2 * x2_plan2[i] + b3 * x3_plan2[i]
        print('y =', y)

    # Перевірка однорідності дисперсії за критерієм Кохрена
    dispersion = [((y1[i] - y_avg_arr[i]) ** 2 + (y2[i] - y_avg_arr[i]) ** 2 + (y3[i]
- y_avg_arr[i]) ** 2) / 3 for i in range(4)]
    print('dispersion:', dispersion)

    gp = max(dispersion) / sum(dispersion)
    print('Gp =', gp)

    # Рівень значимості q = 0.05; f1 = m - 1 = 2; f2 = N = 4
    # За таблицею Gт = 0.7679
    if gp < 0.7679:
        print('Дисперсія однорідна')
    else:
        print('Дисперсія неоднорідна')

    # Оцінка значимості коефіцієнтів регресії згідно критерію Стьюдента
    s2b = sum(dispersion) / 4
```

```
    s2bs_avg = s2b/4*m
    sb = s2bs_avg ** (1/2)

    beta0 = sum([y_avg_arr[i] * x0_plan1[i] for i in range(4)]) / 4
    beta1 = sum([y_avg_arr[i] * x1_plan1[i] for i in range(4)]) / 4
    beta2 = sum([y_avg_arr[i] * x2_plan1[i] for i in range(4)]) / 4
    beta3 = sum([y_avg_arr[i] * x3_plan1[i] for i in range(4)]) / 4

    beta_arr = [beta0, beta1, beta2, beta3]
    print('beta:', beta_arr)
    t_arr = [abs(beta_arr[i])/sb for i in range(4)]
    print('t:', t_arr)

    # f3 = f1*f2 = 2*4 = 8
    # 3 таблиці беремо значення 2.306
    indexes = []
    for i, v in enumerate(t_arr):
        if t_arr[i] > 2.306:
            indexes.append(i)
        else:
            print(f'Коефіцієнт b{i} = {v} приймаємо не значним')

    b_list = [b0, b1, b2, b3]
    print(f'y = b{indexes[0]}')

    b_res = [b_list[indexes[0]] for _ in range(4)]
    for i in b_res:
        print(f'y = {i}')

    # Критерій Фішера
    # кількість значимих коефіцієнтів
    d = 1
    s2_ad = m * sum([(y_avg_arr[i] - b_res[i])**2 for i in range(4)]) / 4 - d
    fp = s2_ad/s2b
    print(f'Fp = {fp}')

    # Fт = 4.5
    if fp > 4.5:
        print('Рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05')
    else:
        print('Рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості 0.05')


if __name__ == '__main__':
    main()
```

Результати роботи програми

```
x1_min = -40, x1_max = 20
x2_min = -25, x2_max = 10
x3_min = -25, x3_max = -10
x0: [1, 1, 1, 1]
x1: [-1, -1, 1, 1]
x2: [-1, 1, -1, 1]
x3: [-1, 1, 1, -1]

x1: [-40, -40, 20, 20]
x2: [-25, 10, -25, 10]
x3: [-25, -10, -10, -25]

x_avg_max = 6.666666666666667
x_avg_min = -30.0

y_max = 206
y_min = 170
y1: [202, 171, 189, 201]
y2: [194, 178, 187, 197]
y3: [184, 180, 204, 193]
y average: [193.33333333333334, 176.33333333333334, 193.33333333333334, 197.0]

mx1 = -10.0
mx2 = -7.5
mx3 = -17.5
my = 190.0

a1 = -1745.0
a2 = -1483.3333333333335
a3 = -3363.7500000000005
a11 = 1000.0
a22 = 362.5
a33 = 362.5
a12 = 75.0
a13 = 175.0
a23 = 131.25
a21 = 75.0
a31 = 175.0
a32 = 131.25
y = 178.23809523809481 + 0.17222222222222236*x1 + -0.19047619047619127*x2 + -0.6888888888888921*x3
y = 193.33333333333303
y = 176.33333333333292
y = 193.33333333333297
```



Контрольні запитання:

1. Дробовий факторний експеримент – частина ПФЕ, який мінімізує число дослідів, за рахунок тієї інформації, яка не дуже істотна для побудови моделі
2. Значення Кохрена використовують для перевірки однорідності дисперсії
3. Критерій Стьюдента перевіряє значущість коефіцієнтів рівняння
4. Критерій Фішера використовують при перевірці отриманого рівняння регресії досліджуваному об’єкту