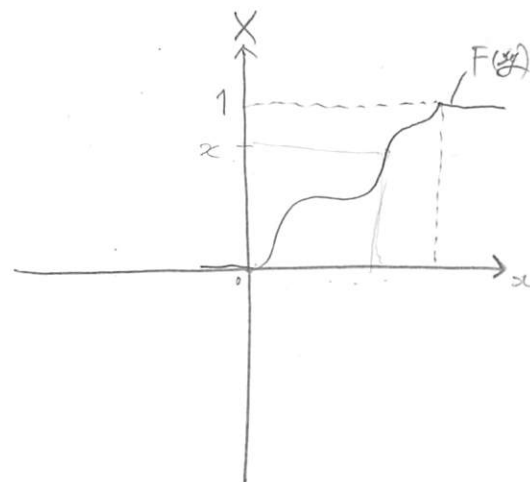


問8 H20

(1)  $P(X \leq x) = P(F^{-1}(U) \leq x) = P(U \leq F(x))$   
 $(F^{-1}(U(\omega)) \leq x \iff U(\omega) \leq F(x) \quad (\because F \text{ は全単射}))$   
 $\because 0 \leq F(x) \leq 1$ ,  $P(U \leq y) = y \quad (0 \leq y \leq 1)$  より,  
 $P(X \leq x) = F(x) \quad //$



(2)  
 (A)  $\Rightarrow$  (B)

~~$\forall a \in \mathbb{R}, F(a) \geq G(a)$  とする.~~

$P(X \leq x) = F(x), P(Y \leq y) = G(y).$

$F$  と  $G$  は固定されているので指定できない.

$X \sim U(0,1), Y \sim U(0,1)$  とする.  $F(a) = G(a) \quad (\forall a)$   
 $(\geq)$

$X$  と  $Y$  は  $F$  と  $G$  から構成する.

または、  
 $X = F^{-1}(U)$   
 $Y = G^{-1}(U)$

$P(X \leq Y) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq Y(\omega)\}) = P(\Omega) = 1$

(B)  $\Rightarrow$  (C)

$P(X \leq Y) = 1$  となるものがええな?  $(\forall X, Y \text{ は } \omega \text{ による値})$  はた?  $\rightarrow$  分布とRVは一対一では?

$f(x), f(y) \quad E(X) \leq E(Y)$

$E(f) \rightarrow P(f(X) \leq f(Y)) \geq 1$  (非減少)

$\omega \in \{X(\omega) \leq Y(\omega)\} \Rightarrow f(X(\omega)) \leq f(Y(\omega))$

$\hookrightarrow E(f(X)) \leq E(f(Y))$  //

$P(X \leq x) \quad E(1_{\{X \leq x\}})$

(C)  $\Rightarrow$  (A)

$f_x = 1_{\{X \leq x\}}$  と  $P(X \leq x) \leq P(Y \leq x)$

$F(x)$

$G(x)$

$(\forall x)$