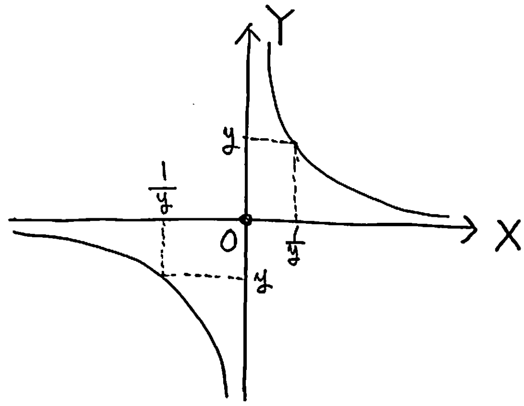
H19-8

(1)

① $y<0$のとき

$$F_Y(y)=P(Y\le y)=P\left(\frac{1}{y}\le X<0\right)$$

$$=F_X(0-0)-F_X\left(\frac{1}{y}-0\right)$$



② $y=0$のとき

$$F_Y(y)=P(Y\le 0)=P(X\le 0)=F_X(0)$$

③ $y>0$のとき

$$F_Y(y)=P(Y\le y)=P(X\le 0)+P\left(X\ge \frac{1}{y}\right)$$

$$=F_X(0)+1-F_X\left(\frac{1}{y}-0\right)$$

(2)

① $y<0$のとき

$$F_Y(y)=\lim_{x\uparrow 0}\rho e^{\alpha x}-\lim_{x\uparrow \frac{1}{y}}\rho e^{\alpha x}=\rho-\rho e^{\frac{\alpha}{y}}$$

② $y=0$のとき

$$F_Y(y)=1-\rho$$

③ $y>0$のとき

$$F_Y(y)=(1-\rho)+1-\lim_{x\uparrow\frac{1}{y}}(1-\rho e^{-\alpha x})=1-\rho+\rho e^{-\frac{\alpha}{y}}$$

(3) (1)より、特に零集合をムシすると、

$$f_Y(y)=F_Y'(y)=\frac{1}{y^2}f_X\left(\frac{1}{y}\right)=\frac{1}{\pi}\frac{\left(\frac{1}{a}\right)}{\left(\frac{1}{a}\right)^2+y^2}\quad \text{almost surely}$$

より、パラメータ$\frac{1}{a}$をもつコーシー分布に従う。