

H30-B

(1)

- $0 \leq a_n$  ( $\forall n$ ) より  $\{a_n\}$  は下に有界.
  - $a_{n+1} - a_n \leq \frac{1}{2}a_n - a_n = -\frac{1}{2}a_n \leq 0$  より、 $\{a_n\} \downarrow$
- 下に有界な単調減少列は収束する。

(2)

- $a_n \leq \frac{1}{2}a_{n-1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2 a_{n-2} \leq \dots \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n a_0$  ( $\forall n$ ) より、  
$$\sum_{n=0}^l a_n \leq \sum_{n=0}^l \left(\frac{1}{2}\right)^n a_0$$
 両辺  $l \rightarrow \infty$  で、  
$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \leq a_0$$
- 一方、 $0 \leq a_n$  より、  
$$\sum_{n=0}^l a_n$$
 は  $l$  について単調増加。

従って、上に有界な単調増加列なので収束する。