

H18-1

(a)  $t = -1$  のとき連立方程式を拡大係数行列表示して解くと、

$$\begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{10} \end{pmatrix} \quad \text{より、} \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ 1 \\ -\frac{11}{10} \end{pmatrix}$$

(b)  $t = 0$  のとき、

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} 2x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = c \\ x_2 = c \\ x_3 = 1 - 2c \end{cases} \quad (c \in \mathbb{R})$$

(c) 与式の連立方程式を  $Ax = b$  とおくと、

従って解は一意でない。

$$\det A = (t + \frac{3}{8})t(t-1) \neq 0 \iff \text{解は一意}$$

①  $t = -\frac{3}{8}$  のとき、

$$\begin{pmatrix} -\frac{15}{8} & \frac{5}{4} & \frac{5}{8} & 1 \\ \frac{5}{8} & 1 & \frac{5}{8} & 1 \\ \frac{13}{8} & -\frac{3}{8} & -\frac{1}{8} & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{16} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{19}{16} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{解なし}$$

②  $t = 1$  のとき、

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{解なし}$$

以上より(b)も含めて、

$$\begin{cases} 0\text{個} & \text{if } t = -\frac{3}{8}, 1 \\ \text{無限個} & \text{if } t = 0 \\ 1\text{個} & \text{otherwise} \end{cases}$$