H28-7

(1)

$P(0,0)$ 最大化：$8x_1+5x_2+6x_3$

制約：$4x_1+3x_2+2x_3 \le 8$

$-3x_1+x_2-x_3 \le 3$

$x_1,x_2,x_3 \ge 0$

初期辞書

$z=8x_1+5x_2+6x_3$

$x_4=8-4x_1-3x_2-2x_3$

$x_5=3+3x_1-x_2+x_3$

最適辞書

$z=24-4x_1-4x_2-3x_4$

$x_3=4-2x_1-\frac{3}{2}x_2-\frac{1}{2}x_4$

$x_5=7+x_1-\frac{5}{2}x_2-\frac{1}{2}x_4$

シンプレックス法より、最適値24, 最適解 $(x_1^*, x_2^*, x_3^*)=(0,0,4)$

(2)

$P(\theta_1,\theta_2)$の双対問題を$D(\theta_1,\theta_2)$とする。

$D(\theta_1,\theta_2)$ 最小化：$8y_1+3y_2$

制約：$4y_1-3y_2 \ge 8+3\theta_1+\theta_2$

$3y_1+y_2 \ge 5+\theta_1+3\theta_2$

$2y_1-y_2 \ge 6$

$y_1,y_2 \ge 0$

$P(0,0)$の最適解が$P(\theta_1,\theta_2)$の最適解 $\Longleftrightarrow$ $D(0,0)$の最適解が$D(\theta_1,\theta_2)$の最適解 （∵双対定理）

となっているので、まず相補性定理から$D(0,0)$の解を求めると、$(y_1^*, y_2^*)=(3,0)$となる。

この解が$D(\theta_1,\theta_2)$の最適解となるのは、$D(\theta_1,\theta_2)$の制約を満たすとき、かつそのときに限る。

従って、

$$\begin{cases} 4y_1^*-3y_2^* \ge 8+3\theta_1+\theta_2 \\ 3y_1^*+y_2^* \ge 5+\theta_1+3\theta_2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 4 \ge 3\theta_1+\theta_2 \\ 4 \ge \theta_1+3\theta_2 \end{cases}$$

$\therefore (\alpha_1,\beta_1,\gamma_1)=(3,1,4)$

$(\alpha_2,\beta_2,\gamma_2)=(1,3,4)$