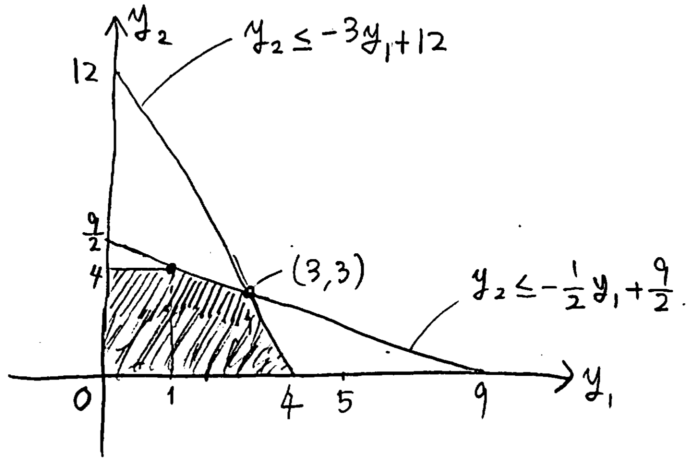
H14-7

(1)

$$
\begin{aligned}
&\text{maximize} && y_1 + t y_2 \\
(D)\quad &\text{s.t.} && 3y_1 + y_2 \le 12 \\
& && y_1 + 2y_2 \le 9 \\
& && y_1 \le 5 \\
& && y_2 \le 4 \\
& && y_1, y_2 \ge 0
\end{aligned}
$$




(2)

右上図より、$(y_1^*, y_2^*) = (4, 0)$

(3)

目的関数を $y_1 + t y_2 = K$ とおくと、 $y_2 = -\frac{1}{t}y_1 + \frac{K}{t}$ $(0 < t \le 1)$

$t$を固定した時、Kの最大化はこの直線の切片の最大化である。

$t : 0 \to 1$

傾 $-\frac{1}{t} : -\infty \to -1$

とすると、

① $\left(-\frac{1}{t}\right) < -3$ のとき、$(y_1^*, y_2^*) = (4, 0)$

② $\left(-\frac{1}{t}\right) = -3$ のとき、$(y_1^*, y_2^*)$ は $(4,0)$ と $(3,3)$ の線分上の点

③ $-3 < \left(-\frac{1}{t}\right) \le -1$ のとき、$(y_1^*, y_2^*) = (3, 3)$

以上をまとめると、(1)も含め

$$
(y_1^*, y_2^*) = \begin{cases} (4,0) & \text{if } (0 \le t < \frac{1}{3}) \\ (y_1, 12-3y_1) \ (\forall 3 \le y_1 \le 4) & \text{if } t = \frac{1}{3} \\ (3,3) & \text{if } \frac{1}{3} < t \le 1 \end{cases}
$$

(4) $\forall t \in [0,1]$ に対して、(D)の制約 $y_1^* \le 5$, $y_2^* \le 4$ は達成されないので、$x_3^* = x_4^* = 0$

① $0 \le t < \frac{1}{3}$ のとき、$y_1^* + 2y_2^* \ne 9$ より、$x_2^* = 0$ . $y_1^* \ne 0$ より $x_1^* = \frac{1}{3}$

② $t = \frac{1}{3}$ のとき、$3 < y_1 < 4$ な最適解に対して、相補性より、$x_1^* = \frac{1}{3}$, $x_2^* = 0$

③ $\frac{1}{3} < t \le 1$ のとき、$x_1^* = \frac{2-t}{5}$ , $x_2^* = \frac{3t-1}{5}$

以上をまとめると、

$$
\begin{cases} \left(\frac{1}{3}, 0, 0, 0\right) & (0 \le t \le \frac{1}{3}) \\ \left(\frac{2-t}{5}, \frac{3t-1}{5}, 0, 0\right) & (\frac{1}{3} \le t \le 1) \end{cases}
$$