H18問7.

(1) minimize $11y_1 + y_2 + 5y_3$

s.t. $3y_1 + y_3 \geq 1$

$6y_1 + y_2 + 3y_3 \geq 2$

$2y_1 + y_3 \geq 1$

$y_i \geq 0 \ (i=1,2,3)$

(2) 主問題でシンプレックス法より、

$x_4 = 11 - 3x_1 - 6x_2 - 2x_3$ $\frac{11}{6}$

$x_5 = 1 - x_2$ ①

$x_6 = 5 - x_1 - 3x_2 - x_3$ $\frac{5}{3}$

$z = x_1 + 2x_2 + x_3$

$\xleftrightarrow{x_2 \leftrightarrow x_5}$

$x_2 = 1 - x_5$

$x_4 = 5 - 3x_1 - 2x_3 + 6x_5$ $\frac{5}{3}$

$x_6 = 2 - x_1 - x_3 + 3x_5$ 2

$z = 2 + x_1 + x_3 - 2x_5$

$\xleftrightarrow{x_1 \leftrightarrow x_4}$

$x_1 = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}x_4 - \frac{2}{3}x_3 + 2x_5$

$x_6 = 2 - x_3 + 3x_5$
$- \frac{5}{3} + \frac{1}{3}x_4 + \frac{2}{3}x_3 - 2x_5$

$z = 2 + x_3 - 2x_5$
$+ \frac{5}{3} - \frac{1}{3}x_4 - \frac{2}{3}x_3 + 2x_5$

$z = \frac{11}{3} + \frac{1}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4$

$x_2 = 1 - x_5$

$x_1 = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}x_4 - \frac{2}{3}x_3 + 2x_5$ $\frac{5}{2}$

$x_6 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_4 + x_5$ ①

$\xleftrightarrow{x_3 \leftrightarrow x_1}$

$x_3 = 1 - 3x_6 + x_4 + 3x_5$

$z = \frac{11}{3} + \left(\frac{1}{3} - x_6 + \frac{1}{3}x_4 + x_5\right) - \frac{1}{3}x_4$

$= 4 - x_6 + x_5$

$x_2 = 1 - x_5$

$x_1 = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}x_4 + \left(-\frac{2}{3} + 2x_6 - \frac{2}{3}\cancel{x_4} - \cancel{2x_5}\right) - \cancel{\frac{2}{3}x_3} + \cancel{2x_5}$

$= 1 - x_4 \cancel{- \frac{2}{3}x_3} + 2x_6$

~~$x_6 =$~~

$\updownarrow x_5 \longleftrightarrow x_2$

$x_5 = 1 - x_2$

$z = 4 - x_6 + 1 - x_2 = 5 - x_2 - x_6$

$\therefore z^* = 5$

$x_2^* = x_6^* = 0$

$x_5^* = 1 \quad x_4^* = 0$

$x_3^* = 1 + x_4 + 3 = 4$

$x_1^* = 1 - x_4 = 1$

$\therefore z^* = 5, \ (x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (1, 0, 4)$

(3) 一回のピボットで $z^* = 5$ のままであるものを考えればよい？ ?

最適辞書：

$z = 5 - x_2 - x_6$

$x_5 = 1 - x_2$

$x_3 = 1 - 3x_6 + x_4 + 3x_5$?

$x_1 = 1 - x_4 + 2x_6$

$x_3 = 4 - 3x_6 + x_4 - 3x_2$

$x_4 = 1 - x_1 + 2x_6$

ニーほ。$x_2 \leftrightarrow x_5$ ×

$x_4 \leftrightarrow x_1$ ○ $\longrightarrow$ $x_1^* = 0, x_6^* = 0, x_4^* = 1, x_5^*$ (= 1)

$x_2^* = 0$

$x_3^* = 5$,

$x_6 \leftrightarrow x_3$ ×

$\therefore (x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (0, 0, 5)$ も解

(4) 相補性より、

$x_1^* \neq 0$ より、 $3y_1 + y_3 = 1$

$x_3^* \neq 0$ より $2y_1 + y_3 = 1$,

$x_2^* \neq 1$ より. $y_2^* = 0$.

$y_1 = 0$ $y_3 = 1$

$\therefore (y_1^*, y_2^*, y_3^*) = (0, 0, 1)$ 。