H20-6

同次形 $u'+au=0$ を解くと、$u(x)=Ce^{-ax}$ （Cは積分定数）

定数変化法で非同次形を解く。Cを$C(x)$とみて、与式に代入すると、

$C'=e^{ax}\dfrac{f(x)}{n}$ より、

$$C(x)=\int_0^x e^{ay}\frac{f(y)}{n}dy+b \quad (\because u(0)=b \text{ より 積分定数は } b)$$

$$u_n(x)=\frac{e^{-ax}}{n}\int_0^x e^{ay}f(y)dy+be^{-ax}$$

従って、

$$\lim_{n\to\infty}u_n(x)=be^{-ax} \quad (x\in[0,\infty))$$