H16問7

(1) $x_3 = x_4 = 0$ とすると、

$z = 2cx_1 - 2cx_2 \rightarrow 4c - 6c = -2c$

s.t. $-x_1 + 2x_2 = 4$, $3x_1 - 2x_2 = 0$ $\rightarrow$ $2x_1 = 4, x_1 = 2$, $2x_2 = 4 + x_1 = 6, x_2 = 3$

$\therefore$ $z = -2c$, $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (2, 3, 0, 0)$ //

(2) (1)が最適となることは、目的関数を非基底変数 (x_3, x_4) で表したときの係数が 0 より大きくなることと同じである。

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x_1 + x_3 - 2x_4 = 4 \\ 4x_2 - x_3 - 8x_4 = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x_1 = 4 - x_3 + 2x_4 \\ 2x_2 = 6 + \frac{1}{2}x_3 + 4x_4 \end{cases}$$

$-3x_1 + 6x_2 - 3x_3 - 9x_4 = 12$

・$z = c(4 - x_3 + 2x_4) - c(6 + \frac{1}{2}x_3 + 4x_4) + (c+2)x_3 + (3c-1)x_4$

$= -2c + \{\cancel{-c} - \frac{1}{2}c + \cancel{c} + 2\}x_3 + \{2c - 4c + 3c - 1\}x_4$

$= -2c + \underset{\overset{\vee}{0}}{(2 - \frac{1}{2}c)}x_3 + \underset{\overset{\vee}{0}}{(c-1)}x_4$

・$2 - \frac{1}{2}c > 0 \wedge c - 1 > 0 \iff 4 > c \wedge c > 1 \iff 1 < c < 4$ //

(3) $y_1, y_2 \geq 0$ の条件はないが相補性定理は成り立つ？証明で $y_i \geq 0$ を用いている。

そのまま用いると

$x_1^* \neq 0$ より、$-y_1^* + 3y_2^* = 2c \rightarrow -2y_1^* + 6y_2^* = 4c$

$x_2^* \neq 0$ より、$2y_1^* - 2y_2^* = -2c$

$\rightarrow 4y_2^* = 2c$, $y_2^* = \frac{1}{2}c$

$y_1^* = 3y_2^* - 2c = \frac{3}{2}c - \frac{4}{2}c = -\frac{1}{2}c$

$z^* = -2c$ ($\because$ 双対定理)

$\therefore$ $z^* = -2c$, $(y_1^*, y_2^*) = (-\frac{1}{2}c, \frac{1}{2}c)$ ■