

# Contents

<b>1 Probeklausur</b>	<b>2</b>
1.1 Erläutern sie kurz folgende Begriffe: Wiener Filter, Gauss Filter, Notch Filter und Histogram. . . . .	2
1.2 Aufgabe 2: Welche Verfahren verwendet man um weisses Rauschen zu unterdrücken? . . . . .	2
1.3 Sie haben im Ortsbereich einen Spalttiefpass in Form einer 3 x 3 Matrix .	2
1.4 Welcher der folgenden Filter ist ein Tiefpass? . . . . .	2
1.5 Welcher Art sind die nachfolgenden Filter? Falls mehrere Tiefpassfilter dabei sind, welcher hat den größten Weichzeichner? Geben sie jeweils die Funktion für $f(i, j)$ an. . . . .	2
<b>2 Hilfestellung zu genannten Aufgaben</b>	<b>5</b>
2.1 Definition FFT, Hochpassfilter, Schwellwert . . . . .	5
2.2 Tiefpass im Frequenzbereich und Ortsbereich beschreiben . . . . .	5
2.3 Funktionsweise Inverser Filter . . . . .	5
2.4 Rechenaufgaben wie in Probeklausur . . . . .	5
2.5 KEINE Auswahl des geeignetsten Filters . . . . .	5
<b>3 Sonstige Informationen</b>	<b>5</b>

# **1 Probeklausur**

**1.1 Erläutern sie kurz folgende Begriffe: Wiener Filter, Gauss Filter, Notch Filter und Histogram.**

**1.2 Aufgabe 2: Welche Verfahren verwendet man um weisses Rauschen zu unterdrücken?**

**1.3 Sie haben im Ortsbereich einen Spalttiefpass in Form einer 3 x 3 Matrix**

**1.4 Welcher der folgenden Filter ist ein Tiefpass?**

**1.5 Welcher Art sind die nachfolgenden Filter? Falls mehrere Tiefpassfilter dabei sind, welcher hat den größten Weichzeichner? Geben sie jeweils die Funktion für  $f(i, j)$  an.**

## Probeklausur

Aufgabe 1: Erläutern sie kurz folgende Begriffe: Wiener Filter, Gauss Filter, Notch Filter und Histogram.

### Wiener-Filter

Das Wiener-Filter oder auch Wiener-Kolmogoroff-Filter ist ein Filter zur Signalverarbeitung. Es führt eine optimale Rauschunterdrückung durch. Der Wiener-Filter wird durch die folgenden Eigenschaften beschrieben:

Voraussetzung: Das Signal und das additive Rauschen gleichen stochastischen Prozessen mit bekannter Spektralverteilung oder bekannter Autokorrelation und Kreuzkorrelation  
Fehlerkriterium: Minimale quadratische Abweichung

Poller:

- inverser Filter
- Problematik: Division durch 0
- > Bandbegrenzter Filter
- Kein fester Wert, sondern Umgebungswert statt 0 (Umgebungsberechnung)
- stochastisch
- Tiefpass

### Gauß-Filter

In der Bildverarbeitung werden Gauß-Filter zur Glättung oder Weichzeichnen des Bildinhaltes verwendet. Es kann damit das Bildrauschen vermindert werden: Kleinere Strukturen gehen verloren, größere Strukturen bleiben dagegen erhalten. Spektral kommt die Glättung einem Tiefpassfilter gleich.

### Notch-Filter (Kerbfiler)

Ein Kerbfiler (englisch notch filter) ist ein elektronischer Filter, mit dem Frequenzen innerhalb eines engen Frequenzbereiches ausgefiltert werden können. Anschaulich wird eine Kerbe in das Frequenzdiagramm eingefügt.

Kerbfiler stellen einen besonders schmalbandigen Typ von Bandsperrfilter dar, welche in der Übertragungsfunktion nur eine Nullstelle aufweisen und damit nicht ein breites Frequenzband, sondern idealerweise genau eine Frequenz möglichst stark dämpfen. (Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Kerbfiler>)

### Minimumfilter

Beim Minimumfilter werden die Grauwerte der Pixel in einer definierten Umgebung eines Pixels aufgesammelt und der Größe nach sortiert. Nun wird der kleinste Grauwert dieser sortierten Liste gewählt, dieser ersetzt den Grauwert des aktuellen Pixels.

### Medianfilter

Ein Medianfilter ist ein nichtlinearer Filter, das u. a. in der Bildverarbeitung angewendet wird. Es gehört der Klasse der Rangordnungsfilter an. Beim Einsatz in der Bildverarbeitung werden die Grauwerte der Pixel innerhalb einer definierten Umgebung eines Pixels im Zentrum dieser Umgebung nach ihrer Größe sortiert, wobei der Wert des zu ersetzenden Pixels in diese Berechnung mit einfließt. Der mittlere Wert der sortierten Liste wird zurückgegeben und der Wert des zentralen Pixels wird durch ihn ersetzt. Medianfilter haben im Vergleich zu Boxfiltern den Vorteil, dass einzelne Pixel ersetzt werden, ohne dadurch eine Kantenglättung zu bewirken.

### Maximumfilter

Beim Maximumfilter werden die Grauwerte der Pixel in einer definierten Umgebung eines Pixels aufgesammelt und der Größe nach sortiert. Nun wird der größte Grauwert dieser sortierten Liste gewählt, dieser ersetzt den Grauwert des aktuellen Pixels.

### Hochpass

Der Hochpass-Filter ist eine Methode zum Nachschärfen von Bildern. Der Filter sucht die Kanten im Bild, das heißt Stellen großer Helligkeitsunterschiede. Diese Kanten erhält der Filter in einem – in den meisten Programmen einstellbarem – Radius, der Rest des Bildes erscheint als konturlose, graue Fläche.

Poller: Filter mit 1 als Multiplikator für hohe Frequenzen

### Histogramm

Darstellung der Verteilung von Farbe bzw. Helligkeit über die Pixel.  
Statistische Häufigkeit der Farbwerte bzw. Grauwerte in einem Bild.  
Pro Bild, pro Farbkanal, pro Zeile, pro Spalte, pro Ausschnitt.

Poller:

- Funktion, bei der Helligkeits/Farbwert anteilmäßig auf dem Bild aufgetragen werden

Aufgabe 2: Welche Verfahren verwendet man um weisses Rauschen zu unterdrücken?

- 1) Abmindern des weißen Rauschen
- 2) Tiefpassfilter / Medianfilter
  - Gauß-Filter
- 3) Inverse Filterung
  - Wiener-Filter
  - Amplitudenbegrenzte Filter

Poller:

- Tiefpassfilter
- Medianfilter
- Notch-Filter (wenn Rauschen periodisch auftritt)

Aufgabe 3: Sie haben im Ortsbereich einen Spalttiefpass in Form einer 3 x 3 Matrix. Filtern sie die beiden mittleren Werte dieses Ausschnitts des Bildspeichers.

Spalttiefpass:  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} * (1/9)$

$$f'(x, y) = (1/p) * ( a * f(x-1, y-1) + b * f(x-1, y) + c * f(x-1, y+1) \\ + d * f(x, y-1) + e * f(x, y) + g * f(x, y+1) \\ + h * f(x+1, y-1) + i * f(x+1, y) + j * f(x+1, y+1) )$$

$$p = a + b + c + \dots + j$$

Sei der Ursprung (0, 0) unten links in der abgebildeten Matrix. Dann gilt:

$$f'(1, 1) = (1/9) * (125 + 126 + 117 + 123 + 255 + 123 + 122 + 127 + 122) \approx 137,78 \quad (\checkmark \rightarrow \text{Poller kann nicht rechnen?})$$

$$f'(2, 1) = (1/9) * (123 + 255 + 123 + 122 + 127 + 122 + 129 + 120 + 125) \approx 138,44 \quad \checkmark$$

Aufgabe 4: Welcher der folgenden Filter ist ein Tiefpass?

- Gauss Operator            Ja
- idealer Operator        kA Er hat ganz am Anfang was von einem Idealen Tiefpass erzählt, dann also ja
- Notch Filter            Nein
- Robertson Operator     Kantendetektor -> Nein, eher Hochpass

Idealer Operator: "Ist die Frage, ob man da den idealen Tiefpass drunter versteht"  $H(u,v) = 0$  für  $f < f_s$ , 1 für  $f \geq f_s$

### Aufgabe 5: Welcher Art sind die nachfolgenden Filter?

Falls mehrere Tiefpassfilter dabei sind, welcher hat den größten Weichzeichner? Geben sie jeweils die Funktion für  $f(i, j)$  an.

```
|      1 1 1      |
|      1 0 1      | Weichzeichner, Tiefpassfilter
|      1 1 1      |
|                  |
|      / 8         |
```

$$\Rightarrow f'(i,j) = 1/8 * ( f(i-1,j-1) + f(i,j-1) + f(i+1,j-1) + f(i-1,j) + f(i+1,j) + f(i-1,j+1) + f(i,j+1) + f(i+1,j+1) )$$

```
| -1 -1 -1 -1 -1|  
| -1 -1 -1 -1 -1|  
| -1 16 -1 -1 -1| Kantendetektor, vertikale / horizontale Kanten (KEIN Tiefpass)  
| -1 -1 -1 -1 -1|  
| -1 -1 -1 -1 -1|  
/ 1
```

$$\Rightarrow f'(i, j) = 1 * ( (-1) * f(i-2, j-2) + (-1) * f(i-2, j-1) + (-1) * f(i-2, j) + (-1) * f(i-2, j+1) + (-1) * f(i-2, j+2) + (-1) * f(i-1, j-2) + (-1) * f(i-1, j-1) + (-1) * f(i-1, j) + (-1) * f(i-1, j+1) + (-1) * f(i-1, j+2) + (-1) * f(i, j-2) + 16 * f(i, j) + (-1) * f(i, j+2) + (-1) * f(i+1, j-2) + (-1) * f(i+1, j-1) + (-1) * f(i+1, j) + (-1) * f(i+1, j+1) + (-1) * f(i+1, j+2) + (-1) * f(i+2, j-2) + (-1) * f(i+2, j-1) + (-1) * f(i+2, j) + (-1) * f(i+2, j+1) + (-1) * f(i+2, j+2) )$$

```
|      8      8      |
|      1      |
|  8  1      1  8| Tiefpassfilter, größter Weichzeichner ("weil sehr viele Pixel, die den Einzelpixel nicht betreffen, beachtet werden)
|      1      |
|      8      8      |
|/52
```

$$\Rightarrow f'(i,j) = 1/52 * ( \begin{matrix} 8 * f(i-1, j-2) & & + 8 * f(i+1,j-2) \\ & + f(i, j-1) & \\ + 8 * f(i-2, j) + & f(i-1, j) & + f(i+1, j) + 8 * f(i+2, j) \\ & + f(i, j+1) & \\ + 8 * f(i-1, j+2) & & + 8 * f(i+1,j+2) \end{matrix} )$$

$$\begin{array}{cccc|l} 1 & & & & \\ | & 1 & & & \\ | & & 1 & & \\ | & & & 1 & \\ | & & & & 1 \\ \hline & / 5 & & & \end{array}$$
 Bewegungsunschärfe, Motion Blur, Weichzeichner, auch Tiefpass

$$\Rightarrow f'(i, j) = 1 / 5 * ( f(i-2, j+2) + f(i-1, j+1) + f(i, j) + f(i+1, j-1) + f(i+2, j-2))$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow f'(i, j) = \begin{pmatrix} (-1) * f(i-1, j-1) + (-1) * f(i-1, j) + (-1) * f(i-1, j+1) \\ + (-1) * f(i, j-1) + 9 * f(i, j) + (-1) * f(i, j+1) \\ + (-1) * f(i+1, j-1) + (-1) * f(i+1, j) + (-1) * f(i+1, j+1) \end{pmatrix}$$

»»»» Klausur Poller

1. Definition: FFT, Hochpassfilter, Schwellwert
2. Tiefpass im Frequenzbereich und Ortsbereich beschreiben
3. Funktionsweise Inverser Filter
4. Rechenaufgaben wie in der Probeklausur
5. KEINE Auswahl des geeigneten Filters

## **2 Hilfestellung zu genannten Aufgaben**

### **2.1 Definition FFT,Hochpassfilter,Schwellwert**

### **2.2 Tiefpass im Frequenzbereich und Ortsbereich beschreiben**

### **2.3 Funktionsweise Inverser Filter**

### **2.4 Rechenaufgaben wie in Probeklausur**

siehe oben :P

### **2.5 KEINE Auswahl des geeignetsten Filters**

## **3 Sonstige Informationen**

## Kapitel 6

### Bildverarbeitung im Frequenzraum

- Durchführung von Faltungen im Frequenzraum
- Filterung im Frequenzraum: Tiefpass- und Hochpass-Filter, etc.
- Bildrestaurierung
- Notch-Filter: Entfernung periodischer Störungen

Bild / Fourier-Transformierte: zwei verschiedene, aber äquivalente Repräsentationen des Bildinhaltes; im Frequenzraum sind etliche Aufgaben leichter formulieren und lösen

Kapitel 6 “Bildverarbeitung im Frequenzraum” — slide #1

### Durchführung von Faltungen im Frequenzraum (1)

Lineare Filterung (Kapitel “Bildverbesserung”):

$$g(r, c) = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k h(u, v) \cdot f(r + u, c + v)$$

**Faltung:**

$$\begin{aligned} g(r, c) &= (f \star h)(r, c) \\ &= \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k h(u, v) \cdot f(r - u, c - v) \end{aligned}$$

Faltungskern  $h(u, v)$  wird auch Point Spread Function (PSF) genannt

$h(u, v)$  spiegelungssymmetrisch  $\implies$  Lineare Filterung  $\equiv$  Faltung;  
sonst erreicht man diese Äquivalenz durch eine Spiegelung der Maske als Faltungskern

Kapitel 6 “Bildverarbeitung im Frequenzraum” — slide #2

## Filterung im Frequenzraum: Grundlagen (3)

Klassifizierung der Filter:

- **Tiefpass-Filter**

Kanten und starke Grauwertänderungen im Bild entsprechen den hochfrequenten Anteilen (mit großem  $u$  und  $v$ ) der Fourier-Transformierten. Bei einem Tiefpass-Filter werden hohe Frequenzanteile abgeschwächt oder ganz eliminiert. Dadurch erscheint das gefilterte Bild im Vergleich zum Originalbild unschärfer, Rauschen und Störungen ähnlicher Art werden dabei aber unterdrückt.

- **Hochpass-Filter:**

Bei einem Hochpass-Filter werden tiefe Frequenzanteile abgeschwächt oder ganz eliminiert. Dadurch bleiben Stellen mit abrupten Grauwertänderungen wie Kanten deutlicher erhalten. Wird das Ergebnis eines Hochpass-Filters zum Originalbild hinzuaddiert, so erhält man eine Kantenverstärkung und Verschärfung des Bildes.

Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #7

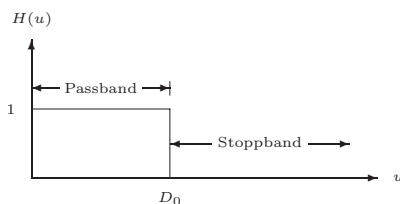
## Tiefpass-Filter (1)

**Idealer Tiefpass-Filter:**

Filterfunktion: 
$$H(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{für } D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

wobei  $D(u, v) = \sqrt{(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2}$  die Entfernung zum Ursprung  $(u, v) = (M/2, N/2)$  und  $D_0$  die *Grenzfrequenz* ist. Dieser Filter wird wegen des perfekten Übergangs von den passierenden Frequenzen zu den eliminierten Frequenzen *ideal* genannt.

**1D Fall:**



**2D Fall:**  $H(u, v)$  (hell:1; dunkel: 0)



Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #8

## Tiefpass-Filter (2)

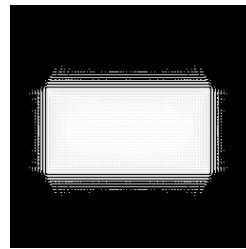
Beispiel:



Originalbild



Tiefpass-Filter



Ringung-Effekt

**Ringung-Effekt:** Idealer Tiefpass-Filter an einem künstlichen Bild (nach Histogrammausgleich)

Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #9

## Tiefpass-Filter (3)

### Tiefpass-Filter: Butterworth-Filter

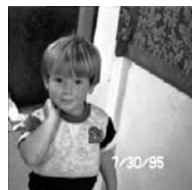
An der Grenzfrequenz  $D_0$  werden nicht alle Frequenzanteile, die darüber liegen, abgeschnitten; sanfter Übergang von Passband zu Stoppband:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u, v)}{D_0}\right]^{2n}} \in [0, 1]$$

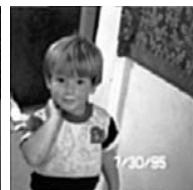
Parameter  $n$  bestimmt die Steilheit des Übergangs (Mit  $n \rightarrow \infty$  konvergiert der Butterworth-Filter zum idealen Tiefpass-Filter)



$H(u, v)$



$n = 1$



$n = 3$



$n = 8$

Mit zunehmendem  $n$  ist der Ringung-Effekt wieder deutlich zu beobachten

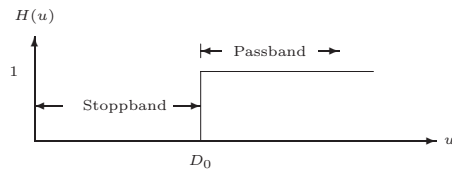
Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #10



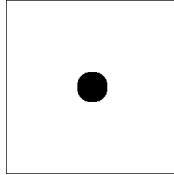
## Hochpass-Filter (1)

Idealer Hochpass-Filter:

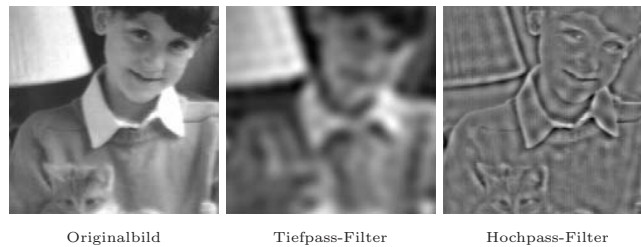
1D Fall:



2D Fall:



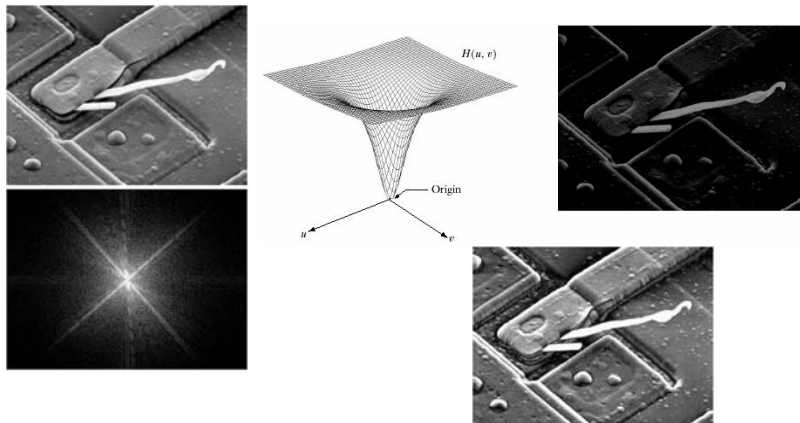
Beispiel:



Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #11

## Hochpass-Filter (2)

Nichtidealer Hochpass-Filter: Beispiel



Links: Originalbild und DFT; rechts oben: nichtidealer Hochpass-Filter  $H(u, v)$  und Ergebnis; rechts unten: nichtidealer Hochpass-Filter mit  $H'(u, v) = H(u, v) + c$  ( $c$ : Konstante)

Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #12

## Hochpass-Filter (3)

### Nichtidealer Hochpass-Filter: Butterworth-Filter

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [\frac{D_0}{D(u, v)}]^{2n}}$$

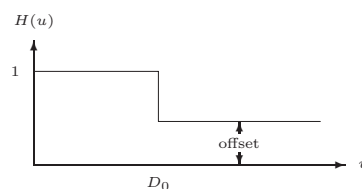
Analog zum Tiefpass-Filter bestimmt Parameter  $n$  die Steilheit des Übergangs von Stoppband zu Passband; mit  $n \rightarrow \infty$  konvergiert der Butterworth-Filter zum idealen Hochpass-Filter

Kapitel 6 “Bildverarbeitung im Frequenzraum” — slide #13

## Weitere Filter (1)

### Low-Frequency Emphasis Filter:

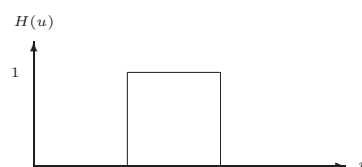
Im Gegensatz zum Tiefpass-Filter werden hohe Frequenzanteile nicht ganz eliminiert, sondern mit geringerer Gewichtung beibehalten



Analog entsprechender Hochpass-Filter (high-frequency emphasis filter)

### Bandpass Filter:

bestimmten Bereich  $[D_1, D_2]$  von Frequenzen durchlassen

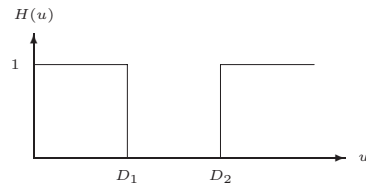


Kapitel 6 “Bildverarbeitung im Frequenzraum” — slide #14

## Weitere Filter (2)

### Bandreject Filter:

bestimmten Bereich  $[D_1, D_2]$  von Frequenzen ausblenden

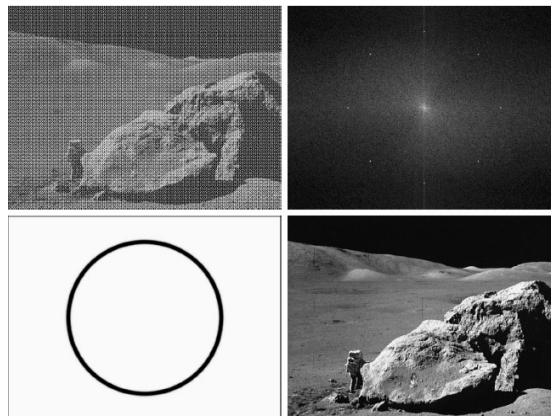


Zu jedem Filtertyp existiert entsprechender Butterworth-Filter

Kapitel 6 “Bildverarbeitung im Frequenzraum” — slide #15

## Weitere Filter (3)

**Beispiel:** Butterworth Bandreject Filter zur Entfernung periodischer Störungen (siehe auch Notch-Filter)



Oben: Originalbild und DFT; unten: Filter und Ergebnis

Kapitel 6 “Bildverarbeitung im Frequenzraum” — slide #16

## Bildrestaurierung: Inverse Filterung (3)

**Beispiel:** zur Bewegungsdegradation zusätzlich additive Störung



Restaurierung: inverse Filterung

Wegen unbefriedigender Ergebnisse schon bei schwach gestörten Bildsignalen wird die inverse Filterung in dieser Form wenig eingesetzt

Kapitel 6 “Bildverarbeitung im Frequenzraum” — slide #25

## Bildrestaurierung: Wiener-Filter (1)

Der Wiener-Filter gehört zu stochastischen Bildrestaurierungsverfahren (optimale Bildverbesserung im statistischen Sinne). Das Ziel besteht darin, unter Ausnutzung der a-priori-Wissen über Bildsignal und Störung ein neues Signal so zu berechnen, dass die quadratische Abweichung des originalen Bildsignals vom restaurierten Bildsignal minimal wird.

In der Praxis häufig die vereinfachte Form des Wiener-Filters:

$$I(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \cdot \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} F(u, v) = R_{\text{wiener}}(u, v) \cdot F(u, v)$$
$$R_{\text{wiener}} = \frac{1}{H(u, v)} \cdot \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K}$$

**(Heuristischer) Wiener-Filter:**

$$f^*(x, y) = \mathcal{F}^{-1} [R_{\text{wiener}}(u, v) \cdot F(u, v)]$$

Der optimale Wert für Parameter  $K$  wird experimentell ermittelt  
(Inverse Filterung: Spezialfall des Wiener-Filters für  $K = 0$ )

Kapitel 6 “Bildverarbeitung im Frequenzraum” — slide #26

## Bildrestaurierung: Wiener-Filter (4)

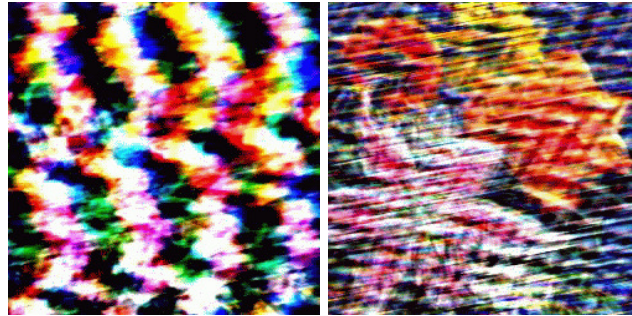
### Wichtigkeit der Degradationsfunktion:

Korrektheit der Degradationsfunktion  $h$  bzw. ihrer Fourier-Transformierten  $H(u, v)$ : wichtig für Qualität der Restaurierung. In der Praxis i.A. a-priori-Wissen und/oder Experimentieren erforderlich

**Beispiel:** Bewegungsdegradation (31 Pixel,  $11^\circ$ ), keine additive Störung

Fall 1 (links): Bewegungsdegradation (62 Pixel,  $11^\circ$ ) wird angenommen

Fall 2 (rechts): Bewegungsdegradation (31 Pixel,  $22^\circ$ ) wird angenommen

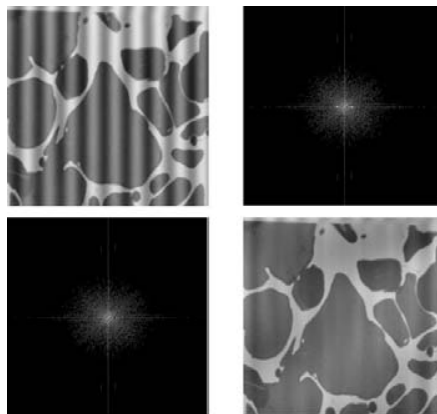


Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #29

## Notch-Filter: Entfernung periodischer Störungen (1)

Im Frequenzraum drücken sich periodische Störungen häufig als leicht detektierbare Frequenzen mit großen Amplituden aus. So können spezielle Filter entwickelt werden, um selektiv die zu den periodischen Störungen gehörigen Frequenzen zu eliminieren.

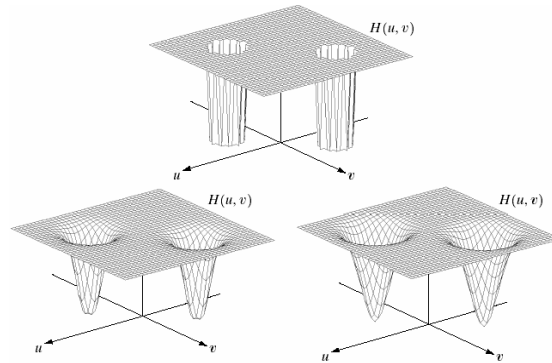
**Beispiel:** reguläres Störungsmuster



Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #30

## Notch-Filter: Entfernung periodischer Störungen (2)

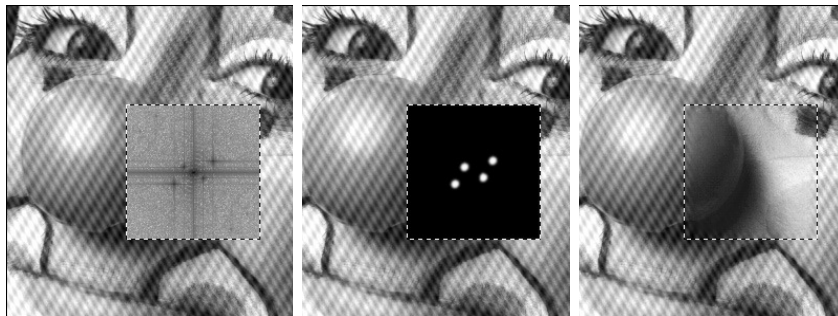
**Notch-Filter:** A notch filter rejects (or passes) frequencies in predefined neighborhood about a center frequency. Due to the symmetry of the Fourier transform, notch filters must appear in symmetric pairs about the origin in order to obtain meaningful results. The number of frequency pairs and the shape of the notch areas can be arbitrary (e.g. rectangular). Example: ideal (top), Butterworth (bottom left), and Gaussian (bottom right) notch reject filters.



Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #31

## Notch-Filter: Entfernung periodischer Störungen (3)

**Beispiel:** zwei reguläre Störungsmuster (umgekehrte Darstellung des Amplitudenspektrums und des Notch-Filters beachten)



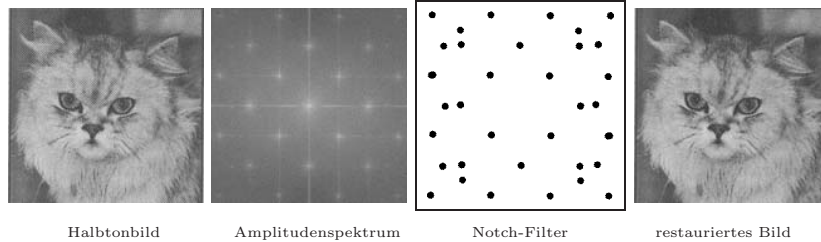
Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #32

## Notch-Filter: Entfernung periodischer Störungen (4)

**Beispiel:** Restaurierung von Halbtonbildern

Halbtonverfahren: Wiedergabe von Grauwertbildern auf Schwarz-Weiss Ausgabegeräten (subjektiver Eindruck kontinuierlicher Grautöne durch geeignete Verteilung von Schwarz und Weiss unter Ausnutzung des vom visuellen System vorgegebenen beschränkten Detailauflösungsvermögens)

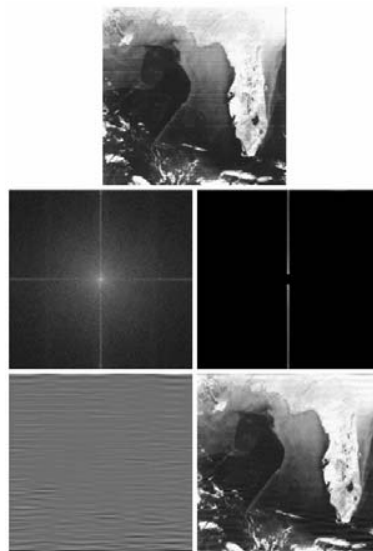
Eingescannte Halbtonbilder zeigen typische Halbtonmuster; Elimination mithilfe eines Notch-Filters



Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #33

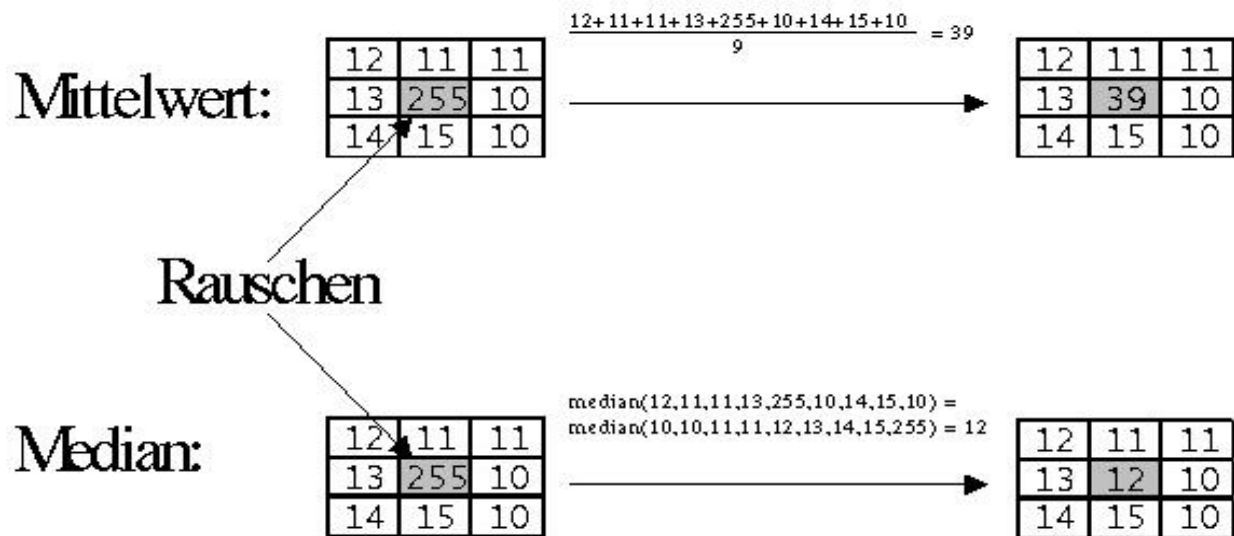
## Notch-Filter: Entfernung periodischer Störungen (5)

**Beispiel:** Restaurierung von Satellitenbildern



Kapitel 6 "Bildverarbeitung im Frequenzraum" — slide #34

einen der Mittelwert-, zum Anderen der Median-Operator wie folgt angewandt:



### Ergebnis

Durch beide Methoden wird das Rauschen unterdrückt. Bei der Mittelwert-Operation wird das Bild jedoch schnell unscharf. Die besten Resultate bekommt man beim Median-Operator, der auf eine 3x3-Matrix um den Originalpunkt angewendet wird.



Ergebnis der Operatoren



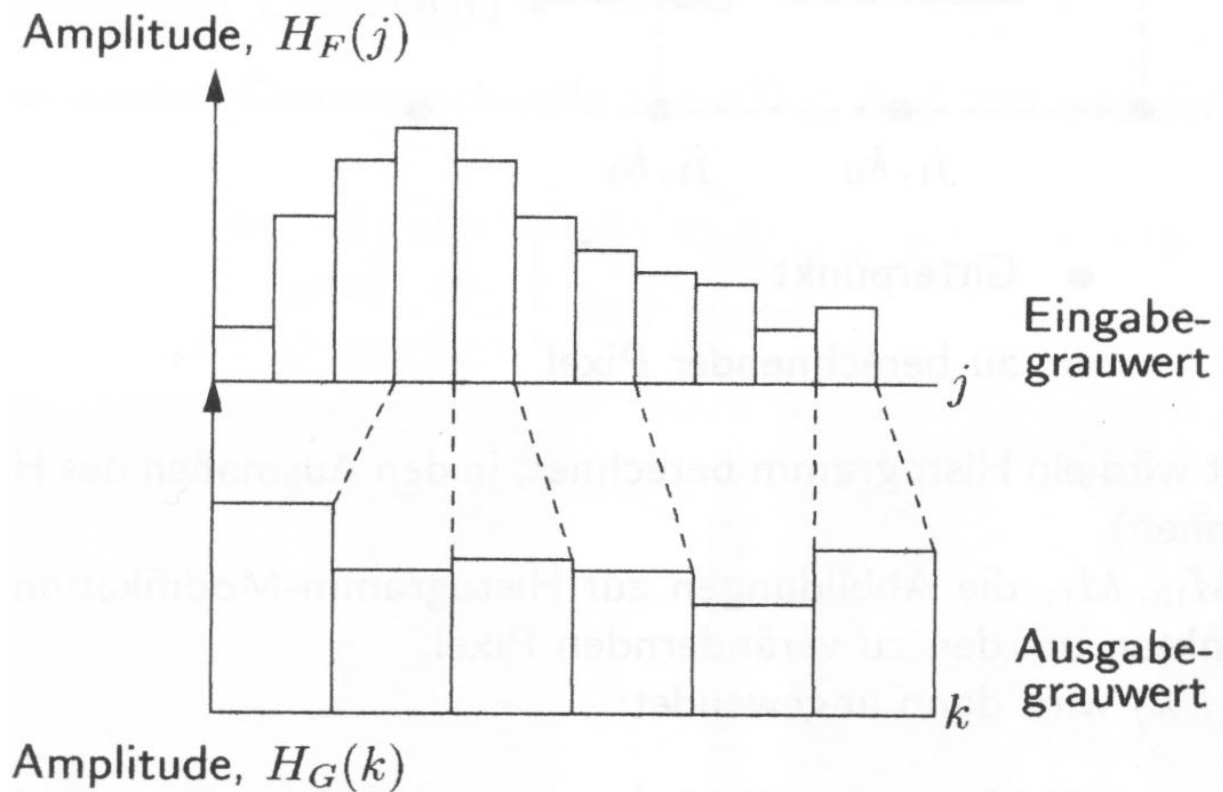
## Histogramm--Modifikation

Eine natürliche, linear quantisierte Szene ist im Allgemeinen dunkellastig, d.h. der Großteil der Pixel besitzt eine Helligkeit unter dem Durchschnitt. Oft sind Details in dunkleren Bereichen schwer bis gar nicht zu erkennen.

Hier setzt die Histogrammmodifikation ein.

Ein Histogramm ist wie folgt aufgebaut:

Auf der x-Achse sind die Graustufen im gesamten Wertebereich numerisch angetragen auf der y-Achse wird dem Grauwerten mit  $H_F(j)$  die Anzahl der Bildpunkte mit diesem Grauwert zugeordnet.



Gibt es nun bestimmte Grauwertbereiche, die besonders oft im Bild vorkommen, so kann man versuchen, diese Ballungszentren auseinanderzuziehen und auf eine größere Breite von Grauwerten zu verteilen.

Weniger stark genutzte Grauwertbereiche werden dabei auf kleinere Wertemengen verteilt.



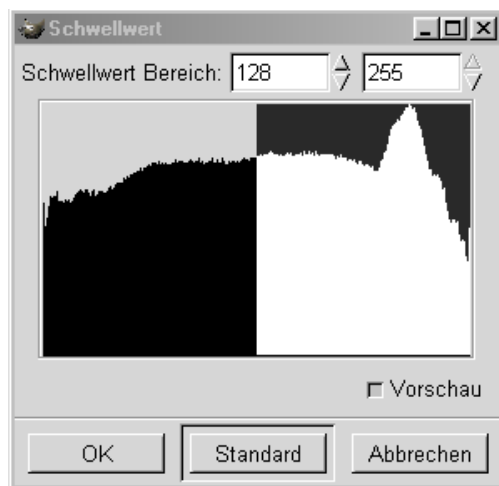
Ergebnis einer Histogrammmodifikation

## Binarisierung

In Grauwertbildern ist es schwer, Lage, Umriß oder Form von Objekten zu erkennen. Inhomogene Beleuchtung und Rauschen machen eine Erkennung sehr schwer. Schwarz–Weiß–Bilder sind für diesen Aufgabenbereich weitaus besser geeignet. Natürlich sollten bei der Umwandlung von Grauwerten in Schwarz–Weiß–Darstellung möglichst viele Informationen erhalten bleiben.

### Umwandlung mit konstanter Schwelle S

Die einfachste Methode ist es, ein Bild mit einer konstanten Schwelle zu binarisieren, d.h. alle Werte, die größer als S sind in weiß zu verwandeln, alle Werte, die unter S liegen, auf schwarz zu setzen.



Als Funktion ausgedrückt:

$$y(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < S \\ 255 & \text{sonst} \end{cases}$$

Nachteil ist bei dieser Methode, daß man bei ungünstiger Grauwertverteilung des Bildes ein Bild erhalten kann, das entweder komplett schwarz oder komplett weiß ist. Um ein Bild zu erhalten, das für die Objekterkennung und Analyse ausreichend ist, benötigt man günstige Verhältnisse.

### Schwellwertbestimmung mittels eines modifizierten Histogramms

Im obigen Histogramm sieht man (zumindest im Mittelfeld) eine relativ gleichmäßige Verteilung der Grauwerte. Ein klarer Schnitt, der die Grauwerte in schwarz und weiß unterteilt ist nicht möglich.

Um ein für die Objekterkennung möglichst hochwertiges Bild zu erhalten, ist es sinnvoll, nur die Grauwerte zu betrachten, die innerhalb eines Objektes oder im Hintergrund liegen. Kanten sind für die Fläche eines Objektes unwichtig.

Man erstellt also ein Histogramm mit nur den Grauwerten, die nicht auf einer Kante liegen. Diese findet man leicht, indem man zuvor eine Kantenerkennung durchführt.

Man erhält folgendes Histogramm:

## Konturapproximation

Zum Schluss wird die Kontur durch eine Funktion angenähert. Dadurch wird nochmals eine Datenreduktion bewerkstelligt.

Durch diesen Schritt wird ebenfalls die spätere gezielte Auswertung möglich, da Funktionen weitaus besser zu analysieren bzw. vergleichen sind, als Punktfolgen.

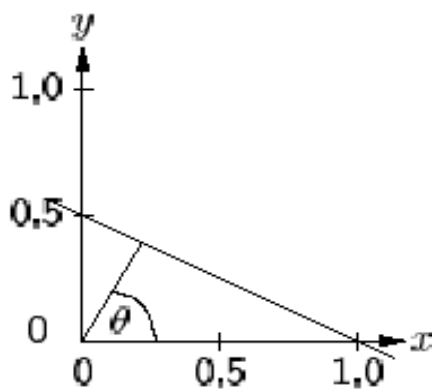
## Hough-Transformation

Dieses Verfahren basiert auf der Darstellung von Linien als

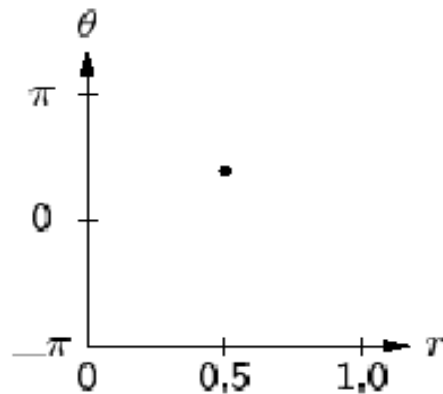
$$r = x \cos \theta + y \sin \theta,$$

wobei  $r$  den Abstand zum Ursprung und  $\theta$  den Winkel zur  $x$ -Achse angibt.

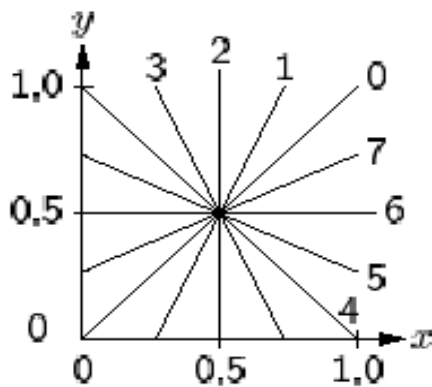
Wählt man die Polarkoordinatendarstellung, so wird die Linie durch einen Punkt  $(r, \theta)$  repräsentiert.



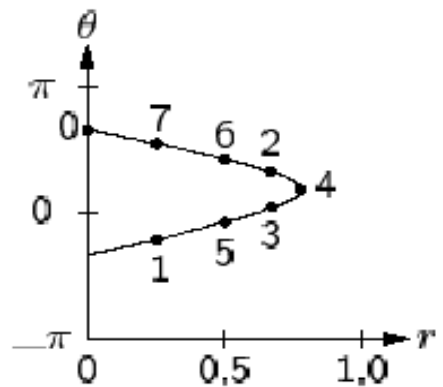
(a) gerade Linie



(b) Houghtransformation



(c) Menge von Linien  
mit gem. Punkt



(d) Houghtransformation

Eine Menge von Linien, die einen gemeinsamen Punkt besitzen, werden in einer verbundenen Menge von Punkten abgebildet.

## Shape Analysis

Die Shape Analysis (Formanalyse) hat das Ziel, Formen von Objekten zu beschreiben.

Da Objekte unter verschiedenen Blickwinkeln unterschiedliche Formen besitzen, versucht man, möglichst die Attribute zur Formanalyse zu benutzen, die bei geometrischen Transformationen unberührt bleiben.

Die Attribute

- Abstand,
- Umrandung,
- Oberfläche und
- Parallelität von Linien

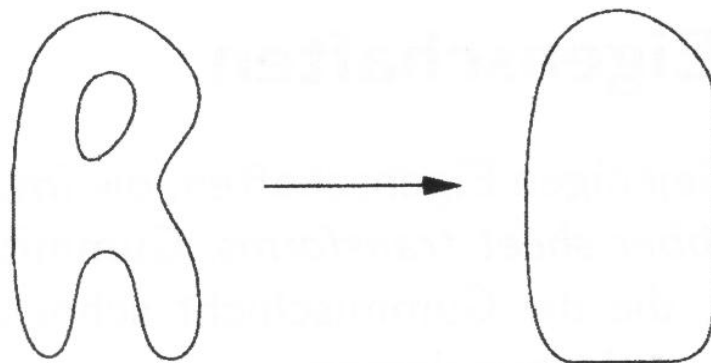
genügen nicht diesen Ansprüchen.

Die Topologischen Eigenschaften

- Verbundenheit von Objekten
- Löcher in Objekten

bleiben bei geometrischen Transformationen unverändert.

Bestimmung der konvexen Hülle:



Bestimmung von Seen (Löcher) und Buchten (Löcher mit Anschluss nach außen):

See



Bucht



## Bildverarbeitung im Frequenzraum

- Durchführung von Faltungen im Frequenzraum
- Filterung im Frequenzraum: Tiefpass- und Hochpass-Filter, etc.
- Bildrestaurierung
- Notch-Filter: Entfernung periodischer Störungen

Bild / Fourier-Transformierte: zwei verschiedene, aber äquivalente Repräsentationen des Bildinhaltes; im Frequenzraum sind etliche Aufgaben leichter zu formulieren und lösen

## Durchführung von Faltungen im Frequenzraum (1)

**Lineare Filterung** (vgl. Kapitel "Bildverbesserung"):

$$g(r, c) = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k h(u, v) \cdot f(r + u, c + v)$$

**Faltung:**

$$\begin{aligned} g(r, c) &= (f \star h)(r, c) \\ &= \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k h(u, v) \cdot f(r - u, c - v) \end{aligned}$$

Faltungskern  $h(u, v)$  wird auch Point Spread Function (PSF) genannt

$h(u, v)$  spiegelungssymmetrisch  $\implies$  Lineare Filterung  $\equiv$  Faltung;  
sonst erreicht man diese Äquivalenz durch eine Spiegelung der Maske als Faltungskern

## Filterung im Frequenzraum: Grundlagen (4)

### Erlaubte Manipulationen am Spektrum:

Für 1D Signale der Länge  $M$  gilt:  $F(0)$  reell, ferner  $F(M/2)$  reell falls  $M$  gerade

**Theorem:** Beliebige Änderungen an den Fourier-Koeffizienten

$$F(0), F(1), \dots, F(M/2)$$

mit der Maßgabe, dass  $F(0)$  und  $F(M/2)$  reell zu bleiben haben, garantieren, dass die nach dieser Manipulation entstehende Funktion  $g(x)$  für ganzzahlige  $x$  wiederum rein reell ist.

## Filterung im Frequenzraum: Grundlagen (5)

Klassifizierung der Filter:



### Tiefpass-Filter:

Kanten und starke Grauwertänderungen im Bild entsprechen den hochfrequenten Anteilen (mit großem  $u$  und  $v$ ) der Fourier-Transformierten. Bei einem Tiefpass-Filter werden hohe Frequenzanteile abgeschwächt oder ganz eliminiert. Dadurch erscheint das gefilterte Bild im Vergleich zum Originalbild unschärfer, Rauschen und Störungen ähnlicher Art werden dabei aber unterdrückt.



### Hochpass-Filter:

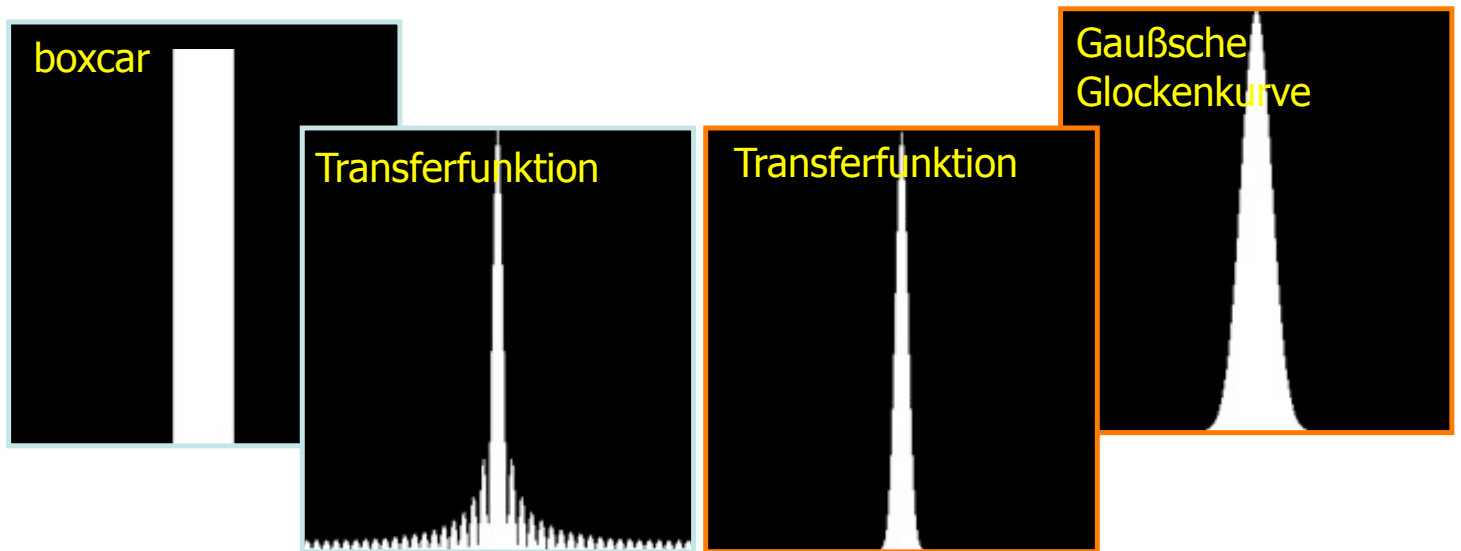
Bei einem Hochpass-Filter werden tiefe Frequenzanteile abgeschwächt oder ganz eliminiert. Dadurch bleiben Stellen mit abrupten Grauwertänderungen wie Kanten deutlicher erhalten. Wird das Ergebnis eines Hochpass-Filters zum Originalbild hinzuaddiert, so erhält man eine Kantenverstärkung und Verschärfung des Bildes.

# Butterworth-Filter / Binomialfilter

- Ideales Tiefpassfilter: kompakter Träger im Frequenzraum, aber artefakt-verursachende Ortsraumrepräsentation
  - ▶ Butterworth-Filter: kontrolliert monoton fallende Funktion im Frequenzraum, deren Ortsraumrepräsentation ebenfalls monoton fällt.
- Mittelwertfilter: kompakter Träger im Ortsraum, aber artefakt-verursachende Frequenzraumrepräsentation
  - ▶ Binomial-Filter: monoton fallende Funktion mit kompaktem Träger im Ortsraum, deren Frequenzraumrepräsentation monoton fällt.

# Binomialfilter und Gaußfunktion

- Für immer größere Filterkerne nähert sich das Binomialfilter der **Gaußschen Glockenkurve** an.
- Der Betrag der **Transferfunktion** einer solchen Funktion ist wieder eine **Gaußsche Glockenkurve**.



$$\text{gauss}(x,y) = [\sigma \cdot \sqrt{2\pi}]^{-1} \cdot \exp\left[-(x^2+y^2)/(2\sigma^2)\right]$$