Forritunarkeppni framhaldsskólanna
<2017>

Beta - Fyrir hádegi

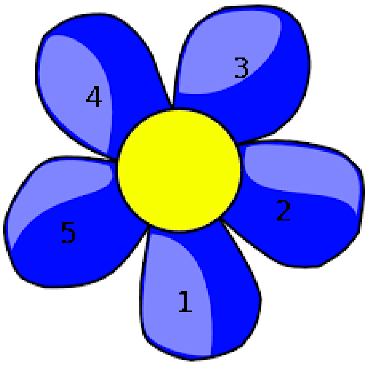
Háskólanum í Reykjavík, 18. mars

Verkefni

A Ég elska hann
B XORsistinn 2
C Veggurinn, seinni hluti
D Önnur tilgáta Goldbachs
E Siggi sement
F Órökrétt

HÁSKÓLINN Í REYKJAVÍK
REYKJAVIK UNIVERSITY

Problem A
Ég elska hann
Problem ID: egelskahann2



Fyrsta sýnidæmið

Gunna litla var mjög hrifin af Jóni litla. Hún sveiflaði sér í rólunni, horfði á Jón leika sér með hinum börnunum og skoðaði blómið sitt. Jón talar aldrei við hana. Hún heldur fastar um blómið sitt.

Hún ætlar að leyfa blóminu að ákveða hvort hún fari að tala við hann eða ekki. Hún byrjar á að númera laufblöðin á blóminu frá 1 upp í N rangsælis, þar sem N er fjöldi laufblaða.

Hún byrjar hjá laufblaði númer 1 og segir “Hann elskar mig”. Hún lætur þetta laufblað vera, og heldur áfram á blað númer 2. Þá segir hún “Hann elskar mig ekki” og rífur blaðið af. Svo fer hún á blað númer 3, segir “Hann elskar mig”. Hún heldur svona áfram, segir “Hann elskar mig” og “Hann elskar mig ekki” til skiptis, og rífur blaðið sem hún er á af þegar hún segir “Hann elskar mig ekki”. Þetta gerir hún, hring eftir hring, þar til aðeins eitt laufblað er eftir.

Getur þú talið með Gunnu, og sagt henni númerið á síðasta laufblaðinu?

Inntak

Heiltalan $1 \leq N$, fjöldi laufblaða á blóminu til að byrja með.

Úttak

Ein lína með númerinu á laufblaðinu sem eftir stendur.

Útskýring á sýnidæmum

Gunna gerir eftirfarandi í fyrsta sýnidæminu:

- Hún byrjar á laufblaði 1, og segir “Hann elskar mig”.
- Hún fer á laufblað 2, segir “Hann elskar mig ekki”, og rífur laufblaðið af.
- Hún fer á laufblað 3, og segir “Hann elskar mig”.
- Hún fer á laufblað 4, segir “Hann elskar mig ekki”, og rífur laufblaðið af.

- Hún fer á laufblað 5, og segir “Hann elskar mig”.
- Hún fer á laufblað 1, segir “Hann elskar mig ekki”, og rífur laufblaðið af.
- Hún fer á laufblað 3, og það er síðasta laufblaðið.

Stigagjöf

Lausnin mun verða prófuð á miserfiðum inntaksgögnum, og er gögnunum skipt í hópa eins og sýnt er í töflunni að neðan. Lausnin mun svo fá stig eftir því hvaða hópar eru leystir.

Hópur	Stig	Inntaksstærð
1	20	$N \leq 10$
2	20	$N \leq 1000$
3	30	$N \leq 10^6$
4	30	$N \leq 10^{18}$

Sample Input 1	Sample Output 1
`5`	`3`

Sample Input 2	Sample Output 2
`10`	`5`

Problem B
XORsistinn 2
Problem ID: xorsist2

Presturinn Gunnar fékk dularfull skilaboð í pósti í gær þar sem stóð að eitt af sóknarbörnum hans væri mögulega andsetið. Að auki þá var búið að skrifa niður tvær tölur á bakhliðinni, a og b auk skilaboða „Þú ert okkar eina von XORsist!". Gunnar var nefnilega líka særingamaður og hefur mikla reynslu af því að bæla í burtu púka og djöfla.

Hann hefur nú fundið út að tölurnar á bakhliðinni eru til að hjálpa honum að komast að því hver sé andsetinn. Hann ákvað að skrifa niður nöfnin á öllum í sókninni sinni og endaði með nöfn númeruð frá 1 upp í N. Hann fattaði að ef hann myndi taka XOR af öllum tölum frá a upp í b myndi það gefa honum upplýsingar um hver væri andsetinn; ef talan er 0 þá er enginn andsetinn, ef hún er á bilinu 1 og upp í N þá er það manneskjan á listanum hans sem passar við þá tölu. Ef hún er hinsvegar stærri en N þá er það Gunnar sjálfur sem er andsetinn og þá erum við öll í vanda!

Útskýring á XOR

XOR, venjulega táknuð með ^ í forritunarmálum, er aðgerð sem tekur tvær tölur og skilar nýrri tölu. Aðgerðin er framkvæmd á tölurnar tvær á tvíundarformi (e. binary), bita fyrir bita. Eftirfarandi tafla sýnir hvernig nýr biti er reiknaður út frá samsvarandi bitum í tölunum tveimur.

A	B	A XOR B
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Tökum dæmi. Talan 1337 í binary er 10100111001 og talan 1993 í binary er 11111001001.

1337	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1
1993	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
1337 XOR 1993	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0

Útkoman er 01011110000 sem er talan 752.

Inntak

Fyrsta lína inniheldur heiltölu N, hversu mörg sóknarbörn eru í sókninni hans Gunnars. Næsta lína inniheldur tvær heiltölur, a og b, $1 \leq a \leq b \leq N$.

Úttak

Prentið út númerið á sóknarbarninu sem er andsetið, `Enginn` ef talan er 0 og `Gunnar` ef talan er stærri en N.

Útskýring á sýnidæmum

Í fyrsta sýnidæminu eru $N = 3$ börn, og $a = 1$, $b = 3$. Ef við reiknum XOR af öllum tölum frá 1 upp í 3, þá fáum við $(1 \text{ XOR } 2) \text{ XOR } 3 = 0$. Það er því enginn andsetinn, og svarið er `Enginn`.

Í öðru sýndæminu eru $N = 7$ börn, og $a = 1$, $b = 4$. Ef við reiknum XOR af öllum tölum frá 1 upp í 4, þá er útkoman 4. Barn númer 4 er því andsetið, og svarið er `4`.

Í þriðja sýndæminu eru $N = 6$ börn, og $a = 3$, $b = 4$. Ef við reiknum XOR af öllum tölum frá 3 upp í 4, þá er útkoman 7. Það er stærra en N, svo Gunnar er andsetinn. Svarið er því `Gunnar`.

Stigagjöf

Lausnin mun verða prófuð á miserfiðum inntaksgögnum, og er gögnunum skipt í hópa eins og sýnt er í töflunni að neðan. Lausnin mun svo fá stig eftir því hvaða hópar eru leystir.

Hópur	Stig	Inntaksstærð	Önnur skilyrði
1	33	$1 \leq N \leq 1000$	
2	33	$1 \leq N \leq 10^{18}$	$a = 1$
3	34	$1 \leq N \leq 10^{18}$	

Sample Input 1

```
5
1 3
```

Sample Output 1

```
Enginn
```

Sample Input 2

```
7
1 4
```

Sample Output 2

```
4
```

Sample Input 3

```
6
3 4
```

Sample Output 3

```
Gunnar
```

Problem C
Veggurinn, seinni hluti
Problem ID: malari

Þegar verktakar Trumps eru búnir að reisa vegginn hans þá hringir Trump í Magga málara:

> **TRUMP:** "I need you to paint my wall. The builders have no clue how to do it. Sad!"
> **MAGGI:** "Ok, hvernig á hann að vera á litinn?"
> **TRUMP:** "It should be great: Orange like my beautiful face!"
> **MAGGI:** "Ok, ég mæti með appelsínugula málningu."

Veggurinn er N einingar að breidd, og eru einingarnar númeraðar frá 1 upp í N. Bíllinn hans Magga er ekki mjög stór og rúmar ekki alla málninguna sem hann þarf, og þarf hann því að fara nokkrar ferðir í málningarbúðina. Eftir hverja ferð kemur hann að veggnum og byrjar að mála einingu númer i. Síðan málar hann næstu einingar við hliðina, $i+1$, $i+2$, $\ldots$, alveg þar til hann hefur málað j-tu eininguna, en þá er hann búinn með málninguna og þarf að fara aftur í búðina.

Maggi á það til að ruglast, og málar því stundum yfir einingar sem hann hefur málað áður. Og nú, eftir M bílferðir, er Maggi alveg búinn að gleyma hve margar einingar hann er búinn að mála! Sem betur fer var Trump að fylgjast með honum að mála og getur sagt honum hve margar einingar hann er búinn að mála.

Inntak

Fyrsta lína inntaksins inniheldur tvær heiltölur N, fjölda eininga í veggnum, og M, fjöldi bílferða. Síðan koma M línur. k-ta línan inniheldur tvær heiltölur i og j, þar sem $i \le j$, sem er upphafs- og lokaeiningin sem Maggi málar eftir bílferð númer k.

Úttak

Skilið fjölda eininga sem Maggi málaði og prentið "The Mexicans took our jobs! Sad!" ef sá fjöldi er stærri en $N/2$, en annars "The Mexicans are Lazy! Sad!".

Stigagjöf

Lausnin mun verða prófuð á miserfiðum inntaksgögnum, og er gögnunum skipt í hópa eins og sýnt er í töflunni að neðan. Lausnin mun svo fá stig eftir því hvaða hópar eru leystir.

Hópur	Stig	Inntaksstærð
1	30	$1 \le N \le 1000$, $1 \le M \le 10^4$
2	30	$1 \le N \le 10^6$, $1 \le M \le 10^5$
3	40	$1 \le N \le 10^{12}$, $1 \le M \le 10^5$

Sample Input 1

```
100 5
1 10
9 20
20 30
50 70
55 80
```

Sample Output 1

```
61
The Mexicans took our jobs! Sad!
```

Problem D
Önnur tilgáta Goldbachs
Problem ID: goldbach2

Heiltalan P er kölluð frumtala ef einu heiltölurnar sem ganga upp í hana eru 1 og p sjálf. Til dæmis er 20 ekki frumtala, því heiltalan 5 gengur upp í hana. Aftur á móti er 11 frumtala, því aðeins 1 og 11 ganga upp í 11.

Fræg tilgáta um frumtölur er Tilgáta Goldbachs, en hún segir:

> Allar sléttar heiltölur stærri en 2 er hægt að tákna sem summu tveggja frumtalna.

Þessi tilgáta er frá árinu 1742. Enn þann dag í dag hefur engum tekist að sanna tilgátuna, né koma með mótdæmi gegn henni. Okkur datt í hug að láta ykkur sanna hana hér í dag, en það væri of auðvelt.

Við kynnum heldur erfiðari tilgátu þekkt sem Önnur tilgáta Goldbachs:

> Allar oddatölur stærri en 5 er hægt að tákna sem summu þriggja frumtalna.

Í þessu verkefni gefum við oddatöluna N sem er stærri en 5. Við biðjum þig að finna þrjár frumtölur P_1, P_2, P_3 þannig að $P_1 + P_2 + P_3 = N$, eða tilkynna okkur að N brjóti Aðra kenningu Goldbachs.

Inntak

Inntakið inniheldur eina oddatölu $N > 5$.

Úttak

Skrifið út þrjár frumtölur aðskildar með einu bili þar sem summa þeirra er N. Ef það eru margir möguleikar megið þið skrifa hvern þeirra sem er. Ef engar slíkar tölur eru til, skrifið þá út `Neibb`.

Útskýring á sýnidæmum

Í fyrsta sýnidæminu er $N = 65$. Ef þú skoðar úttakið sérðu að allar tölurnar eru frumtölur og summa þeirra 65. Þessar tölur geta komið út í hvaða röð sem er. Aðrar mögulegar lausnir eru `11 37 17` og `11 11 43`.

Stigagjöf

Lausnin mun verða prófuð á miserfiðum inntaksgögnum, og er gögnunum skipt í hópa eins og sýnt er í töflunni að neðan. Lausnin mun svo fá stig eftir því hvaða hópar eru leystir.

Hópur	Stig	Inntaksstærð
1	15	$N \leq 31$
2	20	$N \leq 500$
3	20	$N \leq 10^4$
4	25	$N \leq 10^8$
5	20	$N \leq 10^{18}$

Sample Input 1	Sample Output 1
`65`	`41 7 17`

Sample Input 2	Sample Output 2
14846458157	13287470381 1378762933 180224843

Problem E
Siggi sement
Problem ID: sement

Siggi vinnur sem malbikari fyrir borgina. Einn daginn sér hann óvenjulega stóra holu í úthverfum Reykjavíkur, en íbúar úthverfisins eru mjög óþolinmóðir og vilja láta laga þetta strax.

Mynd eftir judy_and_ed

Siggi mælir gatið og sér að það er nákvæmlega K einingar að stærð. Hann ákveður að laga gatið sjálfur, og fer því í næstu sementverslun. Þar fást pokar af sementi af allskyns stærðum og gerðum. Hann er slæmur í bakinu, svo hann ætlar að kaupa nákvæmlega tvo poka svo að þyngdin dreifist jafnt. Og þar að auki vill hann ekki halda á meiri þyngd en hann þarf, svo hann vill að pokarnir tveir rúmi saman nákvæmlega K einingar.

Þú færð gefinn lista af öllum pokum sem eru til, og stærðum þeirra. Það gætu verið til margir af sömu stærð. Getur þú hjálpað Sigga að velja tvo poka sem hafa samtals stærð nákvæmlega K?

Inntak

Fyrsta línan inniheldur tvær heiltölur N, fjöldi poka í búðinni, og K, stærðin á holunni. Svo fylgja N línur, ein fyrir hvern sementspoka, sem inniheldur heiltölu S_i, stærðin á sementspokanum í einingum.

Úttak

Skrifið út stærðir á tveimur pokum úr versluninni sem uppfylla skilyrðin. Það má bara velja hvern poka einu sinni (en það má velja tvo mismunandi poka af sömu stærð).

Ef margar lausnir koma til greina, þá megið þið skrifa einhverja þeirra út. Ef það eru engar lausnir, skrifið þá út `Neibb`.

Útskýring á sýnidæmum

Í fyrsta sýnidæminu getur Siggi valið poka af stærð 3 og 17. Samtals hafa þeir stærð $3 + 17 = 20$, eins og beðið var um. Önnur lausn sem kæmi til greina væri að velja poka 4 og 16.

Í öðru sýnidæminu er bara einn poki til í búðinni, svo hann getur ekki valið tvo poka.

Í þriðja sýnidæminu getur Siggi valið poka af stærð 5 og 5.

Stigagjöf

Lausnin mun verða prófuð á miserfiðum inntaksgögnum, og er gögnunum skipt í hópa eins og sýnt er í töflunni að neðan. Lausnin mun svo fá stig eftir því hvaða hópar eru leystir.

Hópur	Stig	Inntaksstærð
1	30	$1 \le N \le 10^3$, $1 \le K \le 10^9$
2	10	$1 \le N \le 10^3$, $1 \le K \le 10^{18}$
3	30	$1 \le N \le 2 \cdot 10^5$, $1 \le K \le 100$
4	30	$1 \le N \le 2 \cdot 10^5$, $1 \le K \le 10^9$

Sample Input 1

```
5 20
4
17
9
3
16
```

Sample Output 1

```
16 4
```

Sample Input 2

```
1 10
5
```

Sample Output 2

```
Neibb
```

Sample Input 3

```
2 10
5
5
```

Sample Output 3

```
5 5
```

Problem F
Órökrétt
Problem ID: orokrett

Anna er virtur rökfræðingur. Nýlega hefur hún verið að rannsaka röksegðir á mismunandi formi. Tvö algeng form eru ONF (ogað normlegt form) og ENF (eðað normlegt form).

Í ONF þá er röksegðin samsett af einni eða fleiri klausum með OG-um á milli, þar sem hver klausa samanstendur af einni eða fleiri breytu (eða neitun breytu) með EÐA-um á milli. Dæmu um röksemd á ONF formi er eftirfarandi:

```
(a EDA !b) OG (c) OG (!a EDA !c EDA b)
```

ENF er svipað, en þá er röksegðin samsett af einni eða fleiri klausum með EÐA-um á milli, þar sem hver klausa samanstendur af einni eða fleiri breytu (eða neitun breytu) með OG-um á milli. Dæmi um röksemd á ENF formi er eftirfarandi:

```
(c) EDA (b OG !a) EDA (!b OG a OG !c)
```

Algengt verkefni fyrir rökfræðing er að athuga hvort það sé hægt að gera gefna röksegð sanna með því að setja gildin SATT/ÓSATT í breyturnar. Ef það er hægt, þá segir maður að röksegðin sé fullnægjanleg. Til dæmis er hægt að gera eftirfarandi röksegð sanna með því að setja `a = ÓSATT`, `b = ÓSATT`, `c = SATT`, og hún er því fullnægjanleg:

```
(a EDA !b) OG (c) OG (!a EDA !c EDA b)
```

Aftur á móti er ekki hægt að gera eftirfarandi röksegð sanna, sama hvaða gildi við látum breyturnar hafa, og hún er því ekki fullnægjanleg:

```
(a EDA b) OG (!a EDA !b)
```

Anna var að gera snilldarlega uppgötvun. Hún fann upp á skilvirkri leið til að breyta röksegð á ONF formi yfir í jafngilda röksegð á ENF formi. Núna biður hún þig um að hjálpa sér að athuga hvort röksegðin sem er á ENF formi sé fullnægjanleg.

Inntak

Ein lína sem inniheldur röksegð á ENF formi. Hver breyta inniheldur bara enska lágstafi, og hefur lengd á bilinu 1 til 5.

Úttak

Ein lína sem inniheldur `Jebb` ef röksegðin er fullnægjanleg, og `Neibb` ef hún er ekki fullnægjanleg.

Stigagjöf

Lausnin mun verða prófuð á miserfiðum inntaksgögnum, og er gögnunum skipt í hópa eins og sýnt er í töflunni að neðan. Lausnin mun svo fá stig eftir því hvaða hópar eru leystir.

Hópur	Stig	Skilyrði
1	50	Það eru bara 10 breytur, táknaðar með einum bókstaf frá `a` til `j`, og það eru í mesta lagi 1
2	50	Það eru allt að 100 breytur, og það eru í mesta lagi 100 klausur.

Sample Input 1

```
(a OG c) EDA (!b OG !c)
```

Sample Output 1

```
Jebb
```

Sample Input 2

```
(a OG b OG !c OG !a) EDA (!b OG !a OG b)
```

Sample Output 2

```
Neibb
```