Forritunarkeppni Framhaldsskólanna '16

Commodore 64 - Eftir hádegi

Háskólanum í Reykjavík, 19. mars

Verkefni

G	Bitaflipp
H	Dans
I	Geimskip
J	Röknet
K	Símanúmer
L	Heiltölusumma

HÁSKÓLINN Í REYKJAVÍK
REYKJAVIK UNIVERSITY

Problem G
Bitaflipp
Problem ID: bitaflipp

Turing vél samanstendur af tveimur meginhlutum. Fyrst er band sem skipt hefur verið í litlar einingar, og eru þær númeraðar í hækkandi röð frá 1. Á hverri einingu er skrifað annaðhvort tölustafurinn 0 eða tölustafurinn 1. Ofan á þessu bandi er svo haus. Þessi haus er yfir einni einingu í einu, en hann getur fært sig fram og til baka á milli eininganna. Hausinn getur einnig lesið af og skrifað á eininguna sem hann er yfir. Þessa vél er svo hægt að forrita til að leysa sömu verkefni og nútíma tölvur geta leyst.

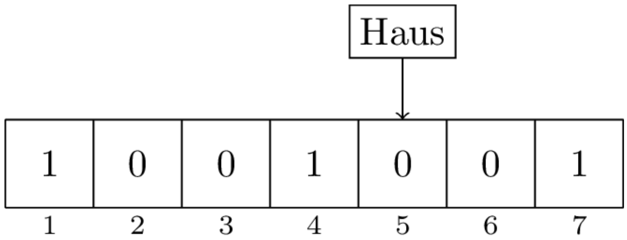


Figure G.1: Mynd af Turing vél ásamt bandinu úr fyrsta sýnidæminu.

Gunnar litli er búinn að vera að æfa sig í að forrita svona Turing vél. Nýjasta forritið hans byrjar með hausinn á einingu númer i. Hausinn skoðar töluna sem skrifuð er í núverandi einingu. Ef hún er 1, þá skrifar hausinn 0 yfir töluna, en ef hún er 0, þá skrifar hausinn 1 yfir töluna. Svo fer hausinn á eininguna til hægri. Þetta er endurtekið alveg þar til hausinn er búinn með einingu j.

Sem dæmi, segjum að Gunnar litli keyri forritið með $i = 5$ og $j = 7$ á bandinu sem sýnt er í myndinn að ofan. Hausinn byrjar þá á einingu 5. Hausinn breytir þar 0 í 1, og fer á reit 6. Þar breytir hausinn 0 í 1, og fer á reit 7. Þar breytir hausinn 1 í 0. Núna er hausinn búinn með reit $j = 7$ og stoppar. Á bandinu mun því standa `1 0 0 1 1 1 0` þegar vélin er búin.

Gunnar litli hefur mjög gaman af þessu. Hann er búinn að vera að keyra forritið sitt með mismunandi böndum og mismunandi gildum á i og j, sem uppfylla þó $1 \leq i \leq j \leq N$ þar sem N er fjöldi eininga í bandinu. Núna er hann með band sem honum finnst mjög áhugavert, og hann veltir fyrir sér hver er hæsti mögulegi fjöldi eininga sem innihalda töluna 1 eftir að hann keyrir forritið á þetta band, ef hann velur i og j á besta mögulegan hátt.

Inntak

Í fyrstu línu er ein heiltala N sem táknar fjölda eininga í bandinu. Þar á eftir fylgir lína með N tölum, sem eru annaðhvort 0 eða 1, sem táknar upphaflega innihald eininganna í röð frá 1 til N.

Úttak

Úttak á að innihalda eina línu með heiltölu sem táknar hæsta mögulega fjölda eininga sem innihalda töluna 1 eftir að forritið er keyrt, ef i og j eru valin á besta mögulegan hátt.

Útskýring á sýnidæmum

Bandið í fyrsta sýnidæminu er sýnt í myndinni að ofan. Það inniheldur 7 einingar. Í þessu sýnidæmi er hæsti fjöldi eininga með tölunni 1 hægt að fá með því að keyra forritið með $i = 2$ og $j = 6$, og eru þá 6 einingar með töluna 1.

Í seinna sýnidæminu eru þegar allar einingarnar með töluna 1. En Gunnar litli þarf að keyra forritið nákvæmlega einu sinni. Ef hann keyrir forritið með $i = 1$ og $j = 1$ þá eru 2 einingar eftir með töluna 1, og er það hæsti fjöldinn sem hægt er að enda með.

Stigagjöf

Lausnin mun verða prófuð á miserfiðum inntaksgögnum, og er gögnunum skipt í hópa eins og sýnt er í töflunni að neðan. Lausnin mun svo fá stig eftir því hvaða hópar eru leystir.

Hópur	Stig	Inntaksstærð
1	25	$1 \leq N \leq 100$
2	25	$1 \leq N \leq 1\,000$
3	50	$1 \leq N \leq 10^5$

Sample Input 1

```
7
1 0 0 1 0 0 1
```

Sample Output 1

```
6
```

Sample Input 2

```
3
1 1 1
```

Sample Output 2

```
2
```

Problem H
Dans
Problem ID: dans

Þegar Forritunarkeppni Framhaldskólanna var haldin á 19. öld voru hefðirnar aðrar en í dag. Til að mynda var tekið fyrir allt sælgæti og það sem teldist til óhollustu. Keppnin var haldin samhliða Þorrablóti og átu keppendur þorramat á meðan keppninni stóð og var hver hákarlsbiti talinn sem stig fyrir liðin í keppninni. Því voru nokkur lið í gegnum árin (1867, 1897, 1899) sem sigruðu keppnina fyrir það eitt að hafa borðað óhóflegt magn af hákarli.

Ein sú hefð sem glataðist í gegnum aldanna rás var dansleikur Forritunarkeppni Framhaldskólanna. Sá dansleikur var einn sá virtasti á landinu árum áður og var stjórnaður af Hallgrími nokkrum. Hallgrímur hafði gaman af einföldum dansformum og þá sérstaklega vikivaka. Vikivaki er hringdans þar sem þátttakendur haldast í hendur og taka ákveðin spor í takt við tónlistina en Hallgrími finnst gaman að hafa nokkrar flækjur í dansinum. Eftir hvert viðlag í laginu sem dansað er við, hefur Hallgrímur ákveðið að láta suma þátttakendur færa sig um í hringnum.

Þessar breytingar Hallgríms á staðsetningum þátttakendanna lýsa sér þannig að Hallgrímur gefur fyrir hverja staðsetningu i í hringnum, staðsetninguna á þeirri manneskju sem á að vera þar eftir næsta viðlag. Sem dæmi, segjum að Hallgrímur ákveði að manneskjan í staðsetningu 3 eigi að fara í staðsetningu 1 í hringnum, manneskjan í 1 eigi að fara í 2 og manneskjan í 2 eigi að fara í 3, þá lýsir hann þessu á forminu 3 1 2.

Hallgrímur hefur ákveðið að halda dansleikinn aftur í ár og vill vita fyrir einhverja ákveðna staðsetningavörpun, hvar hver þátttakandi verður staðsettur í hringnum eftir nákvæmlega k viðlög. Eins og vanalega, þá er einfaldast að kalla í einhvern tölvusnilling til að skrifa forrit sem leysir þetta og hefur þú verið kallaður til verksins!

Inntak

Inntakið inniheldur nákvæmlega tvær línur. Sú fyrri inniheldur tvær heiltölur N og K og sú seinni samanstendur af N heiltölum $\pi_1\pi_2\ldots\pi_N$. Þar táknar tala númer i, π_i, að manneskjan í staðsetningu π_i eigi að vera í staðsetningu i í hringnum eftir næsta viðlag. Þessi seinni lína inniheldur eingöngu tölur frá 1 upp í N og hver tala kemur bara fyrir einu sinni.

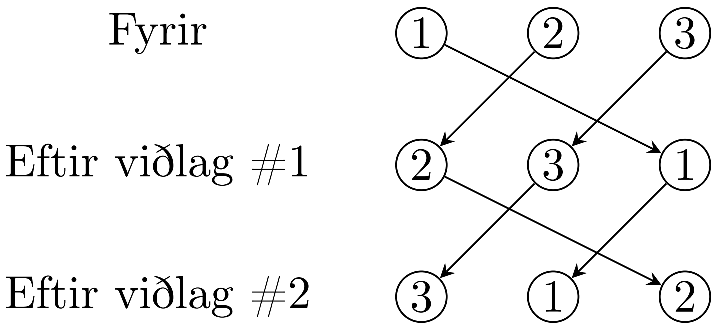
Úttak

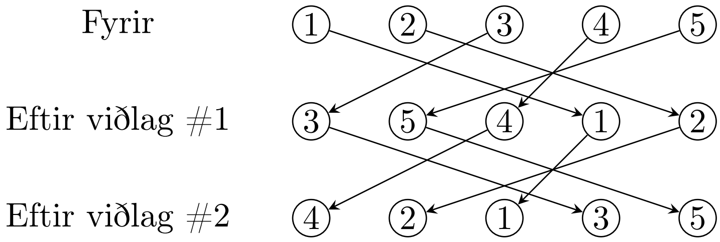
Prentið út á einni línu N tölur, $\rho_1\rho_2\ldots\rho_N$ aðskildar með einu bili, sem tákna að manneskjan sem byrjaði í staðsetningu ρ_i endaði í staðsetningu i eftir eftir K viðlög.

Útskýring á sýnidæmum

Í fyrsta sýnidæminu eru þrjár manneskjur í hringnum og eru tvö viðlög dönsuð. Eftir fyrsta viðlagið er manneskjan í sæti 3 komin í 1, manneskjan í 2 komin í 1 og 1 í 3. Eftir seinna viðlagið fer manneskjan sem nú er í sæti 2 (upphaflega í 3) í 1, manneskjan í 3 (upphaflega 1) fer í 2 og manneskjan sem nú er í 1 (upphaflega 2) fer í 3. Því er lokaúttakið 3 1 2.

Samskonar mynd og fyrir fyrsta sýnidæmið má síðan sjá hér að neðan fyrir þriðja sýnidæmið.





Stigagjöf

Hópur	Stig	Inntaksstærð
1	10	$1 \leq N \leq 2$, $0 \leq K \leq 10$
2	40	$1 \leq N \leq 10$, $0 \leq K \leq 10$
3	25	$1 \leq N \leq 2$, $0 \leq K \leq 10^9$
4	25	$1 \leq N \leq 1\,000$, $0 \leq K \leq 10^9$

Sample Input 1

```
3 2
2 3 1
```

Sample Output 1

```
3 1 2
```

Sample Input 2

```
2 3
1 2
```

Sample Output 2

```
1 2
```

Sample Input 3

```
5 2
3 5 4 1 2
```

Sample Output 3

```
4 2 1 3 5
```

Problem I
Geimskip
Problem ID: geimskip

"A long time ago, in a galaxy far, far away..."

Andspyrnuhreyfingin hefur loksins fundið staðsetningu nýju Death Star og hyggst gera allsherjaráras undir stjórn Gial Ackbar flotaforingja. Ackbar hefur ræst út allan flotann sem samanstendur af mismunandi skipum; MC80 stjörnuskipum, CR90 korvettum, dornískum orustuskipum, YT-2400 létt freigátum og ýmsum minni orustuþotum eins og T-65B X-vængjum.

Það sem Ackbar flotaforingi veit ekki er að Han Solo og teymi hans létust í misheppnaðri tilraun til að eyðileggja orkustöðvar varnarskjaldarins. Að auki hefur Piett aðmíráll sett upp gildru svo Keisaraveldið geti losað sig við Andspyrnuhreyfinguna fyrir fullt og allt. Þessi vel útpælda gildra samanstendur af sprengjum sem aðmírállinn hefur komið fyrir á þeim stað sem Andspyrnuflotinn kemur úr ljóshraða.

Flugskip Andspyrnuflotans og sprengjur aðmírálsins koma í mismunandi stærðum og til að einfalda hlutina getum við hugsað um þetta sem kúlur í þremur víddum. Ef að sprengja hefur nógu stóran radíus til að skarast á við (eða snerta) flugskip þá springur skipið. Þegar skip springur veldur það annarri sprengingu sem samsvarar sprengju með tvöföldum radíus skipsins og getur þetta því valdið keðjuverkun af sprengingum.

Þar sem Ackbar flotaforingi fékk vægt taugaáfall þegar hann uppgötvaði gildruna, þá er hann ófær um að meta skaðann sem flotinn hlaut. Getur þú hjálpað honum?

Inntak

Fyrsta lína inntaksins inniheldur eina heiltölu N. Á næstu N línum eru lýsingar á geimskipum andspyrnuflotans þar sem i:ta línan inniheldur fjórar heiltölur x_i, y_i, z_i og r_i. Fyrstu þrjár tölurnar (x_i, y_i, z_i) tákna staðsetningu i:ta geimskipsins í þrívíðu rúmi og r_i er radíus þess. Því næst kemur lína sem inniheldur eina heiltölu M. Á næstu M línum eru lýsingar á sprengjum aðmírálsins þar sem j:ta línan inniheldur fjórar heiltölur x_j, y_j, z_j og r_j. Fyrstu þrjár tölurnar (x_j, y_j, z_j) tákna staðsetningu j:tu sprengjunnar í þrívíðu rúmi og r_j er sprengiradíus hennar. Gera má ráð fyrir að engin tvö geimskip skarist.

Úttak

Prentið út eina heiltölu k, fjölda skipa andspyrnuflotans sem lifa gildruna af.

Útskýring á sýnidæmum

Fyrsta sýnidæmið inniheldur eitt geimskip, staðsett í núllpunkti $(0, 0, 0)$ og með radíus 3, og síðan tvær sprengjur. Fyrri sprengjan er staðsett í punktinum $(2, 3, -3)$ og hefur sprengiradíus 1. Seinni sprengjan er staðsett í $(-2, 2, 2)$ og hefur radíus 2. Eins og sést á myndinni þá hefur fyrri sprengjan engin áhrif á geimskipið en sú seinni er nógu öflug til að sprengja geimskipið. Því er úttakið 0 þar sem ekkert geimskip lifði af.

Í öðru sýnidæminu skarast engin skip og sprengjur og því lifir eina geimskipið af.

Í síðasta sýnidæminu veldur fjórða sprengjan því að seinna geimskipið springur. Það hefur þau keðjuverkandi áhrif að fyrra skipið springur einnig. Ekkert skip lifir þetta af.

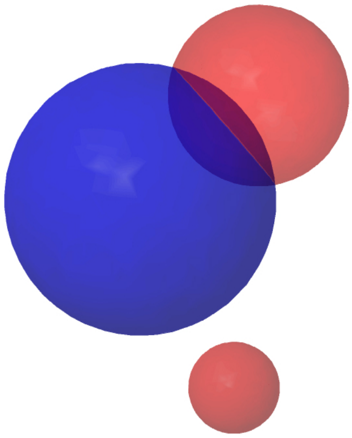


Figure I.1: Mynd af geimskipinu og sprengjunum tveimur úr sýnidæmi 1, táknuð sem kúlur í þrívíðu rúmi.

Stigagjöf

Hópur	Stig	Inntaksstærð	Önnur skilyrði
1	10	$N = 1,\ 0 \le M \le 10,\ -100 \le x_i, y_i, z_i \le 100,\ 1 \le r \le 10$	
2	10	$N = 1,\ 0 \le M \le 10^3,\ -100 \le x_i, y_i, z_i \le 100,\ 1 \le r \le 10$	
3	25	$0 \le N, M \le 10^3,\ -100 \le x_i, y_i, z_i \le 100,\ 1 \le r \le 10$	Engar keðjuverkandi sprengir
4	25	$0 \le N, M \le 10^3,\ -100 \le x_i, y_i, z_i \le 100,\ 1 \le r \le 10$	
5	30	$0 \le N, M \le 10^3,\ -10^4 \le x_i, y_i, z_i \le 10^4,\ 1 \le r \le 10^3$	

Sample Input 1

```
1
0 0 0 3
2
2 3 -3 1
-2 2 2 2
```

Sample Output 1

```
0
```

Sample Input 2

```
1
0 0 0 3
3
2 3 -3 1
-2 2 6 3
1 -5 -2 2
```

Sample Output 2

```
1
```

Sample Input 3

```
2
0 0 0 3
7 -2 4 4
4
2 3 -3 1
-2 2 6 3
1 -5 -2 2
4 -3 6 2
```

Sample Output 3

```
0
```

Problem J
Röknet
Problem ID: roknet

Inni í hverri tölvu má finna svokölluð *röknet*. Þessi net eru notuð til að reikna gildi röksegða, og mynda því grunninn að flóknari reikningum sem tölvan framkvæmir. Röknet samanstanda af mismunandi gerðum af hlutum sem geta haft allt að tvo inngang og allt að einn útgang. Hlutur tekur sanngildi inn um þessa inngang, framkvæmir einhverja einfalda reglu til að búa til nýtt sanngildi, og sendir það svo út um útganginn. Þessa hluti er svo hægt að tengja saman þannig að útgangur á einum hlut er tengdur við inngang á öðrum hlut. Hlutirnir mynda því net sem sanngildi ferðast í gegnum.

Í þessu verkefni ætlum við að skoða fimm gerðir af hlutum:

- `OG` rökhlið hefur tvo inngang. Ef báðir inngangarnir eru sannir, þá er satt sent út um útganginn, en ósatt annars.
- `EDA` rökhlið hefur tvo inngang. Ef báðir inngangarnir eru ósannir, þá er ósatt sent út um útganginn, en satt annars.
- `EKKI` rökhlið hefur einn inngang. Ef inngangurinn er sannur, þá er ósatt sent út um útganginn, en satt annars.
- `INNTAK` hefur engan inngang en einn útgang. `INNTAK` er sérstakur hlutur sem notaður er til að senda alltaf sama sanngildið út um útganginn.
- `UTTAK` hefur einn inngang en engan útgang. `UTTAK` er sérstakur hlutur sem notaður er til að skoða hvaða sanngildi kemur inn um innganginn.

Í eftirfarandi mynd sjáum við dæmi um svona röknet.

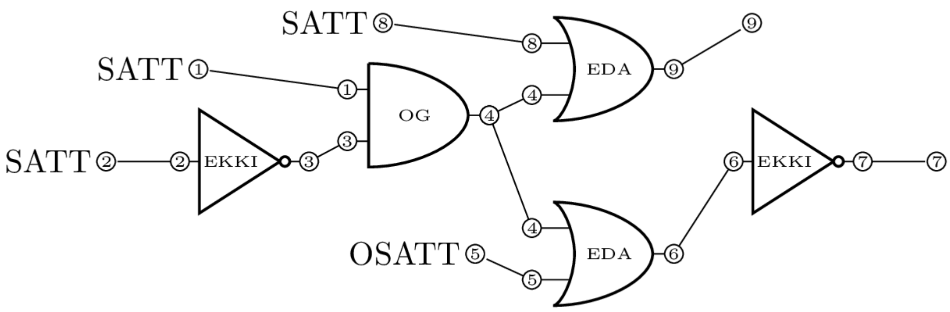


Figure J.1: Mynd af fyrsta sýnidæminu

Gefin lýsing á svona rökneti, getur þú reiknað hvaða sanngildi koma í `UTTAK` hlutina?

Inntak

Á fyrstu línu er jákvæða heiltalan N sem táknar fjölda hluta í röknetinu. Svo fylgja N línur, ein fyrir hvern hlut. Það eru fimm gerðir af línum eftir því um hvers konar hlut er að ræða:

- `INNTAK` *`nafn sanngildi`* táknar hlut af gerðinni `INNTAK` að nafni *nafn* sem sendir sanngildið *sanngildi* út um útganginn.

- `UTTAK` *`inn`* táknar ónefndan hlut af gerðinni `UTTAK`. Inngangur hlutarins er tengdur við útgang hlutarins að nafni *inn*.
- `OG` *`inn1 inn2 nafn`* táknar `OG` rökhlið að nafni `nafn`. Inngangar rökhliðsins eru tengdir við útganga hlutanna sem heita *inn1* og *inn2*.
- `EDA` *`inn1 inn2 nafn`* táknar `EDA` rökhlið að nafni `nafn`. Inngangar rökhliðsins eru tengdir við útganga hlutanna sem heita *inn1* og *inn2*.
- `EKKI` *`inn nafn`* táknar `EKKI` rökhlið að nafni `nafn`. Inngangur rökhliðsins er tengdur við útgang hlutarins að nafni *inn*.

Nafn hlutanna eru mismunandi og samanstanda af enskum lágstöfum og tölustöfum. Ef útgangur hlutar A er tengdur við inngang hlutar B, þá mun hlutur A vera skilgreindur í inntakinu áður en hlutur B er skilgreindur í inntakinu.

Úttak

Fyrir hvern hlut af gerð `UTTAK` á að skrifa út eina línu með nafninu á inngangnum og sanngildinu sem kemur inn um innganginn; `SATT` ef það er satt, `OSATT` ef það er ósatt. Þessar línur eiga að koma í sömu röð og hlutirnir af gerð `UTTAK` eru skilgreindir í inntakinu.

Stigagjöf

Lausnin mun verða prófuð á miserfiðum inntaksgögnum, og er gögnunum skipt í hópa eins og sýnt er í töflunni að neðan. Lausnin mun svo fá stig eftir því hvaða hópar eru leystir.

Hópur	Stig	Inntaksstærð	Önnur skilyrði
1	20	$N \leq 100$	Eingöngu hlutir af gerðinni `INNTAK` og `UTTAK`
2	30	$N \leq 100$	
3	50	$N \leq 10^4$	

Sample Input 1

```
11
INNTAK 1 SATT
INNTAK 2 SATT
EKKI 2 3
OG 1 3 4
INNTAK 8 SATT
EDA 8 4 9
UTTAK 9
INNTAK 5 OSATT
EDA 4 5 6
EKKI 6 7
UTTAK 7
```

Sample Output 1

```
9 SATT
7 SATT
```

Sample Input 2	Sample Output 2

`6`
`INNTAK banani SATT`
`UTTAK banani`
`INNTAK epli OSATT`
`UTTAK epli`
`UTTAK banani`
`INNTAK gurka SATT`
	`banani SATT`
	`epli OSATT`
	`banani SATT`

This page is intentionally left blank.

Problem K
Símanúmer
Problem ID: simanumer

Kristín hefur risið til metorða innan Rannsóknardeildar Lögreglunnar í Reykjavík undanfarin ár, einna helst vegna færni sinnar í tölvunarfræði, og er orðinn einn helsti rannsakandi deildarinnar. Við rannsóknir mála vinnur hún oftast með vitnum og hefur hún tekið eftir því, í vinnu sinni, að vitni muna símanúmer mjög illa. Flest vitni muna bara fyrstu stafina í símanúmerum.

Þau símanúmer sem vitnin gefa upp eru oftar en ekki lykillinn að lausn sakamálanna, en það kerfi sem lögreglan notar við að fara í gegnum símanúmerin er ekki skilvirkt. Hópur lögregluþjóna fer yfir öll skráð símanúmer og tínir til þau símanúmer sem byrja á þeim tölustöfum sem vitnin gefa upp.

Kristín, verandi tölvunarfræðingur, veit að hægt er að gera leitina töluvert skilvirkari, en er mjög upptekin og biður því ykkur um að útfæra leitina fyrir sig. Forritið á að geta tekið við upphafi símanúmers, sem við köllum *fyrirspurn*, frá vitni og segir svo til um hversu mörg símanúmer byrja á þeirri fyrirspurn.

Inntak

Fyrsta lína inntaksins inniheldur heiltölu N sem segir til um fjölda símanúmera í safninu sem lögreglan hefur yfir að ráða. Næstu N línur innihalda símanúmer safnsins, eitt símanúmer í hverri línu. Engin tvö símanúmer eru eins, og hvert þeirra samanstendur af 7 tölustöfum. Næsta lína inniheldur heiltölu Q sem segir til um fjölda fyrirspurna. Næstu Q línur innihalda fyrirspurnirnar, ein fyrirspurn í hverri línu. Hver fyrirspurn samanstendur af 1 til 7 tölustöfum.

Úttak

Skrifið út eina línu fyrir sérhverja fyrirspurn með fjölda símanúmera í safninu sem byrja á þeirri fyrirspurn.

Stigagjöf

Lausnin mun verða prófuð á miserfiðum inntaksgögnum, og er gögnunum skipt í hópa eins og sýnt er í töflunni að neðan. Lausnin mun svo fá stig eftir því hvaða hópar eru leystir.

Hópur	Stig	Inntaksstærð	Önnur skilyrði
1	5	$N = 1, Q = 1$	Hver fyrirspurn inniheldur nákvæmlega 3 tölustafi
2	5	$N = 1, Q = 1$	
3	15	$N \leq 100, Q \leq 100$	Hver fyrirspurn inniheldur nákvæmlega 3 tölustafi
4	20	$N \leq 100, Q \leq 100$	
5	25	$N \leq 10^5, Q \leq 10^5$	Hver fyrirspurn inniheldur nákvæmlega 3 tölustafi
6	30	$N \leq 10^5, Q \leq 10^5$	

Sample Input 1	Sample Output 1
4 8245477 9917762 9871234 8247713 5 824 9 99177 8245477 565	2 2 1 1 0

Problem L
Heiltölusumma
Problem ID: heiltolusumma

Hefur þú heyrt um stærðfræðinginn Carl Friedrich Gauss? Það er til skemmtileg saga af honum frá því hann var í grunnskóla. Einn daginn var kennarinn hans orðinn þreyttur á uslanum í krökkunum, svo hann setti fyrir erfitt stærðfræðidæmi til að halda krökkunum uppteknum. Verkefnið var að leggja saman allar heiltölur á milli 1 og 100. Kennaranum brá þegar Gauss kom að kennaraborðinu, aðeins örstuttri stundu seinna, og sagðist vera búinn. Kennarinn trúði honum auðvitað ekki og bað hann um að segja sér svarið. Kennarinn var ekki sjálfur búinn að leysa verkefnið, enda bjóst hann ekki við að neinn myndi klára það svona fljótt, svo að hann þurfti nokkrar mínútur til að athuga svarið. Og viti menn, Gauss var með rétt svar!

Sem betur fer höfum við tölvur í dag til að gera svona handavinnu fyrir okkur. Auðvitað fann Gauss aðferð til að leggja tölurnar saman hratt án þessa að framkvæma mikla handavinnu, en við erum ekki öll eins klár og hann. Í þessu verkefni ætlum við engu að síður að biðja ykkur um að leysa sama stærðfræðidæmi: Gefin heiltala N, hver er summan af öllum heiltölum á milli 1 og N?

Inntak

Ein lína með heltölunni N.

Úttak

Ein lína með summunni af öllum heiltölum á milli 1 og N.

Útskýring á sýnidæmum

Í fyrsta sýnidæminu er $N = 4$. Heiltölurnar á milli 1 og 4 eru 1, 2, 3 og 4, og summa þeirra er $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

Í öðru sýnidæminu er $N = -1$. Heiltölurnar á milli 1 og -1 eru -1, 0, og 1, og summa þeirra er $(-1) + 0 + 1 = 0$.

Stigagjöf

Lausnin mun verða prófuð á miserfiðum inntaksgögnum, og er gögnunum skipt í hópa eins og sýnt er í töflunni að neðan. Lausnin mun svo fá stig eftir því hvaða hópar eru leystir.

Hópur	Stig	Inntaksstærð
1	10	$1 \leq N \leq 100$
1	20	$1 \leq N \leq 10^5$
1	20	$1 \leq N \leq 10^9$
1	20	$-100 \leq N \leq 100$
1	30	$-10^9 \leq N \leq 10^9$

Sample Input 1	Sample Output 1
`4`	`10`

Sample Input 2

```
-1
```

Sample Output 2

```
0
```

Sample Input 3

```
100
```

Sample Output 3

```
5050
```