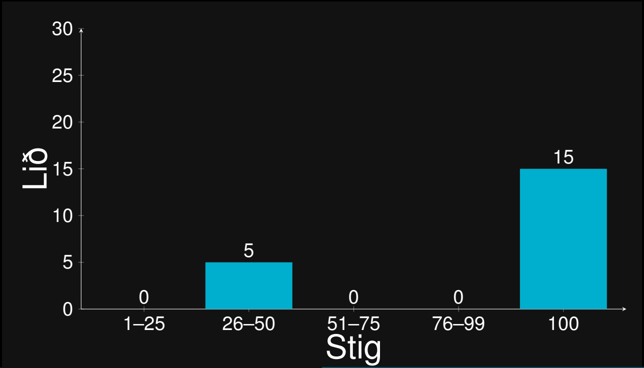
Lausnir á völdum dæmum

Dæmahöfundar

- Arnar Bjarni Arnarson
- Bjarki Ágúst Guðmundsson
- Garðar Andri Sigurðsson
- Hannes Kristján Hannesson
- Ómar Högni Guðmarsson
- Unnar Freyr Erlendsson

Fullkomin mylla

	Keppendur	Dómarar
Stysta lausn	21	3
Lengsta lausn	84	47
	Tími	Lið
Fyrsta lausn	3:48:36	$ sudo apt-get best_team_name_awar



Fullkomin mylla

Dæmið

Gefinn strengur af útkomu á leikjum, finna hver vann og þar af leiðandi hver tapaði veðmálinu.

Lausn

Athugið að eina leiðin til þess að þeir hætti að spila er að annar þeirra var að vinna leik sem olli því að lota kláraðist og einnig að sú lota hafi verið N-ta lotan sem sá einstaklingur vann.

Fullkomin mylla

Dæmið

Gefinn strengur af útkomu á leikjum, finna hver vann og þar af leiðandi hver tapaði veðmálinu.

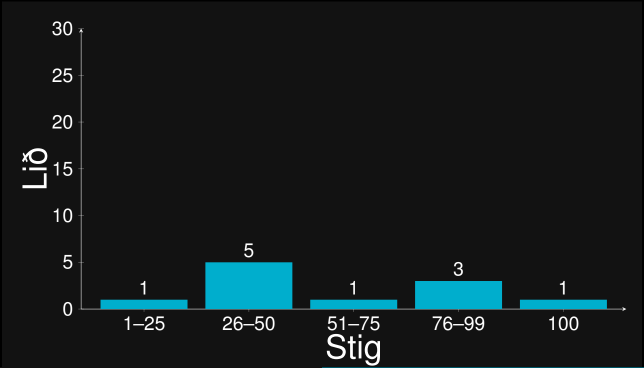
Lausn

Athugið að eina leiðin til þess að þeir hætti að spila er að annar þeirra var að vinna leik sem olli því að lota kláraðist og einnig að sú lota hafi verið *N*-ta lotan sem sá einstaklingur vann.

```python
n = int(input())
print("Hannes" if input()[-1] == "A" else "Arnar")
```

Toggi

	Keppendur	Dómarar
Stysta lausn	17	17
Lengsta lausn	17	31
	Tími	Lið
Fyrsta lausn	4:18:00	$ sudo apt-get best_team_name_awa



Toggi

Dæmið

Finna hversu marga aukastafi Toggi getur reiknað.

Lausn

- Þurfum að leysa fyrir n í jöfnunni $\frac{n \log_{10}(n)}{1\,000\,000} = C$ fyrir gefið C
- Engin auðveld og þægileg leið til að leysa beint út úr jöfnunni.
- Þurfum því að prófa gildi og gá hvort þau séu rétt.
- Í erfiðari undirverkefnunum eru of mörg gildi til að prófa.

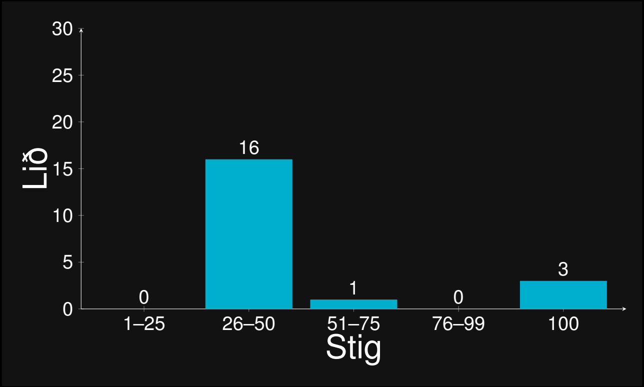
Toggi

Lausn

- Skiptum út C fyrir $f(n)$ þannig jafnan sé $f(n) = \frac{n \log_{10}(n)}{1\,000\,000}$
- Tökum eftir að fyrir heiltölur x og y að ef $x < y$ þá er $f(x) < f(y)$
- Getum því notað helmingunarleit og prófað mun færri gildi.
- Veljum lággildi L og hágildi U.
- Tökum meðaltal $M = \frac{L+U}{2}$
- Ef $f(M) > C$ þá setjum við $U = M - 1$, annars setjum við $L = M + 1$
- Endurtaka þangað til $U < L$.

Siggi Sement

	Keppendur	Dómarar
Stysta lausn	29	21
Lengsta lausn	53	39
	Tími	**Lið**
Fyrsta lausn	0:05:46	Augu Byssa



Siggi Sement

Dæmið

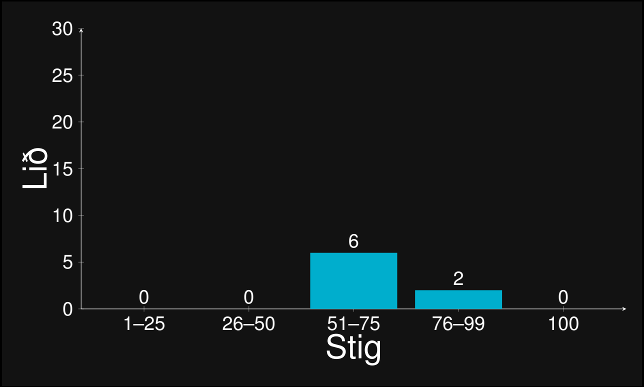
Gefnar tölurnar N (fjöldi poka), K (summan), síðan fylgja N línur sem lýsa tölunum í S, finna hvaða 2 pokar í S summa upp í k.

Lausn

- Búum til map $M : S_i \mapsto C_i$ þar sem C_i tilkynnir hversu oft gildið S_i kom fyrir í S
- Getum athugað fyrir hvert $S_i \in S$ hvort S_i eigi samsvarandi tölu S_j þannig að $S_i + S_j = K$ eða $S_j = K - S_i$
- Ef S_j er til staðar í mappinu þá er S_i, S_j lausn
- (Þurfum samt að athuga að $C_i \geq 2$ ef $S_i = S_j$)
- $\mathcal{O}(N)$ tímaflækja

Önnur tilgáta Goldbachs

	Keppendur	Dómarar
Stysta lausn	?	26
Lengsta lausn	?	74
	Tími	Lið
Fyrsta lausn	?	?



Önnur tilgáta Goldbachs

Dæmið

Gefin oddatala $5 < N \leq 10^{18}$, finna þrjár frumtölur P_1, P_2, P_3 þannig að $P_1 + P_2 + P_3 = N$.

Lausn

- Tilgáta Goldbachs: Fyrir hverja slétta tölu $K > 2$, þá er hægt að finna tvær frumtölur Q_1, Q_2 þannig að $Q_1 + Q_2 = K$.
  - Satt fyrir $K \leq 4 \cdot 10^{18}$
- Hægt að prufa alla möguleika ef N er lítið.

Önnur tilgáta Goldbachs

Lausn

- Getum verið gráðug: Látum P_3 vera eins stóra frumtölu og mögulegt er, þannig að $N - P_3 > 2$.

Önnur tilgáta Goldbachs

Lausn

- Getum verið gráðug: Látum P_3 vera eins stóra frumtölu og mögulegt er, þannig að $N - P_3 > 2$.
- Athugum $P_3 := N - 3$, $P_3 := N - 4$, $P_3 := N - 5$, $\ldots$, og stoppum þegar við finnum frumtölu.

Önnur tilgáta Goldbachs

Lausn

- Getum verið gráðug: Látum P_3 vera eins stóra frumtölu og mögulegt er, þannig að $N - P_3 > 2$.
- Athugum $P_3 := N - 3$, $P_3 := N - 4$, $P_3 := N - 5$, $\ldots$, og stoppum þegar við finnum frumtölu.
- Mjög stórar tölur, svo við þurfum að nota slembið reiknirit til að athuga hvort tala sé frumtala (Miller-Rabin, `BigInteger.isProbablePrime` í Java)

Önnur tilgáta Goldbachs

Lausn

- Getum verið gráðug: Látum P_3 vera eins stóra frumtölu og mögulegt er, þannig að $N - P_3 > 2$.
- Athugum $P_3 := N - 3$, $P_3 := N - 4$, $P_3 := N - 5, \ldots$, og stoppum þegar við finnum frumtölu.
- Mjög stórar tölur, svo við þurfum að nota slembið reiknirit til að athuga hvort tala sé frumtala (Miller-Rabin, `BigInteger.isProbablePrime` í Java)
- Munum finna frumtölu mjög fljótt (mesta lagi 5000 skref)!

Önnur tilgáta Goldbachs

Lausn

- Núna erum við að leita að frumtölum P_1, P_2 þannig að $N - P_3 = P_1 + P_2$.

Önnur tilgáta Goldbachs

Lausn

- Núna erum við að leita að frumtölum P_1, P_2 þannig að $N - P_3 = P_1 + P_2$.
- $N - P_3$ er slétt tala (sem er stærri en 2), vegna þessa að N og P_3 eru oddatölur.

Önnur tilgáta Goldbachs

Lausn

- Núna erum við að leita að frumtölum P_1, P_2 þannig að $N - P_3 = P_1 + P_2$.
- $N - P_3$ er slétt tala (sem er stærri en 2), vegna þessa að N og P_3 eru oddatölur.
- Þetta er eintak af tilgátu Goldbachs! (Svo það er alltaf til lausn)

Önnur tilgáta Goldbachs

Lausn

- Núna erum við að leita að frumtölum P_1, P_2 þannig að $N - P_3 = P_1 + P_2$.
- $N - P_3$ er slétt tala (sem er stærri en 2), vegna þessa að N og P_3 eru oddatölur.
- Þetta er eintak af tilgátu Goldbachs! (Svo það er alltaf til lausn)
- Og $N - P_3$ er í mest lagi 5000

Önnur tilgáta Goldbachs

Lausn

- Núna erum við að leita að frumtölum P_1, P_2 þannig að $N - P_3 = P_1 + P_2$.
- $N - P_3$ er slétt tala (sem er stærri en 2), vegna þessa að N og P_3 eru oddatölur.
- Þetta er eintak af tilgátu Goldbachs! (Svo það er alltaf til lausn)
- Og $N - P_3$ er í mest lagi 5000
- Núna hægt að prufa alla möguleika.

Önnur tilgáta Goldbachs

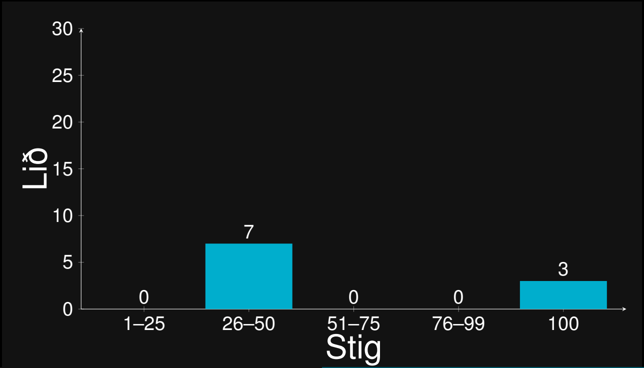
Lausn (mjög slembin lausn)

```
while True:
    a = random.randint(1, n)
    b = random.randint(1, n)
    c = n - a - b
    if is_probable_prime(a) and
       is_probable_prime(b) and
       is_probable_prime(c):

        print(a,b,c)
        break
```

XORsist 2

	Keppendur	Dómarar
Stysta lausn	16	7
Lengsta lausn	32	30
	Tími	**Lið**
Fyrsta lausn	0:22:52	$ sudo apt-get best_team_name_awar



XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá a upp í b.

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá a upp í b.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í n.

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá a upp í b.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í n.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1														

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3													

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0												

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4											

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4	1										

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4	1	7									

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4	1	7	0								

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4	1	7	0	8							

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4	1	7	0	8	1						

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4	1	7	0	8	1	11					

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4	1	7	0	8	1	11	0				

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4	1	7	0	8	1	11	0	12			

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4	1	7	0	8	1	11	0	12	1		

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4	1	7	0	8	1	11	0	12	1	15	

XORsist 2

Dæmið

Reikna XOR summuna frá *a* upp í *b*.

Lausn

- Athugið að inntakið er of stórt til þess að gera línulega lausn þannig við þurfum að gera eitthvað sniðugt.
- Við skulum skoða mynstrið sem myndast með því að reikna XOR summuna frá 1 upp í *n*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	0	4	1	7	0	8	1	11	0	12	1	15	0

XORsist 2

Lausn

- Getum við fundið lokaða formúlu fyrir mynstrið?

XORsist 2

Lausn

- Getum við fundið lokaða formúlu fyrir mynstrið?

```
def xorsum(n):
    return (n, 1, n+1, 0)[n%4]
```

XORsist 2

Lausn

- Getum við fundið lokaða formúlu fyrir mynstrið?

```python
def xorsum(n):
    return (n, 1, n+1, 0)[n%4]
```

- Hvernig finnum við þá summuna frá a upp í b þar sem $a > 1$?

XORsist 2

Lausn

- Getum við fundið lokaða formúlu fyrir mynstrið?

```python
def xorsum(n):
    return (n, 1, n+1, 0)[n%4]
```

- Hvernig finnum við þá summuna frá a upp í b þar sem $a > 1$?
- Getum nýtt okkur að andhverfan af XOR er það sjálft þannig að $n\ XOR\ n = 0$ og $0\ XOR\ n = n$.

XORsist 2

Lausn

- Getum núllað út liði í summunni með því að XORa þá tvisvar.

XORsist 2

Lausn

- Getum núllað út liði í summunni með því að XORa þá tvisvar.
- Dæmi: $3 \wedge 4 \wedge 5 = 1 \wedge 2 \wedge 1 \wedge 2 \wedge 3 \wedge 4 \wedge 5$

XORsist 2

Lausn

- Getum núllað út liði í summunni með því að XORa þá tvisvar.
- Dæmi: $3 \wedge 4 \wedge 5 = 1 \wedge 2 \wedge 1 \wedge 2 \wedge 3 \wedge 4 \wedge 5$

```python
def xorrange(a, b):
    return xorsum(a-1) ^ xorsum(b)
```

Skemmtileg tölfræði

- Minnsti fjöldi lína sem þarf til að leysa öll Beta: 217
- Fjöldi committa í Git repositoryinu okkar: 166
- Heildarfjöldi lína í öllum skrám sem við koma verkefnunum: 5971062