Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И СЕТИ (ИУ6)

О т ч е т

по домашнему заданию № 1

Вариант 5

Дисциплина: Дискретная математика

Название домашнего задания: Нахождение максимального потока в сети

Студент гр. ИУ6-42 ________________ **Бурлаков А.С.**

(Подпись, дата) (И.О. Фамилия)

Преподаватель ________________ **Гуренко В.В.**

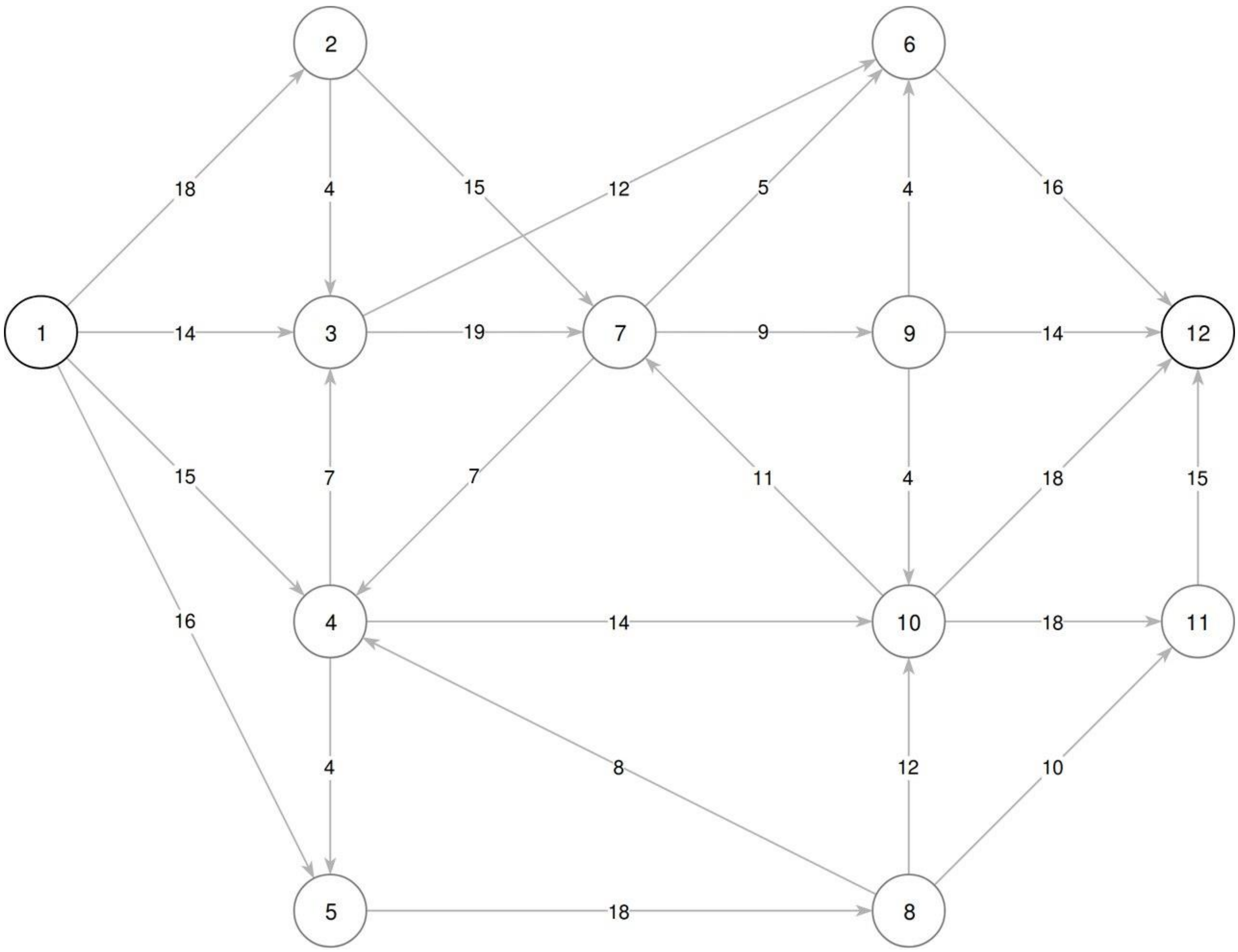
(Подпись, дата) (И.О. Фамилия)

Москва, 2018

ЗАДАНИЕ

Вариант 5.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}
x_1	–	18	14	15	16	–	–	–	–	–	–	–
x_2	–	–	4	–	–	–	15	–	–	–	–	–
x_3	–	–	–	–	–	12	19	–	–	–	–	–
x_4	–	–	7	–	5	–	–	–	–	14	–	–
x_5	–	–	–	–	–	–	–	18	–	–	–	–
x_6	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	16
x_7	–	–	–	7	–	5	–	–	9	–	–	–
x_8	–	–	–	8	–	–	–	–	–	12	10	–
x_9	–	–	–	–	–	4	–	–	–	4	–	14
x_{10}	–	–	–	–	–	–	11	–	–	–	18	18
x_{11}	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	15
x_{12}	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–



РЕШЕНИЕ

1) $\varphi = 0$

2) Рассмотрим согласно т.1 следующие пути:

Путь x1-x2-x7-x6-x12

$\delta = \min(18,\ 15,\ 5, 16) = 5$, следовательно увеличеваем поток во всех ребрах пути на 5.

Ребро x7-x6 становится насыщенным $\varphi_{п} = 5$

Путь x1-x3-x7-x9-x12

$\delta = \min(14, 19, 9, 14) = 9$, следовательно увеличеваем поток во всех ребрах пути на 9.

Ребро x7-x9 становится насыщенным $\varphi_{п} = 14$

Путь x1-x2-x3-x6-x12

$\delta = \min(18 - 5,\ 4,\ 12,\ 16 - 5) = 4$, следовательно увеличеваем поток во всех ребрах пути на 4.

Ребро x2-x3 становится насыщенным $\varphi_{п} = 18$

Путь x1-x3-x6-x12

$\delta = \min(14 - 9, 12 - 4, 16 - 9) = 5$, следовательно увеличеваем поток во всех ребрах пути на 5.

Ребро x1-x3 становится насыщенным $\varphi_{п} = 23$

Путь x1-x4-x10-x12

$\delta = \min(15,\ 14,\ 18) = 14$, следовательно увеличеваем поток во всех ребрах пути на 14.

Ребро x4-x10 становится насыщенным $\varphi_{п} = 37$

Путь x1-x5-x8-x11-x12

$\delta = \min(16,\ 18,\ 10,\ 15) = 10$, следовательно увеличеваем поток во всех ребрах пути на 10.

Ребро x8-x11 становится насыщенным $\varphi_{п} = 47$

Путь x1-x4-x3-x6-x12

$\delta = \min(15 - 14,\ 7,\ 12 - 9,\ 16 - 14) = 1$, следовательно увеличеваем поток во всех ребрах пути на 1.

Ребро x1-x4 становится насыщенным $\varphi_{п} = 48$

Путь x1-x5-x8-x10-x12

$\delta = \min(16 - 10,\ 18 - 10,\ 12,\ 18 - 14) = 4$, следовательно увеличеваем поток во всех ребрах пути на 4.

Ребро x7-x9 становится насыщенным $\varphi_{п} = 52$

Путь x1-x2-x7-x4-x5-x8-x10-x11-x12

$\delta = \min(18 - 9,\ 15 - 5,\ 7,\ 4,\ 18 - 14,\ 12 - 4,\ 18,\ 15 - 10) = 4$, следовательно увеличеваем поток во всех ребрах пути на 4.

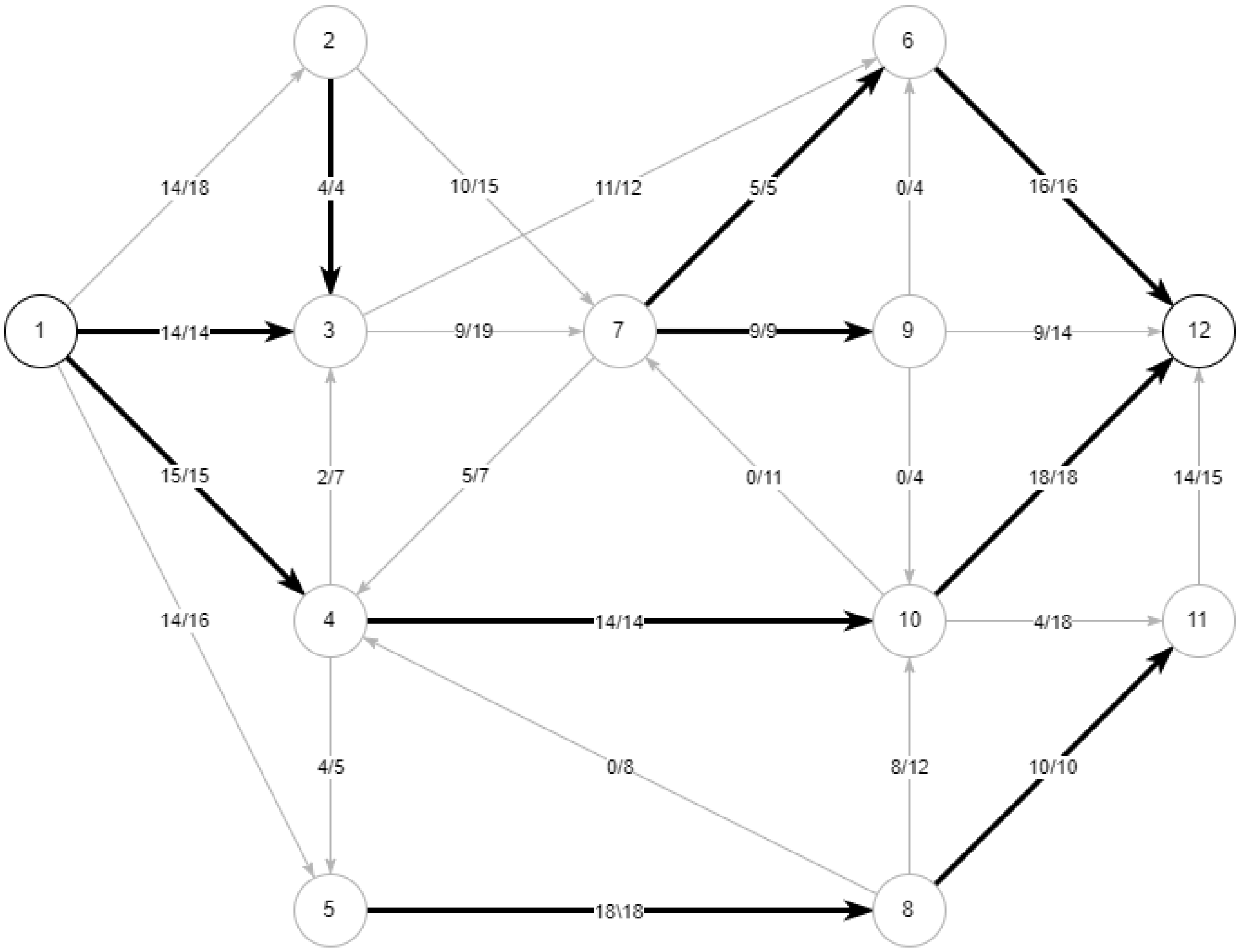
Ребра x4-x5 и x5-x8 становятся насыщенными $\varphi_{п} = 56$

Путь x1-x2-x7-x4-x3-x6-x12

$\delta = \min(18 - 13,\ 15 - 9,\ 7 - 4,\ 7,\ 12 - 10,\ 16 - 15) = 1$, следовательно увеличеваем поток во всех ребрах пути на 1.

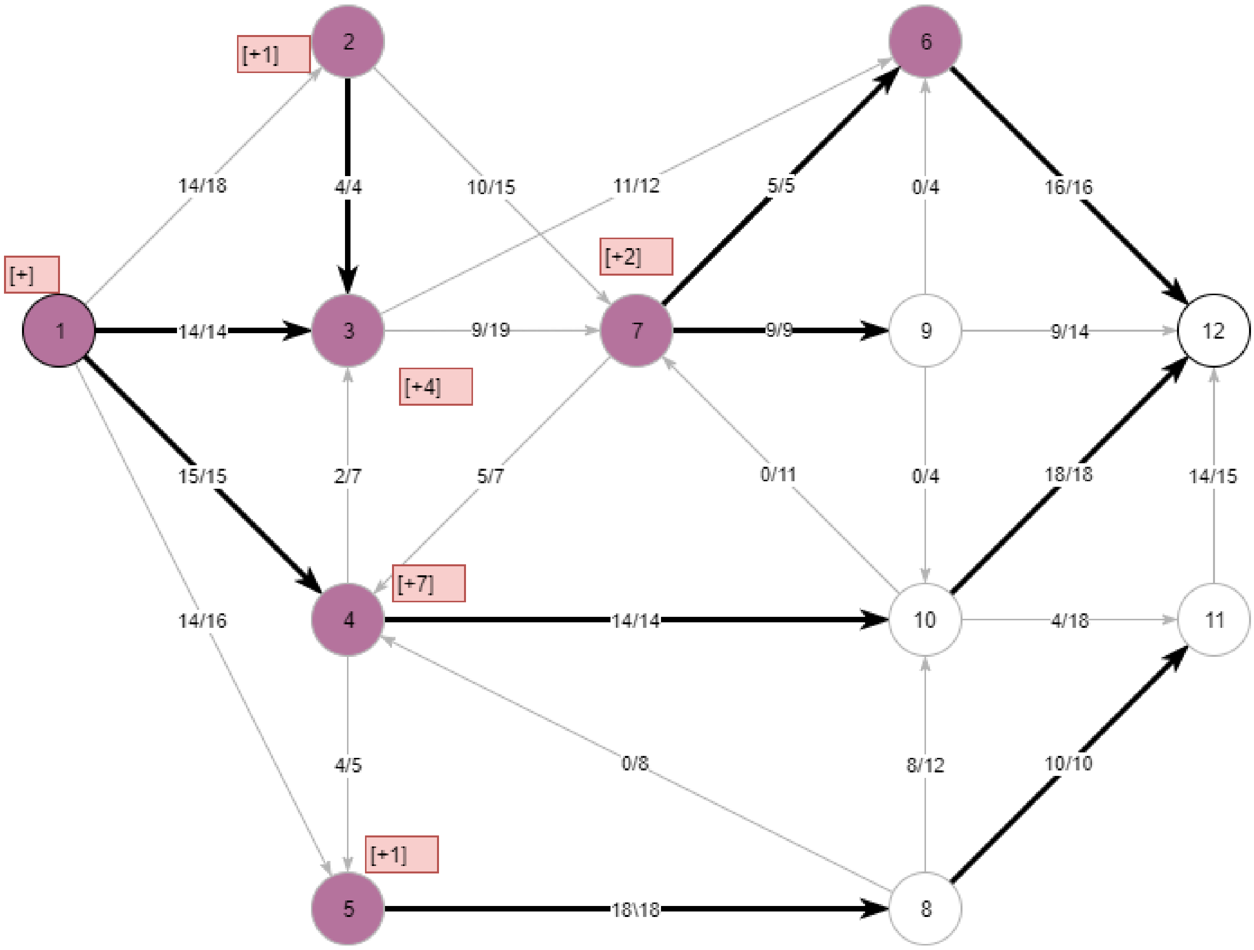
Ребро x6-x12 становится насыщенным $\varphi_{п} = 57$

Вывод: Путей больше нет, согласно теореме 1 имеем $\varphi_{п} = 57$



На входе $14 + 14 + 15 + 14 = 57$, на выходе $16 + 9 + 18 + 14 = 57$, баланс соблюдается.

3) Пытаемся пометить x12 согласно алгоритму разметки сети.



x12 пометить не удается → увеличивающих цепей в сети нет. Согласно теореме 3 имеем ситуацию φ_{max}

4) В A входят непомеченные вершины при попытке найти увеличивающуюся цепь.

$$A = \{x8,\ x9,\ x10,\ x11,\ x12\}$$

Дуги, по которым проходит минимальный разрез:

(x6, x12), (x7, x9), (x4, x10), (x5, x8)

На основании теоремы Форда-Фалкерсона можем сказать:

$$\varphi_{max} = c(x6, x12) + c(x7, x9) + c(x4, x10) + c(x5, x8) = 16 + 9 + 14 + 18 = 57$$

Ответ: $\varphi_{max} = 57$