1. (1) 非归纳法证明：

易知，1，2，3，4，5可以用来表示数字1到9。

那么，证明原命题等价于证明对于，若10|n，则n可以表示为等比数列10，20，40……中任意项之和。

那么，原命题又等价于，对，n可以表示为等比数列1，2，4……中任意项之和。

下面证明转化后的命题：

均可以用二进制来表示，即n(2)，对于无限集A={1，2，4……}，改写为二进制表示，其中最左侧为最低位，改写后即A(2)={1，01，001，0001……}，观察到A（2）中各项恰好对应一位为1，且互不重合，那么与n(2)中的各位一一对应，可以得到，其中为数列A(2)中符合条件的项。

所以原命题成立。

(2) 归纳法证明：

易知，1，2，3，4，5可以用来表示数字1到9。

那么，证明原命题等价于证明对于，若10|n，则n可以表示为等比数列10，20，40……中任意项之和。

那么，原命题又等价于，对，n可以表示为等比数列1，2，4……中任意项之和。

下面证明转化后的命题：

1. 当n=1, 2, 3显然。
2. 设，n可以被{}表示。

那么对于。若，那么它可以被表示；否则取，由归纳假设知其可被{}表示，那么n可以被{}表示。

综上所述，原命题成立。

1. (1) 如果投票条件是必须大于一半才可以活下来，已知海盗均理性思考，他们首先会尽量保住自己的命，其次在保住命的前提下分到尽可能多的金币，而且他们也很希望自己的同伴喂鲨鱼。

那么根据已知条件，只有10号海盗一定可以保住性命，当船上有n名海盗时，发言者想活命需要拉拢[n/2]名海盗，则10名海盗的最佳分配分别为：

1. 假如船上仅剩9号10号两人。那么9号一定会被10号喂鲨鱼，所以为了活命9号必须支持8号。所以如果前面的人都喂了鲨鱼，那么一定会出现的情况就是8号的最佳分配，为（……，100，0，0），不可能会出现人数更小的情况。
2. 7号想活命必须拉拢8号，9号，10号中的两个，必须给需要拉拢的人比上一种方案更多的金币。而为了获得更多金币，不需要拉拢的人不分配金币。故7号最佳分配为（……，98，0，1，1）。
3. 6号必须拉拢7号，8号，9号，10号中的两个。（……，97，0，1，2，0）。忽略另外一种类似的可能情况。
4. 5号拉拢三个，（……，96，0，1，2，0，1）。
5. 4号拉拢三个，（……，96，0，1，2，0，1，0）。
6. 3号拉拢四个，（……，95，0，1，2，0，1，0，1）。
7. 2号拉拢四个，（……，95，0，1，2，0，1，0，1，0）。
8. 1号拉拢五个，（94，0，1，2，0，1，0，1，0，1）。

根据上述过程，易发现每个海盗都需要给后一个发言者放弃拉拢的人一枚金币，然后给任意一位仅拿到一枚金币的被拉拢者两枚金币，就可以实现最优分配。

那么当有100枚金币，y（）名海盗时，1号可以得到的金币数量的最大值为，即。200人时，1号可以拉拢到100个人（因为199个人时的分配方式会出现100个0），可以活命。201人时，也是拉拢到100人（因为200个人时分配方式会出现100个0），可以活命。202人时，会喂鲨鱼。203人时，2号为保命会无条件支持一号，故1号拉拢到101人，活命。大于等于204人的情况下1号都会喂鲨鱼。而207人时，2、3、4号都会无条件支持1号，那么1号活。类似的215人时1号会活。称这种间断性出现的能存活的1号海盗为，。递推关系为。解得。即名海盗时1号可以活下来。

下面讨论x枚金币，y名海盗的情况。类似的，y（）名海盗时，1号可以得到的金币数量的最大值为，即。、2x+1人时，可以活命但是此时1号不再分得金币。之后，会在名海盗时1号可以活下来。

(2) 如果是投票等于一半人数也可以存活那么答案为：已知海盗均理性思考，他们首先会尽量保住自己的命，其次在保住命的前提下分到尽可能多的金币，而且他们也很希望自己的同伴喂鲨鱼。

那么根据已知条件，只有9号、10号海盗一定可以保住性命，当船上有n名海盗时，发言者想活命需要拉拢[（n-1）/2]名海盗，则10名海盗的最佳分配分别为：

1. 假如船上仅剩9号10号两人。那么9号的提议一定会通过。（……，100，0）
2. 8号的最佳分配，为（……，99，0，1）。
3. 7号想活命必须拉拢8号，9号，10号中的一个，必须给需要拉拢的人比上一种方案更多的金币。而为了获得更多金币，不需要拉拢的人不分配金币。故7号最佳分配为（……，99，0，1，0）。
4. 6号必须拉拢7号，8号，9号，10号中的两个。（……，98，0，1，0，1）。忽略另外一种类似的可能情况。
5. 5号拉拢两个，（……，98，0，1，0，1，0）。
6. 4号拉拢三个，（……，97，0，1，0，1，0，1）。
7. 3号拉拢三个，（……，97，0，1，0，1，0，1，0）。
8. 2号拉拢四个，（……，96，0，1，0，1，0，1，0，1）。
9. 1号拉拢四个，（96，0，1，0，1，0，1，0，1，0）。

根据上述过程，易发现每个海盗都需要给后一个发言者放弃拉拢的人一枚金币，就可以实现最优分配。

那么当有100枚金币，y（）名海盗时，1号可以得到的金币数量的最大值为。分配方式为从2号开始依次0、1至完成分配。200人时，1号只需要拉拢到99个人可以活命，按照上述分配方式可行。201人、202人时，拉拢到100人，可以活命但是此时1号不再分得金币。203人时，需要拉拢101人，但是钱不够会喂鲨鱼。大于等于203人的情况下1号都会喂鲨鱼。但是随着人数增大，会被喂鲨鱼的人会无条件支持序号在前的人，因此会出现部分存活的情况。称这种间断性出现的能存活的1号海盗为，。递推关系为。解得。即名海盗时1号可以活下来。

下面讨论x枚金币，y名海盗的情况。类似的，y（）名海盗时，1号可以得到的金币数量的最大值为。、2x+2人时，也可以活命但是此时1号不再分得金币。之后，会在名海盗时1号可以活下来。

1. 证明：要证明，等价于证明。，。对函数，由洛必达法则知，有（a，k为常数，）。所以原式成立。
2. 需要和大小关系交替。可取，则满足条件f(n)=O(g(n))和g(n)=O(f(n))都不成立。
3. 证明：。设函数，显然在定义域上单调递增，那么。因为，代入不等式中得到，即。
4. 已知，所以可以得到，，……，。累加得。