Úvod do informatiky

přednáška první

Miroslav Kolařík

Zpracováno dle učebního textu prof. Bělohlávka:
Úvod do informatiky, KMI UPOL, Olomouc 2008.

Obsah

Obsah

- Logika je vědou o správném usuzování.
- V logice jde o formu usuzování, ne o obsah usuzování.
- Logika má symbolický charakter.

Druhy logik

- **Klasická logika**: logika, která používá dvě pravdivostní hodnoty (pravda a nepravda) a tzv. klasické spojky, např. "jestliže . . . , pak . . . ".
- **Neklasická logika**: logika, která se zabývá i jinými spojkami než klasickými, popř. dalšími aspekty, kterými se klasická logika nezabývá.

Příklady neklasických logik

(a) **modální logika**: používá neklasické spojky "je možné, že . . . ", "je nutné, že . . . "

(b) **epistemická logika**: používá neklasické spojky "ví se, že . . . ", "věří se, že . . . "

(c) **temporální logika** (logika času): zabývá se tvrzeními, ve kterých hraje roli čas.

(d) **fuzzy logika**: zabývá se tvrzeními, které mohou mít kromě pravdivostních hodnot pravda a nepravda i jiné hodnoty.

Vztah logiky a informatiky I

Vztah logiky a informatiky je bohatý a různorodý. Se základy logiky by měl být obeznámen každý informatik. Znalost základů logiky nám umožňuje srozumitelně a jednoznačně se vyjadřovat a argumentovat. To je pochopitelně užitečné pro každého, nejen pro informatika. Pro informatika je to však navýsost důležité, protože svoje konstrukce a návrhy musí "sdělit počítači", např. ve formě zdrojového kódu napsaného ve vhodném programovacím jazyce. Zdrojový kód obvykle obsahuje výrazy, které se vyhodnocují podle pravidel logiky (např. podmínky v příkazech větvení "if . . . then . . . else . . . ").

Vztah logiky a informatiky II

Logika nás těmto pravidlům učí. Zdrojový kód musí být přesný, jinak je program chybný. Zdrojový kód musí být také srozumitelný, jinak mu nikdo jiný než jeho autor nebude rozumět. Logika nás učí přesnosti i srozumitelnosti. To je další významný efekt studia logiky.

Pokročilejší partie logiky jsou základem důležitých oblastí informatiky, pro příklad jmenujme logické programování, umělou inteligenci, expertní systémy, analýzu dat.

Obsah

Výrok je tvrzení, které může být pravdivé nebo nepravdivé.

Z jednodušších výroků se vytvářejí složitější výroky pomocí tzv. **logických spojek**. Logické spojky jsou speciální jazykové výrazy jako např.

"... a ...",

"... nebo ...",

"jestliže ..., pak ...",

"..., právě když ...",

"ne ..." (tj. "není pravda, že ...").

Poznámky:

- Logická spojka nemusí být spojkou z hlediska českého jazyka.
- Při použití logických spojek na výroky můžeme měnit pořadí větných členů, aniž bychom změnili význam věty. Podobně nebudeme rozlišovat mezi tvrzeními "Neprší." a "Není pravda, že prší."
- Místo "logická spojka" říkáme často jen "spojka".

Obsah

Některé výroky jsou pravdivé (např. "3+3=6"), některé jsou nepravdivé (např. "3+3=8"). O tvrzení, které je pravdivé, řekneme, že má pravdivostní hodnotu 1 (pravda); o tvrzení, které je nepravdivé, řekneme, že má pravdivostní hodnotu 0 (nepravda).

Že je výrok V pravdivý, resp. nepravdivý, zapisujeme následovně

$$\| V \| = 1, \qquad \| V \| = 0,$$

tedy pravdivostní hodnotu výroku V označujeme $\| V \|$.

Jak zjistíme pravdivostní hodnotu výroku?

1. Je-li výrok V_i atomický, tj. neobsahuje logické spojky, pak jeho pravdivostní hodnota musí být dána "zvenčí". Pravdivostní hodnotu nám někdo řekne, popř. ji sami zjistíme. Obecně budeme předpokládat, že existuje nějaký externí zdroj informací, označme ho e, pomocí kterého pravdivostní hodnotu $e(V_i)$ výroku V_i zjistíme.

2. Není-li výrok V_i atomický, tj. obsahuje logické spojky, pak je to složený výrok a jeho pravdivostní hodnota závisí na významu logických spojek a na pravdivostních hodnotách atomických výroků, ze kterých se výrok V skládá.

Poznámka: Hodnota výroku V závisí na externím zdroji informací, proto bychom přesněji měli psát $\| V \|_e$ místo $\| V \|$, abychom zdůraznili, že jde o pravdivostní hodnotu výroku V při e. Na e se tedy můžeme dívat jako na přiřazení, které atomickým výrokům přiřazuje pravdivostní hodnoty. Proto e v logice nazýváme pravdivostní ohodnocení (atomických výroků).

Zopakujme, že pravdivostní hodnota výroku se počítá z pravdivostních hodnot atomických výroků pomocí pravdivostních funkcí spojek.

Každá logická spojka má své označení a svůj význam. Označením je symbol logické spojky. Významem je pravdivostní funkce logické spojky, tj. zobrazení popisující přiřazení pravdivostních hodnot. Symboly a pravdivostní funkce základních logických spojek podává následující tabulka.

Základní logické spojky

název	symbol	pravd. funkce	tabulka pravd. funkce
negace	$\neg$	$\neg$	$\begin{array}{c\|c} a & \neg a \\ \hline 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}$
konjunkce	$\wedge$	$\curlywedge$	$\begin{array}{c\|cc} \curlywedge & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}$
disjunkce	$\vee$	$\curlyvee$	$\begin{array}{c\|cc} \curlyvee & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$
implikace	$\Rightarrow$	$\rightarrow$	$\begin{array}{c\|cc} \rightarrow & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}$
ekvivalence	$\Leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\begin{array}{c\|cc} \leftrightarrow & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}$

Postup pro určení pravdivostní hodnoty výroku V

1. Určíme atomické výroky $V_1, \dots V_n$, ze kterých se V skládá.
2. Určíme pravdivostní hodnoty $e(V_1), \dots, e(V_n)$ atomických výroků $V_1, \dots, V_n$. Hodnoty $e(V_i)$ jsou součástí zadání nebo je zjistíme nebo je známe.
3. Výrok V zapíšeme v symbolické podobě, dostaneme např. $V_1 \wedge (V_2 \Rightarrow V_3)$.
4. Je-li V atomický výrok, pak $\| V \|_e = e(V)$.
5. Je-li V složený výrok, tj. má jeden z tvarů $\neg V_1, V_1 \wedge V_2, V_1 \vee V_2, V_1 \Rightarrow V_2, V_1 \Leftrightarrow V_2$, pak jeho pravdivostní hodnotu určíme podle pravidel
   - $\| \neg V_1 \|_e = \neg \| V_1 \|_e$,
   - $\| V_1 \wedge V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \curlywedge \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \vee V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \curlyvee \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \Rightarrow V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \rightarrow \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \Leftrightarrow V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \leftrightarrow \| V_2 \|_e$.

Postup pro určení pravdivostní hodnoty výroku V

1. Určíme atomické výroky $V_1, \dots V_n$, ze kterých se V skládá.
2. Určíme pravdivostní hodnoty $e(V_1), \dots, e(V_n)$ atomických výroků $V_1, \dots, V_n$. Hodnoty $e(V_i)$ jsou součástí zadání nebo je zjistíme nebo je známe.
3. Výrok V zapíšeme v symbolické podobě, dostaneme např. $V_1 \wedge (V_2 \Rightarrow V_3)$.
4. Je-li V atomický výrok, pak $\| V \|_e = e(V)$.
5. Je-li V složený výrok, tj. má jeden z tvarů $\neg V_1, V_1 \wedge V_2, V_1 \vee V_2, V_1 \Rightarrow V_2, V_1 \Leftrightarrow V_2$, pak jeho pravdivostní hodnotu určíme podle pravidel
   - $\| \neg V_1 \|_e = \neg \| V_1 \|_e$,
   - $\| V_1 \wedge V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \curlywedge \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \vee V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \curlyvee \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \Rightarrow V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \rightarrow \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \Leftrightarrow V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \leftrightarrow \| V_2 \|_e$.

Postup pro určení pravdivostní hodnoty výroku V

1. Určíme atomické výroky $V_1, \dots V_n$, ze kterých se V skládá.
2. Určíme pravdivostní hodnoty $e(V_1), \dots, e(V_n)$ atomických výroků $V_1, \dots, V_n$. Hodnoty $e(V_i)$ jsou součástí zadání nebo je zjistíme nebo je známe.
3. Výrok V zapíšeme v symbolické podobě, dostaneme např. $V_1 \wedge (V_2 \Rightarrow V_3)$.
4. Je-li V atomický výrok, pak $\| V \|_e = e(V)$.
5. Je-li V složený výrok, tj. má jeden z tvarů $\neg V_1, V_1 \wedge V_2, V_1 \vee V_2, V_1 \Rightarrow V_2, V_1 \Leftrightarrow V_2$, pak jeho pravdivostní hodnotu určíme podle pravidel
   - $\| \neg V_1 \|_e = -\| V_1 \|_e$,
   - $\| V_1 \wedge V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \curlywedge \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \vee V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \curlyvee \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \Rightarrow V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \rightarrow \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \Leftrightarrow V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \leftrightarrow \| V_2 \|_e$.

Postup pro určení pravdivostní hodnoty výroku V

1. Určíme atomické výroky $V_1, \dots V_n$, ze kterých se V skládá.
2. Určíme pravdivostní hodnoty $e(V_1), \dots, e(V_n)$ atomických výroků $V_1, \dots, V_n$. Hodnoty $e(V_i)$ jsou součástí zadání nebo je zjistíme nebo je známe.
3. Výrok V zapíšeme v symbolické podobě, dostaneme např. $V_1 \wedge (V_2 \Rightarrow V_3)$.
4. Je-li V atomický výrok, pak $\| V \|_e = e(V)$.
5. Je-li V složený výrok, tj. má jeden z tvarů $\neg V_1, V_1 \wedge V_2, V_1 \vee V_2, V_1 \Rightarrow V_2, V_1 \Leftrightarrow V_2$, pak jeho pravdivostní hodnotu určíme podle pravidel
   - $\| \neg V_1 \|_e = \neg \| V_1 \|_e$,
   - $\| V_1 \wedge V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \curlywedge \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \vee V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \curlyvee \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \Rightarrow V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \rightarrow \| V_2 \|_e$,
   - $\| V_1 \Leftrightarrow V_2 \|_e = \| V_1 \|_e \leftrightarrow \| V_2 \|_e$.

Postup pro určení pravdivostní hodnoty výroku V

1. Určíme atomické výroky $V_1, \dots V_n$, ze kterých se V skládá.
2. Určíme pravdivostní hodnoty $e(V_1), \dots, e(V_n)$ atomických výroků $V_1, \dots, V_n$. Hodnoty $e(V_i)$ jsou součástí zadání nebo je zjistíme nebo je známe.
3. Výrok V zapíšeme v symbolické podobě, dostaneme např. $V_1 \wedge (V_2 \Rightarrow V_3)$.
4. Je-li V atomický výrok, pak $\parallel V \parallel_e = e(V)$.
5. Je-li V složený výrok, tj. má jeden z tvarů $\neg V_1, V_1 \wedge V_2, V_1 \vee V_2, V_1 \Rightarrow V_2, V_1 \Leftrightarrow V_2$, pak jeho pravdivostní hodnotu určíme podle pravidel
   - $\parallel \neg V_1 \parallel_e = \neg \parallel V_1 \parallel_e$,
   - $\parallel V_1 \wedge V_2 \parallel_e = \parallel V_1 \parallel_e \curlywedge \parallel V_2 \parallel_e$,
   - $\parallel V_1 \vee V_2 \parallel_e = \parallel V_1 \parallel_e \curlyvee \parallel V_2 \parallel_e$,
   - $\parallel V_1 \Rightarrow V_2 \parallel_e = \parallel V_1 \parallel_e \rightarrow \parallel V_2 \parallel_e$,
   - $\parallel V_1 \Leftrightarrow V_2 \parallel_e = \parallel V_1 \parallel_e \leftrightarrow \parallel V_2 \parallel_e$.

Poznámka: Poznamenejme, že ohodnocení *e* (náš externí zdroj informací, který říká, které atomické výroky jsou pravdivé a které jsou nepravdivé) někdy není popsán úplně. U některých atomických výroků se totiž předpokládá, že je známo, zda jsou pravdivé či nikoli.

Obsah

Výrazy obsahující proměnné, které se po dosazení hodnot za proměnné stanou výroky, se nazývají **výrokové formy**.

Další způsob jak vytvořit z výrokových forem výroky představují **kvantifikátory**. V klasické logice rozeznáváme dva kvantifikátory, obecný a existenční.

Obecný kvantifikátor s proměnnou x je výraz "Pro každé x platí, že . . . "; zapisujeme $(\forall x)$.

Existenční kvantifikátor s proměnnou x je výraz "Existuje x tak, že platí . . . "; zapisujeme $(\exists x)$.

Vyhodnocování pravdivostní hodnoty výroků s kvantifikátory

Předpokládejme, že je dána výroková forma $V(x)$, kde x je proměnná s oborem hodnot D_x. Pravdivostní hodnotu $\| (\forall x)V(x) \|$ výroku $(\forall x)V(x)$, tj. výroku "Pro každé x platí $V(x)$" definujeme pravidlem

$$\| (\forall x)V(x) \| = \begin{cases} 1 & \text{pokud pro každé } m \in D_x \text{ je } \| V(m) \| = 1 \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Pravdivostní hodnotu $\| (\exists x)V(x) \|$ výroku $(\exists x)V(x)$, tj. výroku "Existuje x tak, že platí $V(x)$" definujeme pravidlem

$$\| (\exists x)V(x) \| = \begin{cases} 1 & \text{pokud aspoň pro jedno } m \in D_x \text{ je } \| V(m) \| = 1 \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Vyhodnocování pravdivostní hodnoty výroků s kvantifikátory

Předpokládejme, že je dána výroková forma $V(x)$, kde x je proměnná s oborem hodnot D_x. Pravdivostní hodnotu $\| (\forall x)V(x) \|$ výroku $(\forall x)V(x)$, tj. výroku "Pro každé x platí $V(x)$" definujeme pravidlem

$$\| (\forall x)V(x) \| = \begin{cases} 1 & \text{pokud pro každé } m \in D_x \text{ je } \| V(m) \| = 1 \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Pravdivostní hodnotu $\| (\exists x)V(x) \|$ výroku $(\exists x)V(x)$, tj. výroku "Existuje x tak, že platí $V(x)$" definujeme pravidlem

$$\| (\exists x)V(x) \| = \begin{cases} 1 & \text{pokud aspoň pro jedno } m \in D_x \text{ je } \| V(m) \| = 1 \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Obsah

Základní pojmy, se kterými jsme doposud pracovali, tj. pojmy výrok a výroková forma, byly neurčitě definované. Řekli jsme, že výrokem intuitivně rozumíme tvrzení, u kterého má smysl uvažovat o jeho pravdivosti. Tato definice má dvě velké nevýhody. Za prvé, je nepřesná a ponechává prostor pro spekulace o tom, co vlastně výrok je. Za druhé, je příliš široká, připouští i různá komplikovaná tvrzení, které mohou přinést zásadní problémy (např. paradox lháře).

Moderní matematická logika postupuje tak, aby se tyto dva problémy nevyskytovaly. Vzdává se proto ambice pracovat se všemi možnými výroky přirozeného jazyka a namísto toho pracuje jen s určitými výroky, které ke sporům nevedou.

Na příkladu parodoxu lháře jsme viděli, že pokud nijak neomezíme množinu výroků, se kterými pracujeme, můžeme se dostat do sporu. Ve výrokové logice jsou výroky, se kterými pracujeme omezené. Navíc pracujeme pouze s formami (tvary) výroků (nepracujeme s výroky samotnými). Formy výroků se nazývají formule a jsou to přesně definované řetězce symbolů, např. $(p \Rightarrow (q \wedge r))$, které popisují tvar mnoha konkrétních výroků, čímž odhlížíme od obsahu a soustředíme se na formu. A o to nám v logice jde.

Dále si ukážeme základy výrokové logiky – uvidíme tak způsob jakým se v moderní logice pracuje. Definujeme postupně jazyk výrokové logiky, formule a pak pravdivostní ohodnocení formulí.

Začneme definicí jazyka výrokové logiky.

Definice

Jazyk výrokové logiky se skládá z

- výrokových symbolů $p, q, r, \ldots$, popř. s indexy, $p_1, p_2, \ldots$ (předpokládáme, že máme nekonečně mnoho výrokových symbolů)
- symbolů výrokových spojek $\neg$ (negace), $\Rightarrow$ (implikace), *popř. dále* $\wedge$ (konjunkce), $\vee$ (disjunkce), $\Leftrightarrow$ (ekvivalence)
- pomocných symbolů $(,), [,]$, atd. (různé druhy závorek).

Ze symbolů jazyka sestávají formule výrokové logiky.

Definice

Nechť je dán jazyk výrokové logiky. **Formule** daného jazyka výrokové logiky je definována následovně

- každý výrokový symbol je formule (tzv. **atomická formule**)
- jsou-li φ a ψ formule, jsou i výrazy $\neg\varphi$, $(\varphi \Rightarrow \psi)$, *popř. dále* $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \Leftrightarrow \psi)$ formule.

Formule jsou tedy jisté konečné posloupnosti symbolů jazyka výrokové logiky.

Zatím jsme se věnovali jen tzv. syntaktické stránce výrokové logiky. Řekli jsme si, co je to jazyk výrokové logiky a co jsou to formule. Zatím však nevíme, co to je pravdivá formule apod. Formule jsou jisté posloupnosti symbolů jazyka, samy o sobě však nemají žádný význam. Přiřazení významu syntaktickým objektům se zabývá tzv. sémantika. Právě sémantice výrokové logiky se budeme nyní věnovat.

Definice

(Pravdivostní) ohodnocení je libovolné zobrazení e výrokových symbolů daného jazyka výrokové logiky do množiny $\{0, 1\}$, tj. ohodnocení e přiřazuje každému výrokovému symbolu p hodnotu 0 nebo 1.

Poznámka: Hodnotu přiřazenou ohodnocením e symbolu p označujeme $e(p)$. Je tedy $e(p) = 0$ nebo $e(p) = 1$. Je-li dáno ohodnocení e, můžeme říci, co je to pravdivostní hodnota formule.

Definice

Nechť je dáno ohodnocení e. **Pravdivostní hodnota formule** φ při ohodnocení e, označujeme ji $\| \varphi \|_e$, je definována následovně:

- Je-li φ výrokovým symbolem p, pak

  $$\| p \|_e = e(p).$$

- Je-li φ složená formule, tj. je jednoho z tvarů $\neg\psi$, $\psi \wedge \theta$, $\psi \vee \theta$, $\psi \Rightarrow \theta$, $\psi \Leftrightarrow \theta$, pak

  $$\begin{aligned} \| \neg\psi \|_e &= \neg\!\!\!\rightharpoondown \| \psi \|_e, \\ \| \psi \wedge \theta \|_e &= \| \psi \|_e \curlywedge \| \theta \|_e, \\ \| \psi \vee \theta \|_e &= \| \psi \|_e \curlyvee \| \theta \|_e, \\ \| \psi \Rightarrow \theta \|_e &= \| \psi \|_e \rightarrow \| \theta \|_e, \\ \| \psi \Leftrightarrow \theta \|_e &= \| \psi \|_e \leftrightarrow \| \theta \|_e, \end{aligned}$$

  kde $\neg\!\!\!\rightharpoondown$, $\curlywedge$, $\curlyvee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ jsou pravdivostní funkce logických spojek (viz tabulka výše).

Poznámka: Je-li $\| \varphi \|_e = 1$ ($\| \varphi \|_e = 0$), říkáme, že formule φ je při ohodnocení *e* pravdivá (nepravdivá). Uvědomme si, že nemá smysl říci "formule φ je pravdivá" nebo "nepravdivá" (musíme říci při jakém ohodnocení!).

Definice

Formule se nazývá

- **tautologie**, je-li při každém ohodnocení pravdivá,
- **kontradikce**, je-li při každém ohodnocení nepravdivá,
- **splnitelná**, je-li pravdivá při alespoň jednom ohodnocení.

Formule φ **sémanticky vyplývá** z množiny T formulí, označujeme $T \models \varphi$, jestliže φ je pravdivá při každém ohodnocení, při kterém jsou pravdivé všechny formule z T.

Poznámka: Splnitelné formule jsou tedy právě ty, které nejsou kontradikcemi. Že je formule φ tautologie, se někdy zapisuje $\models \varphi$.

Tabulková metoda

Tabulková metoda představuje jednoduchý způsob, jak přehledně zapsat pravdivostní hodnoty dané formule při všech možných ohodnoceních.

Tabulková metoda slouží k vypsání (tabelaci) hodnot zadaných formulí $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m$ v tabulce. Tabulka má 2^n řádků a $n + m$ sloupců, kde n je počet všech výrokových symbolů, které se vyskytují ve formulích $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m$. Do řádků píšeme všechna možná ohodnocení těchto symbolů a hodnoty formulí $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m$.

Pomocí tabulkové metody jednoduše zjistíme, je-li zadaná formule φ tautologie, kontradikce či je splnitelná i to, zda sémanticky plyne či neplyne z jiných zadaných formulí.

Příklad na sémantické vyplývání

Zjistěte zda z množiny $T = \{p \Rightarrow \neg q, q, \neg(((p \Rightarrow \neg q) \vee r) \Leftrightarrow (r \wedge \neg q))\}$ sémanticky plynou následující formule: $r \wedge \neg q$; r; $(p \Rightarrow \neg q) \vee r$.

K řešení použijeme tabulkovou metodu pomocí které zjistíme, při kterých ohodnoceních nabývají formule z T současně pravdivostní hodnotu 1 (viz šedě podbarvené řádky). Nyní se stačí podívat, zda při těchto (dvou) ohodnoceních jsou jednotlivé formule ze zadání (modré) také pravdivé (v obou případech). Pokud ano, pak sémanticky vyplývají z T. Jinak sémanticky nevyplývají z T.

p	q	r	$p \Rightarrow \neg q$	$(p \Rightarrow \neg q) \vee r$	$r \wedge \neg q$	$\neg(((p \Rightarrow \neg q) \vee r) \Leftrightarrow (r \wedge \neg q))$
1	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0
1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0
0	0	0	1	1	0	1

Zřejmě tedy $p \Rightarrow \neg q, q, \neg(((p \Rightarrow \neg q) \vee r) \Leftrightarrow (r \wedge \neg q)) \models (p \Rightarrow \neg q) \vee r$.