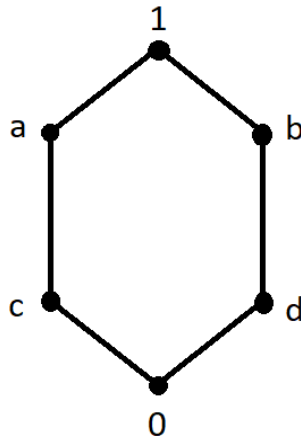


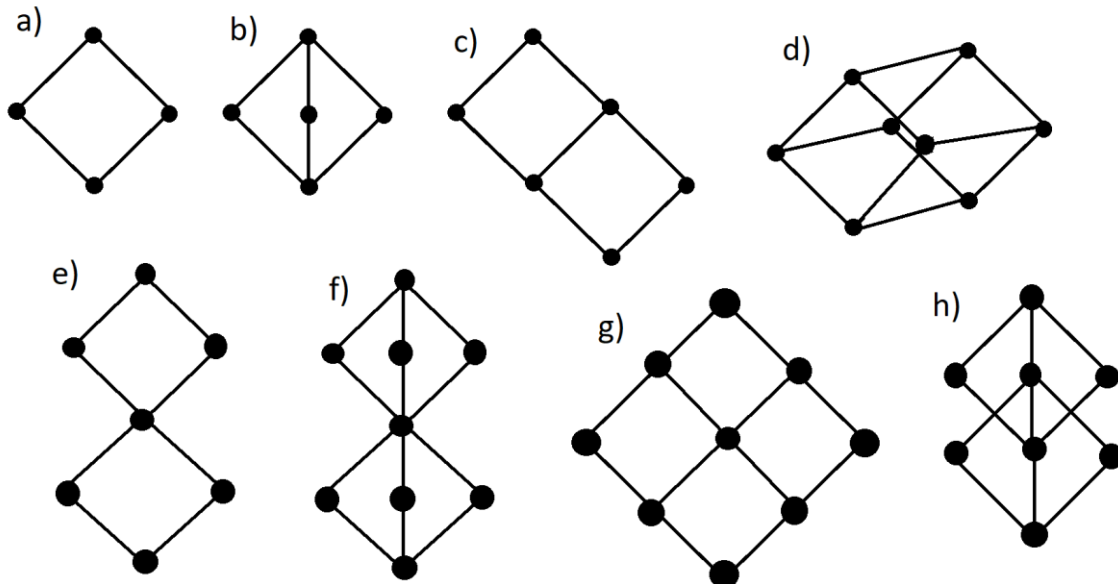
ALG2 – 9. cvičení

Důležité pojmy: distributivní nerovnost, komplement, komplementární svaz, relativně komplementární svaz, kongruence na svazu, jádro kongruence, ideál svazu, atom svazu, atomický svaz

- 1) Dokažte, že průnik dvou intervalů svazu L je buď \emptyset nebo opět interval svazu L .
- 2) Nechť A je neprázdná n -prvková množina. Určete, kolik atomů má množina $(\text{Exp}A, \subseteq)$ a nalezněte tyto atomy.
- 3) Rozhodněte, zda je svaz na obrázku modulární. Svoji odpověď zdůvodněte.

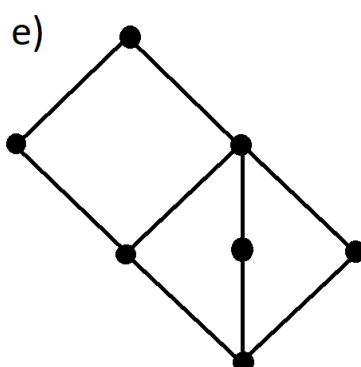
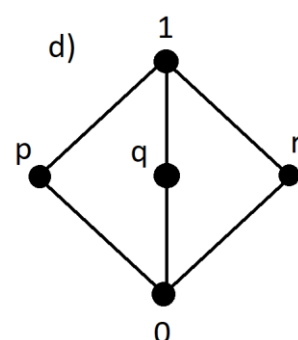
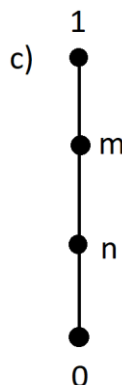
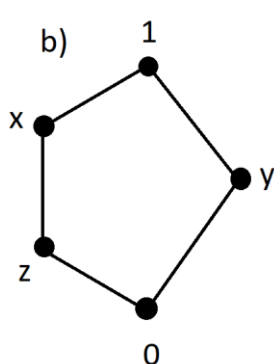
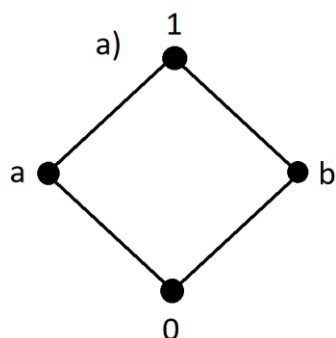


- 4) Rozhodněte, zda jsou svazy a)-h) distributivní, popř. modulární:



- 5) Rozhodněte, zda pro neprázdnou množinu A je svaz $(\text{Exp}A, \subseteq)$ komplementární. Co je komplementem množiny $X \subseteq A$?
- 6) Rozhodněte, zda je svaz N_5 komplementární, popř. relativně komplementární.
- 7) Dokažte, že každý svaz s méně než pěti prvky je distributivní.
- 8) Rozhodněte, zda jsou řetězce obecně komplementární, distributivní, popř. úplné svazy.

9) Nalezněte všechny kongruence na následujících svazech:



- 10) Ověřte, že svaz z příkladu 5) je booleovská algebra.
- 11) Dokažte, že každý interval booleovského svazu je booleovský svaz.
- 12) Je podsvaz úplného svazu vždy úplný?
- 13) Dokažte, že je-li A uspořádaná množina a pro každou podmnožinu $H \subseteq A$ existuje $\inf H$, A je úplný svaz.
- 14) Ukažte, že libovolný konečný svaz L je podsvazem nějakého komplementárního svazu. Jaký je nejmenší možný počet prvků, který musíme k L přidat, abychom tento svaz vytvořili?
- 15) Vymyslete příklad relativně komplementárního svazu, který není distributivní a má právě n prvků pro nějaké $n \geq 5$.
- 16) Načrtněte diagramy Booleových svazů s n prvky, kde:
 - a) $n = 2$
 - b) $n = 4$
 - c) $n = 8$
 - d) $n = 16$

Poté nalezněte na těchto Booleových svazech všechny kongruence a ideály.