

- 1)  $y_1$ : Kdoj není prava, že psí a antilopa neběhá venku, pak je měsíc červený.  
 $y_2$ : Je prava, že pokud měsíc není červený, tak psí a antilopa běhá venku.

$$y_1: \neg(p \wedge \neg a) \rightarrow m$$

$$y_2: \neg m \rightarrow (p \wedge a)$$

			$y_1$ :			$y_2$ :		
$p$	$a$	$m$	$(p \wedge a)$	$\neg(p \wedge a)$	$\neg(p \wedge a) \rightarrow m$	$(p \wedge a)$	$\neg m \rightarrow (p \wedge a)$	$y_1 \leftrightarrow y_2$
0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1	1

$y_1 \leftrightarrow y_2$  je splnitelný, není tautologií.

Netreba | 22. <sup>3</sup> 2021

- 2)  $((p \rightarrow q) \wedge r) \vee (\neg p \rightarrow r)$  sestavit konjunktivní normální formu.

$p$	$q$	$r$	$(p \rightarrow q)$	$((p \rightarrow q) \wedge r)$	$(\neg p \rightarrow r)$	$((p \rightarrow q) \wedge r) \vee (\neg p \rightarrow r)$	EDN
0	0	0	1	0	0	0	$\neg p \vee q \vee r$
0	0	1	1	1	1	1	
0	1	0	1	0	0	0	$\neg p \vee q \vee r$
0	1	1	1	1	1	1	
1	0	0	1	0	1	1	
1	0	1	1	1	1	1	
1	1	0	0	1	1	1	
1	1	1	0	0	1	1	

Konjunktivní normální forma (tzv. UKNF) je:  
 $(p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r)$

3)  $\vdash \varphi$  ??

$$T = \{r \rightarrow p, r \rightarrow r\}, \varphi = \neg(r \rightarrow r)$$

p	r	$(r \rightarrow p)$	$(r \rightarrow r)$	$\neg(r \rightarrow r)$
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	0	1
1	1	1	1	0

$\vdash \varphi$  sémanticky neplatí.

5)  $A_1: \varphi_1 \rightarrow (\varphi_2 \rightarrow \varphi_1)$

$$A_2: (\varphi_1 \rightarrow (\varphi_2 \rightarrow \varphi_1)) \rightarrow ((\varphi_1 \rightarrow \varphi_2) \rightarrow (\varphi_1 \rightarrow \varphi_1))$$

$$\varphi: p \rightarrow p$$

$$\{A_1, A_2\} \vdash \varphi ?$$

i)  $p \rightarrow ((p \rightarrow p) \rightarrow p)$   $A_1$  použit

ii)  $(p \rightarrow ((p \rightarrow p) \rightarrow p)) \rightarrow ((p \rightarrow (p \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow p))$   $A_2$  použit

iii)  $(p \rightarrow (p \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow p)$

iiii)  $p \rightarrow (p \rightarrow p)$

v)  $p \rightarrow p$

z toho vyplýva, že  $\varphi$  syntakticky vyplýva z množiny axióm.  
Tedy  $\{A_1, A_2\} \vdash \varphi$ .