

Вопросы к экзамену по курсу "Численные методы"
2 курс ФизМех (ПМ, ТМ, ГГТ)
Осень 2023

1. Погрешности арифметических операций над приближенными числами.
2. Представление чисел с плавающей точкой. Множество компьютерных чисел. Особенности машинной арифметики.
3. Корректность вычислительной задачи и вычислительного алгоритма. Примеры неустойчивых задач и неустойчивых алгоритмов.
4. Постановка задачи о решении уравнений. Методы отделения корней.
5. Теорема о верхней границе положительных корней. Метод половинного деления.
6. Метод Ньютона. Теорема о сходимости. Теорема о скорости сходимости. Модификации метода Ньютона.
7. Метод секущих. Метод хорд. Теорема о сходимости метода хорд (без доказательства).
8. Метод обратной квадратической интерполяции.
9. Метод простых итераций уточнения корня уравнения. Алгоритм, теоремы о сходимости. Оценка погрешности для метода простых итераций решения уравнений.
10. Приведение уравнений к виду, удобному для итераций. Геометрическая интерпретация метода простых итераций решения уравнений.
11. Понятие о скорости сходимости итерационных методов. Повышение показателя скорости сходимости итерационных методов при решении уравнений. Метод Вегстейна.
12. Подход Эйткена к ускорению итерационного процесса.
13. Построение методов с требуемым порядком сходимости.
14. Постановка задачи о решении СЛАУ. Решение простейших СЛАУ (диагональных, треугольных, трехдиагональных).
15. Метод Гаусса и его модификации для решения СЛАУ.
16. Решение СЛАУ методами, основанными на триангуляции матрицы системы. Формулировка теоремы о LDR-разложении. LDR-разложение, LDL^T -разложение для симметричной матрицы. Метод квадратного корня решения СЛАУ для симметричной матрицы. Формулировка теоремы о разложении.
17. Решение СЛАУ методом LU-разложения. Теорема о LU-разложении. Практическое использование (перестановки).
18. Матрицы отражения и их свойства.
19. Метод ортогонализации решения СЛАУ с использованием матриц отражения.
20. Матрицы вращений и их свойства.
21. Метод ортогонализации решения СЛАУ с использованием матриц вращения.
22. Метод Грама-Шмидта и его модификация.
23. Метод ортогонализации решения СЛАУ для матрицы общего вида.
24. Понятие о числе обусловленности матрицы.
25. Характеристика итерационных методов решения СЛАУ.
26. Метод простых итераций решения СЛАУ. Методы приведения системы к итерационной форме. Метод Якоби.
27. Теорема о сходимости метода простых итераций решения СЛАУ. Оценка погрешности.
28. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простых итераций для решения СЛАУ
29. Метод Зейделя решения СЛАУ. Необходимые и достаточные условия сходимости метода Зейделя для решения СЛАУ
30. Теорема о сходимости и оценка погрешности метода Зейделя.
31. Метод релаксации решения СЛАУ, каноническая форма.
32. Доказательство теоремы о сходимости стационарных методов решения СЛАУ с симметричной положительно-определённой матрицей.
33. Формулировка и примеры применения теоремы о сходимости стационарных итерационных методов решения СЛАУ с симметричной положительно-определённой матрицей. Замечание об итерационном методе с оптимальным выбором параметра.
34. Полиномы Чебышева и их свойства.

35. Метод Рундсона решения СЛАУ. Метод с оптимальным выбором итерационного параметра.
36. Связь решения СЛАУ и минимизации квадратичной формы.
37. Градиентный метод решения СЛАУ. Алгоритм и теорема о сходимости.
38. Метод произвольного спуска. Метод сопряженных направлений.
39. Постановка задачи решения алгебраической проблемы собственных значений. Классификация методов решения АПСЗ. Решение простейших задач АПСЗ.
40. Проблема устойчивости АПСЗ.
41. Методы, использующие построение характеристического полинома, раскрытие определителя для трехдиагональной матрицы, для матрицы Хессенберга.
42. Метод Леверье. Устойчивость методов, связанных с вычислением коэффициентов полинома.
43. Итерационный метод Якоби (метод вращений) решения АПСЗ для симметричной матрицы.
44. Приведение матрицы к форме Хессенберга матрицами вращения.
45. Приведение матрицы к форме Хессенберга матрицами отражения.
46. Основной алгоритм для степенного метода нахождения максимального по модулю собственного числа и соответствующего собственного вектора.
47. Алгоритм с нормировкой для степенного метода нахождения максимального по модулю собственного числа и соответствующего собственного вектора.
48. Использование сдвигов в степенном методе.
49. Модификации метода итераций решения АПСЗ для определения 2-ого по величине собственного числа и собственного вектора.
50. Нахождение собственных векторов, соответствующих двум максимальным по модулю, но разным по знаку, собственным числам.
51. Алгоритмы истерпывания, основанные на преобразовании подобия для решения АПСЗ.
52. Алгоритмы истерпывания, не использующие преобразования подобия решения АПСЗ.
53. Метод обратных итераций решения АПСЗ. Обоснование метода со сдвигом и нормировкой.
54. LR-алгоритм и QR-алгоритм решения АПСЗ.
55. Обоснование LR-алгоритма решения АПСЗ в простейшем случае.
56. Апостериорная оценка погрешности при решении АПСЗ с симметричной матрицей.

Обозначения:

СЛАУ - системы линейных алгебраических уравнений

АПСЗ - алгебраическая проблема собственных значений