Министерство образования и науки Российской Федерации

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и информатики

Лабораторная работа №12 по дисциплине

Численные методы

«Решение задачи Коши для ОДУ 1 порядка методами Рунге-Кутты»

Выполнил

студент гр.5030102/20001 Дрекалов Н.С.

Преподаватель Козлов К.Н.

Санкт-Петербург

2023

Оглавление

[**Формулировка задачи** 3](#_Toc169475727)

[**Формализация** 3](#_Toc169475728)

[**Решение задачи Коши с помощью метода Рунге-Кутты** 3](#_Toc169475729)

[**Предварительный анализ задачи** 3](#_Toc169475730)

[**Контрольные тесты** 4](#_Toc169475731)

[**Численный анализ метода** 5](#_Toc169475732)

[Иллюстрация работы метода 5](#_Toc169475733)

[Исследование точности метода 7](#_Toc169475734)

[**Вывод** 9](#_Toc169475735)

## **Формулировка задачи**

Необходимо численно решить задачу Коши для ОДУ 1-го порядка с помощью метода Рунге­Кутты 3-го порядка.

## **Формализация**

* Пусть задана задача Коши: , где функция удовлетворяет условию Липшица по y. Также пусть и функция непрерывна на D.
* Необходимо найти табличную функцию, являющуюся решением задачи Коши с заданной точностью с помощью метода Рунге-Кутты.

## **Решение задачи Коши с помощью метода Рунге-Кутты**

*Алгоритм метода:*

Вычисление следующего из предыдущих с шагом h выполняется в 3 шага:

ОДУ, данное для решения:

Задача Коши: (из известного также точного решения находится )

## **Предварительный анализ задачи**

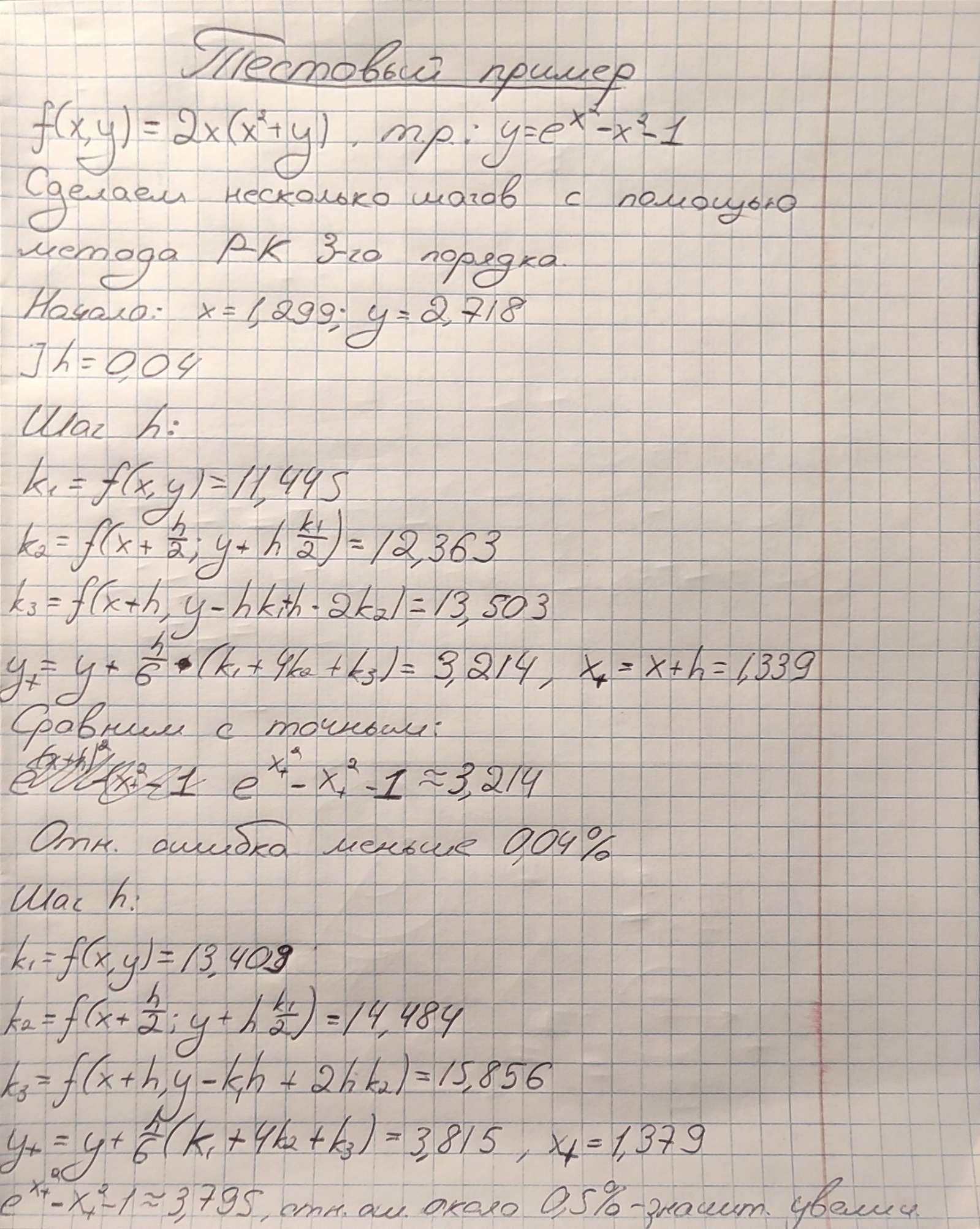
*Удовлетворение условию Липшица:*

* удовлетворяет условию Липшица по y. В уравнении - L можно взять равным

*Непрерывность:*

* Функция непрерывна на всей области определения.

## **Тестовый пример к методам**



## **Контрольные тесты**

*Построим графики зависимостей*

* Точного и полученного значений для двух фиксированных значений шага на отрезке ( и ).
* Ошибки на отрезке для этих значений.
* Изменения шага по отрезку (для точности .
* Фактической погрешности от заданной точности

## **Численный анализ метода**

Исследования будут проводиться на отрезке

### Иллюстрация работы метода

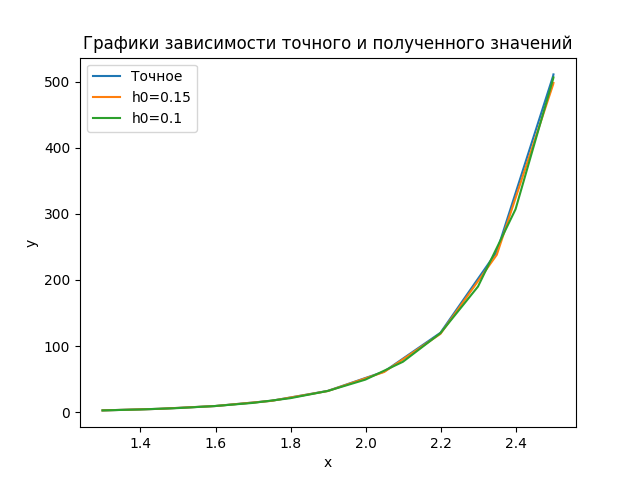


Рисунок 1. График зависимости точного и полученного значений для двух фиксированных значений шага на отрезке

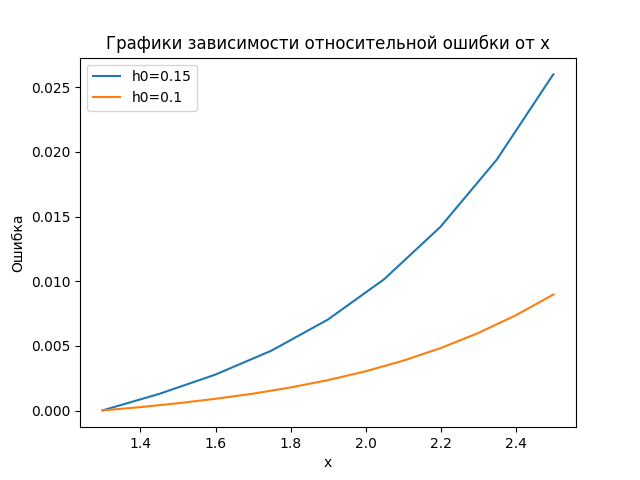


Рисунок 2. График зависимости относительной ошибки от x

Из рисунков 1 и 2 видно, что ошибка «накапливается» с увеличением x, что может привести к большой ошибке на правом краю при увеличении длины исследуемого отрезка.

### Исследование точности метода

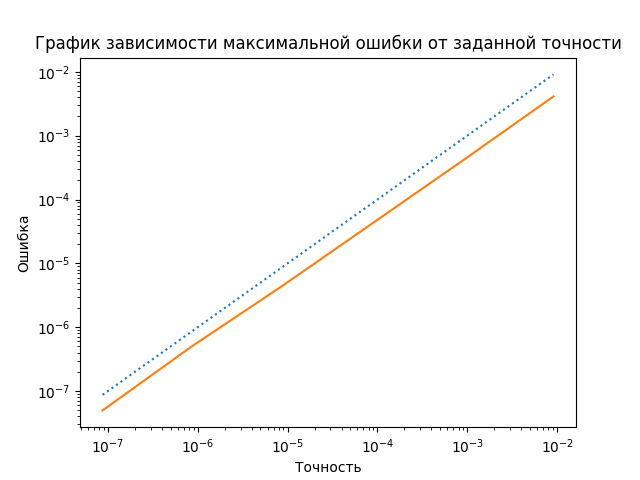


Рисунок 3. График зависимости максимальной ошибки от заданной точности

Из графика видно, что точность достигается: график зависимости ниже отмеченной биссектрисы

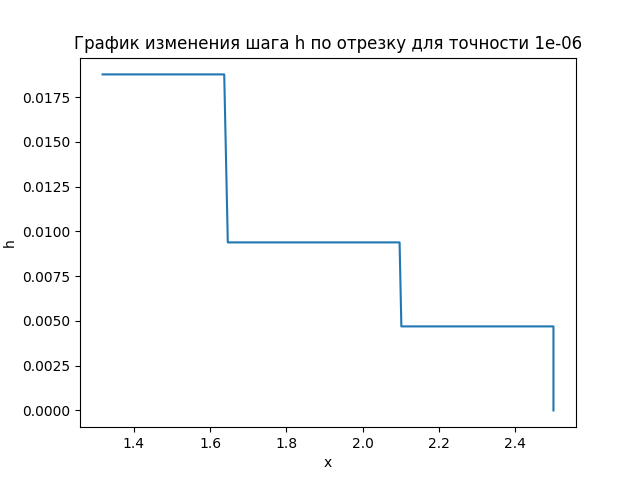


Рисунок 4. График изменения шага по отрезку

Из графика видно, что шаг уменьшается при движении к правому краю отрезка, что происходит из-за того, что необходимо «компенсировать» нарастающую ошибку, которая наблюдается на Рисунке 2.

## **Вывод**

В результате выполнения лабораторной работы удалось решить задачу Коши для заданного уравнения методом Рунге-Кутты 3-го порядка с заданным шагом и заданной точностью. Из полученный результатов следует, что данный метод с при фиксированном шаге следует использовать лишь на небольших отрезках, либо же достигать необходимой точности, используя правило Рунге в каждой точке.