Министерство образования и науки Российской Федерации

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и информатики

Лабораторная работа №14 по дисциплине

Численные методы

«Решение краевой задачи для ОДУ 2-го порядка»

Выполнил

студент гр.5030102/20001 Дрекалов Н.С.

Преподаватель Козлов К.Н.

Санкт-Петербург

2023

Оглавление

[**Формулировка задачи** 3](#_Toc169619623)

[**Формализация** 3](#_Toc169619624)

[**Модифицированный метод суперпозиции** 3](#_Toc169619625)

[**Решение задачи Коши с помощью метода Рунге-Кутты** 3](#_Toc169619626)

[**Предварительный анализ задачи** 4](#_Toc169619627)

[**Тестовый пример к методам** 5](#_Toc169619628)

[**Контрольные тесты** 6](#_Toc169619629)

[**Численный анализ метода** 7](#_Toc169619630)

[Иллюстрация работы метода 7](#_Toc169619631)

[Исследование точности метода 9](#_Toc169619632)

[**Вывод** 11](#_Toc169619633)

## **Формулировка задачи**

Необходимо численно решить краевую задачу для ОДУ 2-го порядка с помощью метода модифицированного метода суперпозиции и метода Рунге­Кутты 3-го порядка.

## **Формализация**

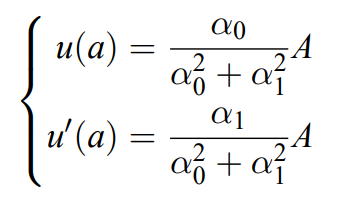
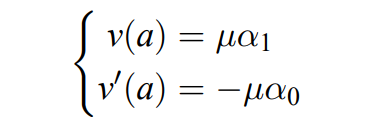
* Пусть задана ОДУ 2-го порядка и граничное условие:
* Необходимо найти табличную функцию, являющуюся решением краевой задачи с заданной точностью с помощью метода модифицированного метода суперпозиции и метода Рунге­Кутты 3-го порядка..

## **Модифицированный метод суперпозиции**

*Алгоритм метода:*

Решение ОДУ ищется в виде

Для и строятся две задачи Коши, например, как:

Задачи решаются с помощью известных методов с получением сеточных функций . Тогда

Константа находится из равенства

## **Решение задачи Коши с помощью метода Рунге-Кутты**

*Алгоритм метода:*

Вычисление следующего из предыдущих с шагом h выполняется в 3 шага:

## **Предварительный анализ задачи**

ОДУ:

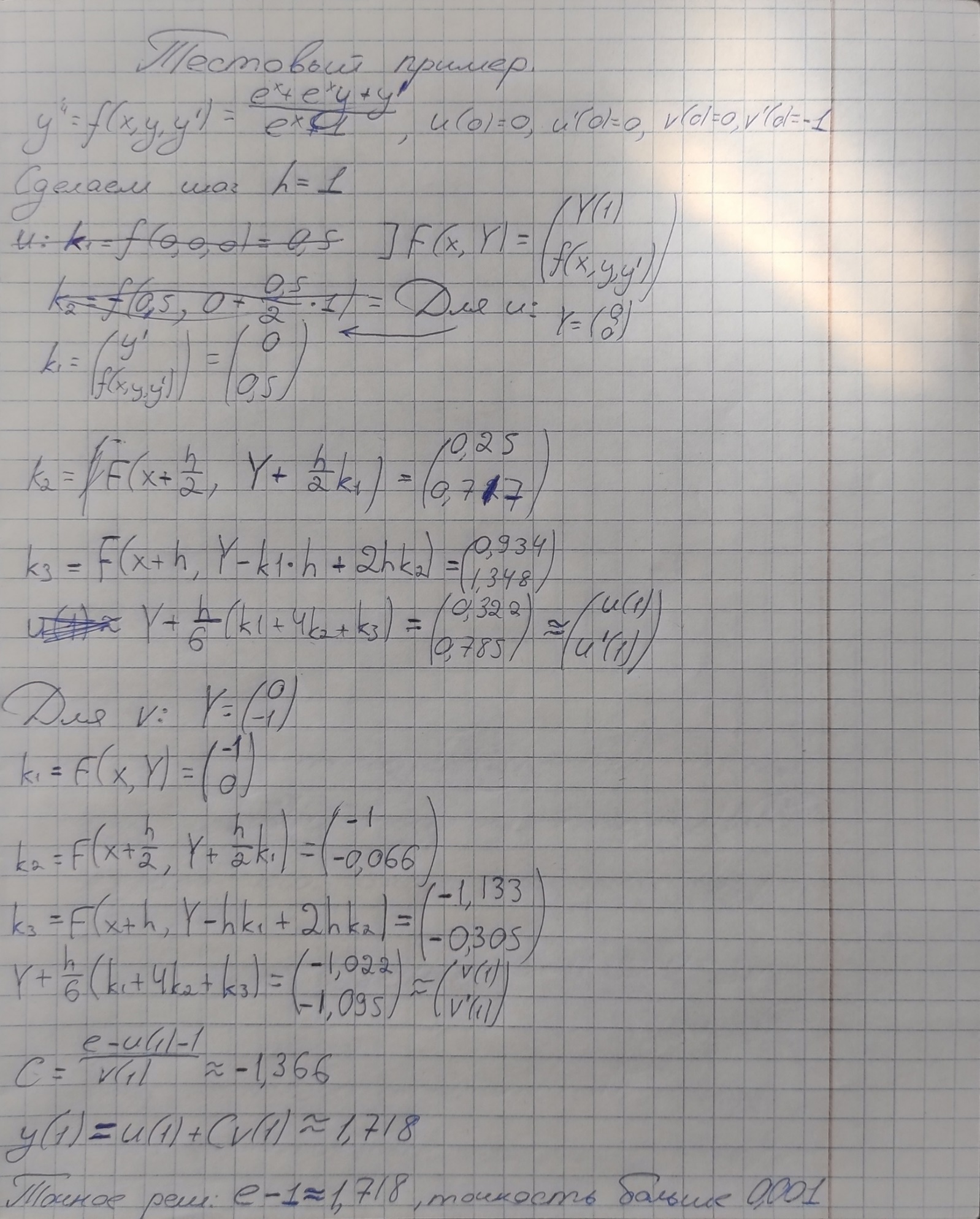
Из ГУ выводятся и

Начальное условие для

Начальное условие для (для

Формула для константы

## **Тестовый пример к методам**



## **Контрольные тесты**

*Построим графики зависимостей*

* Точного и полученного значений для двух фиксированных значений шага на отрезке ( и ).
* Ошибки на отрезке для этих значений.
* Изменения шага по отрезку (для точности .
* Фактической погрешности от заданной точности

## **Численный анализ метода**

Исследования будут проводиться на отрезке

### Иллюстрация работы метода

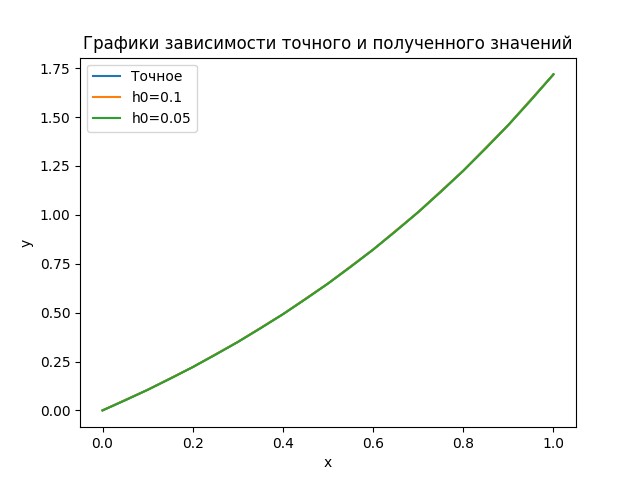


Рисунок 1. График зависимости точного и полученного значений для двух фиксированных значений шага на отрезке

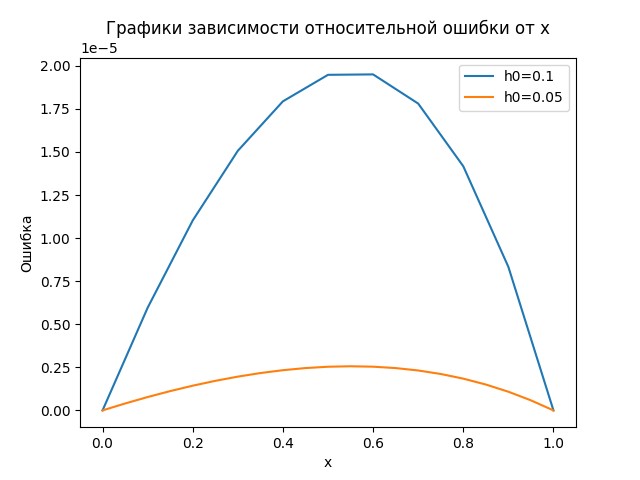


Рисунок 2. График зависимости относительной ошибки от x

Из рисунков 1 и 2 видно, что ошибка «накапливается» с отдалением от краев отрезка и минимальная на самих краях. Также можно отметить увеличение точности с уменьшением шага.

### Исследование точности метода

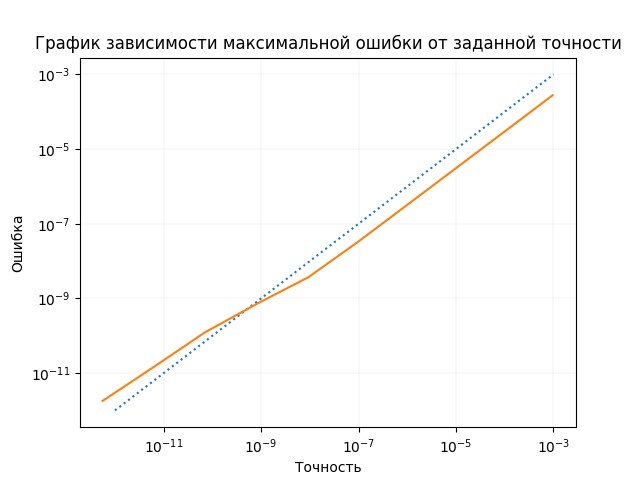


Рисунок 3. График зависимости максимальной ошибки от заданной точности

Из графика видно, что точность достигается: график зависимости ниже отмеченной биссектрисы. При очень малых точностях даёт о себе знать используемый метод подсчета ошибки, основанный на первоначальном подсчёте константы

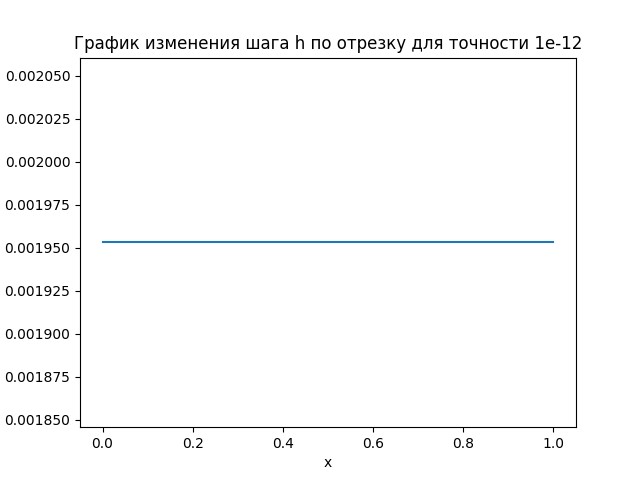


Рисунок 4. График изменения шага по отрезку

Из графика видно, что шаг для достижения необходимой точности достигается в начале и не меняется при «движении» по отрезку.

## **Вывод**

В результате выполнения лабораторной работы удалось решить краевую задачу для заданного уравнение модифицированным методом суперпозиции с заданным шагом и заданной точностью. Из полученный результатов следует, что данный метод с при фиксированном шаге следует использовать лишь на небольших отрезках (иначе будет очень большая ошибка в середине отрезка), либо же достигать необходимой точности, используя правило Рунге в каждой точке.