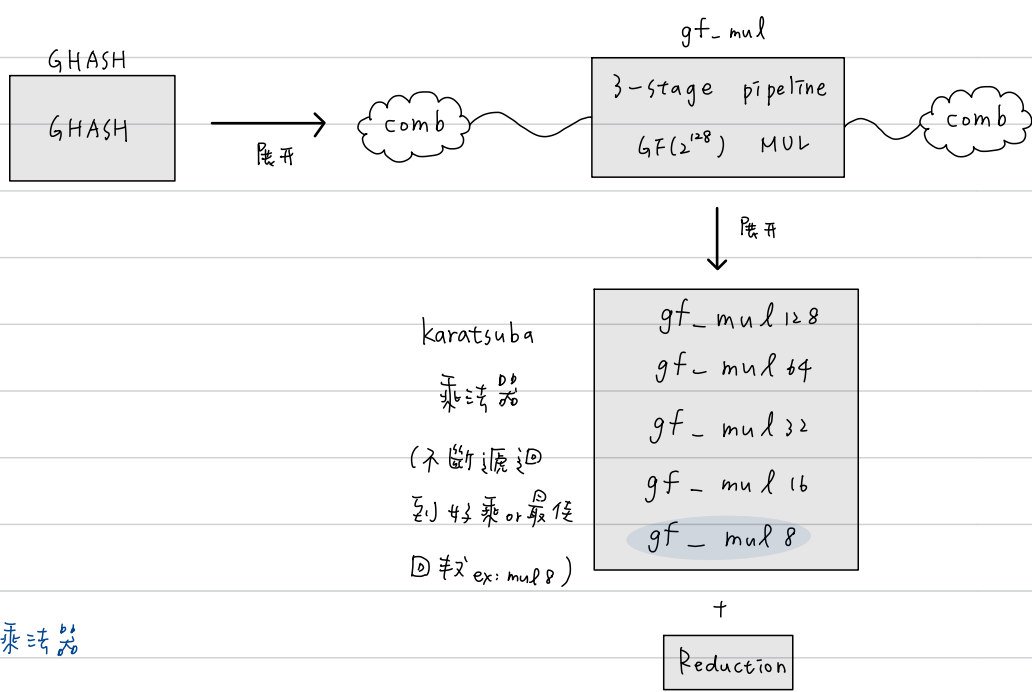


GHASH module



乘法器

<一般> 看下一张

< = 元有限域 GF(2^8) > < 无 modulo, 最后会 reduction >

$$\text{ex: } \{57\} \cdot \{83\} = \text{out (初始值 } 00000000)$$

$$(01010111) \cdot (10000011)$$

$$\Rightarrow (x^6 + x^9 + x^2 + x + 1) \cdot (x^7 + x + 1)$$

$$= [(x^6 + x^9 + x^2 + x + 1) \cdot x] +$$

$$b[0] = 1, \text{out} = (a \ll 0) \wedge \text{out} = 01010111$$

$$[(x^6 + x^9 + x^2 + x + 1) \cdot x^2] +$$

$$b[1] = 1, \text{out} = (a \ll 1) \wedge (01010111) = 10101110 \wedge 01010111 = 11111001$$

$$[(x^6 + x^9 + x^2 + x + 1) \cdot x^7]$$

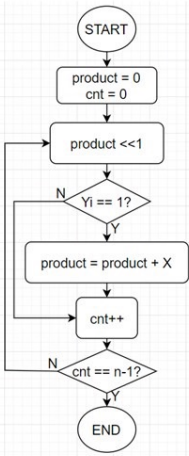
$$b[7] = 1, \text{out} = (a \ll 7) \wedge (11111001) = 10101110000000 \wedge 11111001 = 10101110111001$$

$$10101110111001$$

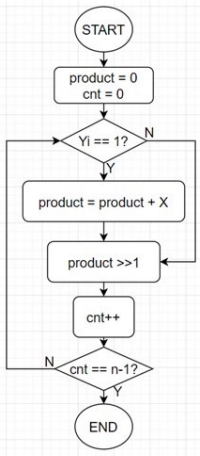
$$= x^{13} + x^{11} + x^9 + x^8 + x^4 + x^5 + x^6 + x^2 + 1$$

N-bit*N-bit Multiplier based on N-bit Adder

Ex: X=1111, Y=0101



START	00000000
<< 1	00000000
Y ₃ == 0	00000000
<< 1	00000000
Y ₂ == 1	+1111
	00001111
<< 1	00011110
Y ₁ == 0	00011110
<< 1	00111100
Y ₀ == 1	+1111
	01001011
END	



START	00000000
Y ₀ == 1	+ 1111
	11110000
>> 1	01111000
Y ₁ == 0	01111000
>> 1	00111100
Y ₂ == 1	+ 1111
	1 00101100
>> 1	10010110
Y ₃ == 0	10010110
>> 1	01001011
END	

* 只需要Y是因為是進制(只有1,0), 所以如果Y_i=1則加X並移位, Y_i=0則不需位

* 移位?

ex: <左移> << 1 跟平常運算相似

```

y3 start
y2      1 2 5 (x)
y1      x 3 2 6 (y)
          7 5 0
<< 1 << 1 2 5 0
<< 1 << 1 << 1 3 7 5 ←
          4 0 7 5 0
    
```

<右移> >> 1

```

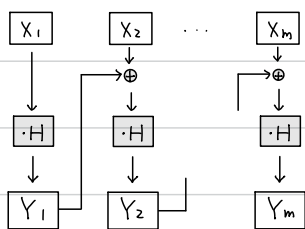
          1 2 5 (x)
          x 3 2 6 (y)
            7 5 0
              2 5 0
                3 7 5
          4 0 7 5 0
    
```

```

          0 0 0 0 0 0
y3 start << 1 0 0 0 0 0
          +      3 7 5
          +
y2      << 1 0 0 3 7 5 0
          +      2 5 0
          +
y3      << 1 0 4 0 0 0 0
          +      7 5 0
          4 0 7 5 0 #
    
```

```

y1 start 0 0 0 0 0 0
          + 7 5 0
          >> 1 0 7 5 0 0 0
y2      + 2 5 0
          >> 1 0 3 2 5 0 0
          + 3 7 5
          >> 1 0 4 0 7 5 0 #
    
```

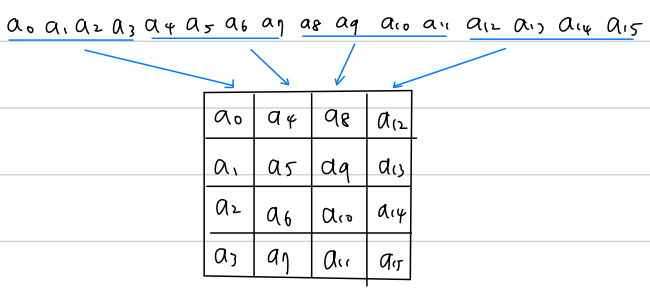


* 每次的乘法运算都需要输入上次运算结果

AES 演算法

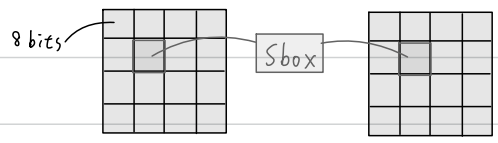
128 bits 組成一個狀態 (state), state 為 AES 回合運算的基本單位。key 長度不同, 分為 AES-128、AES-192、AES-256, 所需回合運算也不同

	128, 192, 256 密鑰長度 (32 bits)	128 分組長度 (32 bits)	10-14 輪 加密輪數
AES-128	4	4	10
AES-192	6	4	12
AES-256	8	4	14



127-120	95-88	63-56	31-24
119-112	87-80	55-48	23-16
111-104	79-72	47-40	15-8
103-96	71-64	39-32	7-0

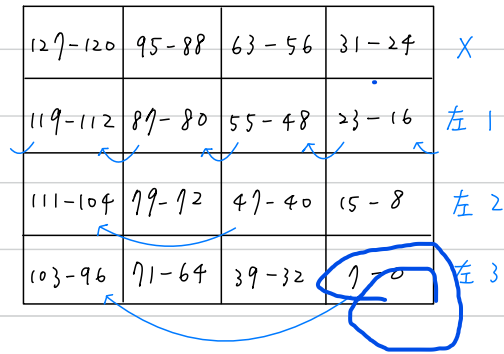
* SubBytes 組合 Sbox 轉換



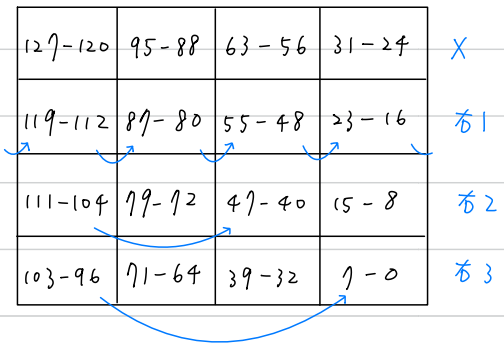
Sbox 單字元轉換 (非)

SubBytes / InvSubBytes 是全部轉換, 稱為 Sbox

* ShiftRows (列循環位移運算)



* InvShiftRows



MixColumns (混行变换) & InvMixColumns (反混行变换)



$$S'(x) = a(x) \otimes S(x)$$

$$a(x) = \{03\}x^3 + \{01\}x^2 + \{01\}x + \{02\}$$

0b 0d 09 0e

MixColumns()

GF(2)

* mul 1 (00000001): 自己 → (00000001 → 00000010)

* mul 2 (00000010): 左移 << 1, 若最高位 1 ⇒ overflow, modulo 8'h1b

* mul 3 (00000011): mul 2 ⊕ 自己

沒有0這位是因為只有八位!

(取餘數) $m(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$
 \oplus
 00011011
 (= 元2的 mod = ⊕)

MixColumns & InvMixColumns

$$\begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0e & 0b & 0d & 09 \\ 09 & 0e & 0b & 0d \\ 0d & 09 & 0e & 0b \\ 0b & 0d & 09 & 0e \end{bmatrix}$$

$$S'_{0,c} = (\{02\} \cdot S_{0,c}) \oplus (\{03\} \cdot S_{1,c}) \oplus S_{2,c} \oplus S_{3,c}$$

$$S'_{1,c} = S_{0,c} \oplus (\{02\} \cdot S_{1,c}) \oplus (\{03\} \cdot S_{2,c}) \oplus S_{3,c}$$

$$S'_{2,c} = S_{0,c} \oplus S_{1,c} \oplus (\{02\} \cdot S_{2,c}) \oplus (\{03\} \cdot S_{3,c})$$

$$S'_{3,c} = (\{03\} \cdot S_{0,c}) \oplus S_{1,c} \oplus S_{2,c} \oplus (\{02\} \cdot S_{3,c})$$

$$ex: \{09\} \cdot \{83\} = \{c1\}$$

$$(x^6 + x^4 + x^2 + x + 1)(x^7 + x + 1) \pmod{x^8 + x^4 + x^3 + x + 1}$$

(01010111)(10000011)

mul 2 的 1 次
 ⊕
 mul 2 的 1 次
 ⊕
 自己

$$\oplus (x^6 + x^4 + x^2 + x + 1) \cdot x = x^7 + x^5 + x^3 + x^2 + x \pmod{x^8 + x^4 + x^3 + x + 1}$$

$$\oplus (x^7 + x^5 + x^3 + x^2 + x) \cdot x = x^8 + x^6 + x^4 + x^3 + x^2 \pmod{x^8 + x^4 + x^3 + x + 1}$$

= $x^6 + x^2 + x + 1$ (<<1) (再 ⊕ 1b)

$$\oplus (x^6 + x^2 + x + 1) \cdot x = x^7 + x^3 + x^2 + x$$

$$\oplus (x^7 + x^3 + x^2 + x) \cdot x = x^8 + x^5 + x^4 + x^3 \pmod{x^8 + x^4 + x^3 + x + 1}$$

= $x^2 + x + 1$ (<<1) (再 ⊕ 1b)

$$\oplus (x^2 + x + 1) \cdot x = x^3 + x^2 + x \pmod{x^8 + x^4 + x^3 + x + 1}$$

$$\oplus (x^3 + x^2 + x) \cdot x = x^4 + x^3 + x^2 \pmod{x^8 + x^4 + x^3 + x + 1}$$

$$\oplus (x^4 + x^3 + x^2) \cdot x = x^5 + x^4 + x^3 \pmod{x^8 + x^4 + x^3 + x + 1}$$

$$\oplus (x^5 + x^4 + x^3 + x + 1) \cdot x = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 \pmod{x^8 + x^4 + x^3 + x + 1}$$

total (mul 2 1 次) ⊕ (mul 2 1 次) ⊕ 自己

$$(x^5 + x^4 + x^3) \oplus (x^4 + x^5 + x^3 + x^2 + x) \oplus (x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = x^7 + x^6 + 1 \neq$$

→ 3 个 function

这边可在 02, 03 function 裡 (09, 0b, 0d, 0e 重複呼 09 才多出 multiply function)

① 乘 1 的 function (multiply)

$$\text{用來呼 04 的 function} \begin{cases} \oplus 02 \\ \oplus 03 \end{cases}$$

(為 3 元 2 次 確好寫, 50 多 1 个 01 function)

→ 5 个 functions

① 乘 1 的 function (multiply)

$$\text{用來呼 04 的 function} \begin{cases} \oplus 09 (1001) \Rightarrow \{02\} 3 \text{ 次 } \oplus \text{ 自己} \\ \oplus 0b (1011) \Rightarrow \{02\} 3 \text{ 次 } \oplus \{02\} \oplus \text{ 自己} \\ \oplus 0d (1101) \Rightarrow \{02\} 3 \text{ 次 } \oplus \{02\} 2 \text{ 次 } \oplus \text{ 自己} \\ \oplus 0e (1110) \Rightarrow \{02\} 3 \text{ 次 } \oplus \{02\} 2 \text{ 次 } \oplus \{02\} \end{cases}$$

* Add Round key

in \oplus key

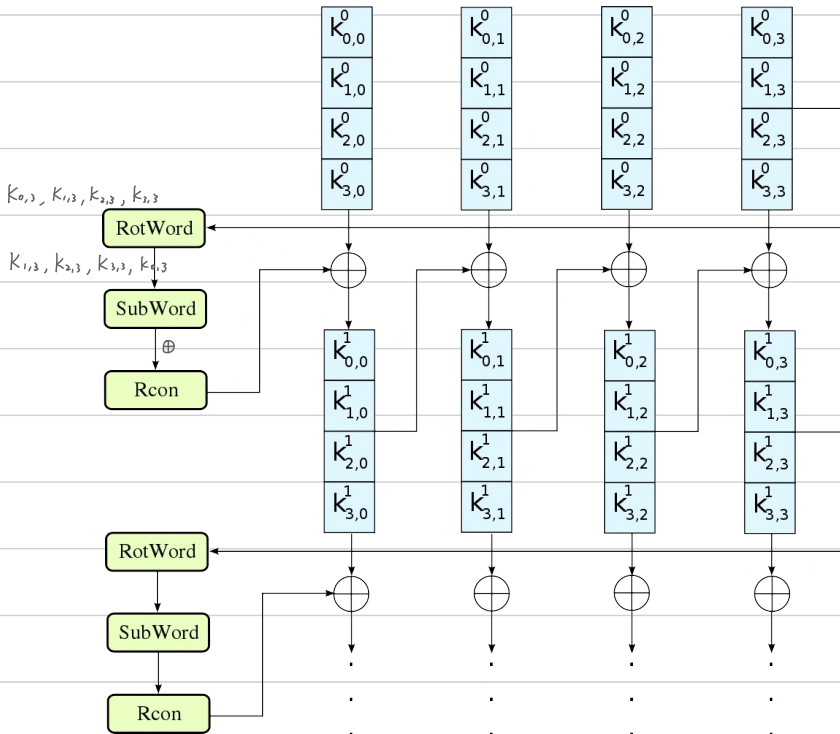
* Key Expansion

→ Rotword : $w[B_0, B_1, B_2, B_3] \rightarrow \text{Rotword} \rightarrow w[B_1, B_2, B_3, B_0]$

→ Subword : 用 Sbox 轉換 (Sbox \rightarrow 8 bits 轉換 \Rightarrow 4 \times 2)

→ Rcon : 輸入回合數, 得該回合的回合常數 (對照表)

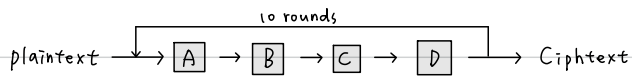
127-120	95-88	63-56	31-24
119-112	87-80	55-48	23-16
111-104	79-72	47-40	15-8
103-96	71-64	39-32	7-0



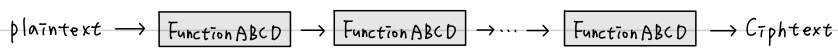
AES (top module)



* 我的作法 (area 小)



* 任華的作法 (throughput 高) (area 為我的 10 倍)



* 兩個的 latency (延遲) same \Rightarrow 輸出第一筆 ciphertext 時間 same

但任華的 throughput 高 \Rightarrow 假設第一筆輸出需 10 clk, 則 20 clk 時, 我的只有 2 個輸出, 任華有 11 個 (2 倍)
(10 倍)

* 任華的只有 0.1

