



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO - IPN

TÓPICOS SELECTOS DE ALGORITMOS BIOINSPIRADOS

OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES CARTERA DE INVERSIÓN ÓPTIMA

Presenta

Dr. DANIEL MOLINA PÉREZ

danielmolinaperez90@gmail.com

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



ESCOM

CIUDAD DE MÉXICO

MERCADO FINANCIERO



El **mercado financiero** (**financial market**) es un espacio, ya sea físico o virtual, donde se compran y venden activos financieros como acciones, bonos, divisas, entre otros. Su función principal es canalizar el capital desde los ahorradores o inversionistas hacia quienes lo necesitan para financiar proyectos o empresas.

MERCADO FINANCIERO



Una **acción (company stock)** representa una fracción del capital de una empresa. Cuando una persona compra acciones, adquiere una parte proporcional de esa compañía, convirtiéndose en accionista. Esto le otorga ciertos derechos, como recibir una parte de las ganancias (dividendos) o participar en las decisiones importantes de la empresa.

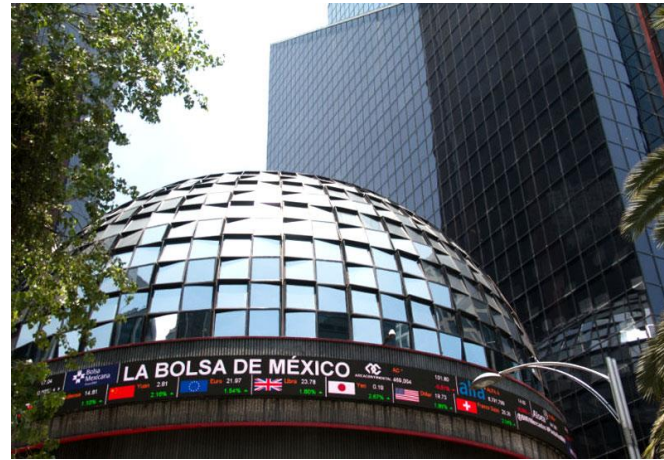
No todas las acciones son necesariamente iguales, ya que ciertas clases de acciones pueden emitirse, por ejemplo, sin derecho a voto, con derechos de voto o con una cierta prioridad para recibir ganancias o ingresos de liquidación antes o después de otras clases de accionistas.

MERCADO FINANCIERO



Los **bonos (bonds)** son un tipo de instrumento de deuda que emiten gobiernos, corporaciones o entidades públicas para recaudar dinero. Al comprar un bono, los inversionistas están prestando dinero al emisor del bono a cambio de la promesa de recibir pagos periódicos de intereses y la devolución del monto principal del préstamo.

Los bonos se consideran menos arriesgados que las acciones porque proporcionan un flujo de ingresos fijo y, en caso de quiebra de la empresa, los tenedores de bonos tienen prioridad sobre los accionistas para recibir pagos.



MERCADO FINANCIERO

- **Mercado de Acciones:** Compra y venta de acciones de empresas.
- **Ejemplos:** La Bolsa de Valores de Nueva York, Bolsa Mexicana de Valores.
- **Mercado de Bonos:** Comercio de bonos, que son títulos de deuda emitidos por gobiernos o empresas.
- **Ejemplos:** Mercados de bonos del Tesoro de EE.UU., mercado de bonos corporativos.
- **Mercado de Divisas:** Compra y venta de monedas extranjeras.
- **Ejemplos:** Mercado Forex (Foreign Exchange Market).
- **Mercado de Materias Primas (Commodities):** Comercio de bienes físicos como petróleo, oro, plata, café
- **Ejemplos:** Mercado de Futuros de Chicago (CBOT), New York Mercantile Exchange (NYMEX).

OPTIMIZACIÓN DE CARTERA DE INVERSIÓN (O PORTAFOLIO) (PORTFOLIO OPTIMIZATION PROBLEM)



Una cartera de inversión o portafolio es un conjunto de activos financieros, como acciones, bonos y bienes raíces que un inversor posee con el objetivo de maximizar el retorno.

El problema de la cartera de inversión se enfoca en determinar la distribución óptima del capital entre diferentes activos, con el objetivo de maximizar el retorno sin exceder un riesgo establecido, o minimizar el riesgo sin sacrificar en exceso el retorno esperado.

Activo	Retorno Esperado (%)	Riesgo (Desviación Estándar, %)
Acciones A	8	15
Acciones B	10	20
Bonos C	4	5
Acciones D	12	25
Acciones E	6	10

RETORNO EN LOS MERCADOS FINANCIEROS (RETURN)

El retorno se refiere al beneficio que un inversionista obtiene de una inversión a lo largo del tiempo. Este retorno puede presentarse en diversas formas, incluyendo:

- Retorno de Capital:** La ganancia obtenida de la apreciación del valor del activo, que es la diferencia entre el precio de compra y el precio de venta.
- Dividendos:** Pagos realizados por una empresa a sus accionistas, que representan una parte de sus ganancias. Estos son relevantes para las acciones de empresas que deciden distribuir parte de sus beneficios en lugar de reinvertirlos.

La tasa de retorno se expresa:

$$R = \frac{\text{Valor Final} - \text{Valor Inicial}}{\text{Valor Inicial}} \times 100$$

RETORNO ESPERADO DE LA CARTERA DE INVERSIÓN

La tasa de retorno de una cartera de inversión es el valor ponderado de las tasas de retorno individuales de los activos que la componen. Matemáticamente, se define como:

$$E(w) = \sum_{i=1}^n w_i R_i$$

- donde: $E(w_i)$ es la tasa de retorno esperada de la cartera.
- n es el número de activos (acciones, bonos, etc.) en la cartera.
- w_i es la proporción de capital invertido en el activo i , es decir, el peso del activo en la cartera. Se cumple que $\sum w_i = 1$
- R_i es la tasa de retorno esperada del activo i .

RETORNO ESPERADO DE LA CARTERA DE INVERSIÓN

Supongamos que del capital total, invertimos el 40% en la Empresa A y el 60% en la Empresa B, lo que corresponde a los pesos de la cartera: $w_1 = 0.40$ y $w_2 = 0.60$. La Empresa A tiene una tasa de retorno esperada del 8% (0.08), mientras que la Empresa B tiene las acciones valoradas en 88\$ y se espera que suban a 100\$ en un año.

Cálculo del retorno de la cartera:

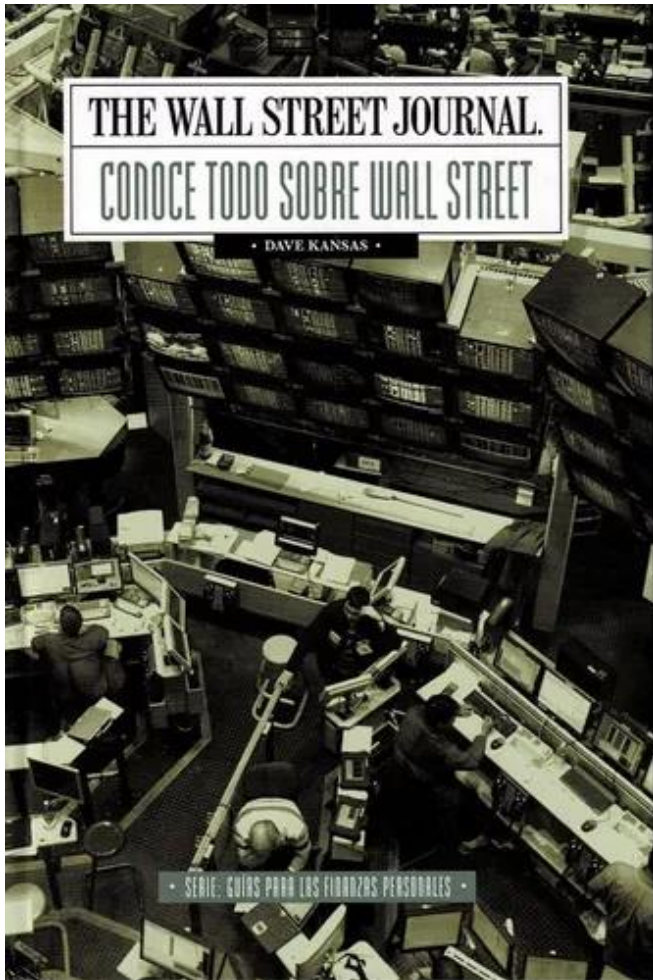
El retorno esperado de la cartera se calcula:

$$E(w) = w_1 R_1 + w_2 R_2 = (0.40 \cdot 8) + (0.60 \cdot 12) = 10.4$$

Por lo tanto, el retorno esperado de la cartera es del **10.4%**.

$$E(w) = \sum_{i=1}^n w_i R_i$$

RIESGO FINANCIERO (MARKET RISK)



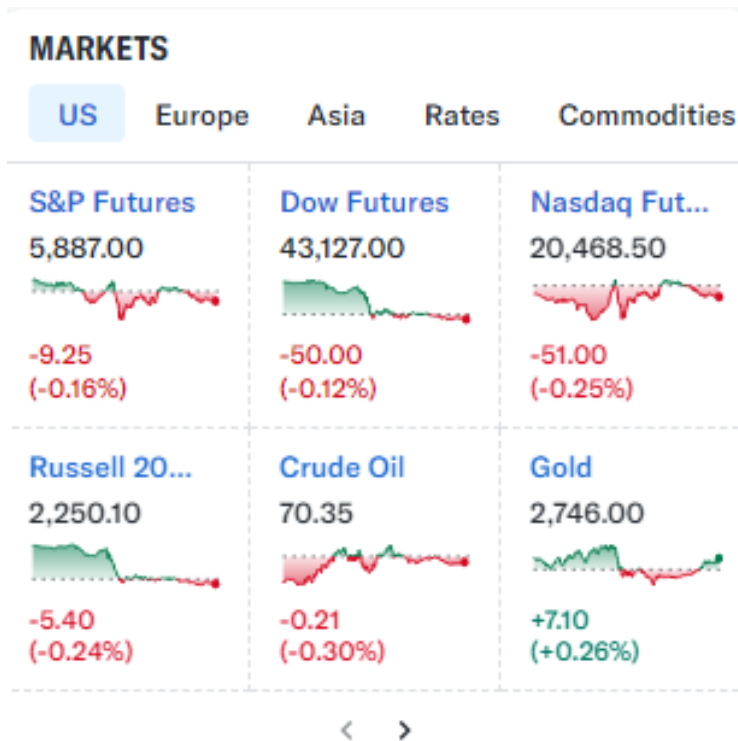
“El riesgo es el núcleo del sistema financiero. Los gestos de preocupación, de nerviosismo y de enloquecimiento que implican forman parte del paquete de una economía organizada alrededor del riesgo.

Usted puede asumir un riesgo calculado, riesgo medido, o riesgo educado. Pero no puede eliminarse el riesgo del capitalismo sin convertirlo en un sistema más parecido al comunismo”

Dave Kansas

- En este contexto, el riesgo se refiere a la posibilidad de perder una parte o la totalidad del capital invertido.

VARIANZA



La varianza es una medida estadística que indica cuán dispersos están los rendimientos de un activo respecto a su media. En términos simples, la varianza nos dice cuánto fluctúan los precios de un activo a lo largo del tiempo.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum (R_i - \mu)^2$$

- N es el número de observaciones.
- R_i son los rendimientos individuales.
- μ es la media de los rendimientos.

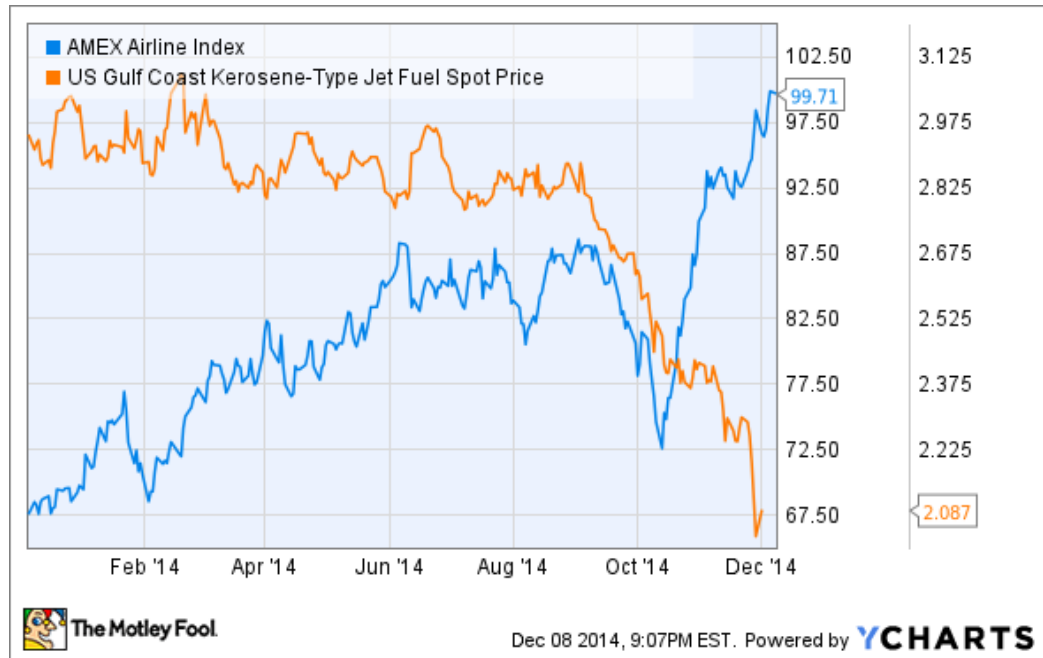
COVARIANZA

La covarianza mide cómo se mueven dos activos en relación el uno con el otro. En términos financieros, nos indica si los rendimientos de dos activos tienden a aumentar o disminuir juntos. Una covarianza positiva significa que los activos tienden a moverse en la misma dirección, mientras que una covarianza negativa indica que se mueven en direcciones opuestas.

$$Cov(X, Y) = \frac{1}{N} \sum (X_i - \mu_x)(Y_i - \mu_y)$$

- X_i y Y_i son los rendimientos de los activos X y Y , respectivamente.
- μ_X y μ_Y son las medias de los rendimientos de X y Y .

COMPAÑÍAS CON COVARIANZAS NEGATIVAS



■ Acciones de Aerolíneas y Precios del Petróleo:

Las aerolíneas son altamente sensibles a los precios del combustible, que es una parte significativa de sus costos operativos. Cuando los precios del petróleo suben, las acciones de las aerolíneas tienden a caer.

■ Acciones de Tecnología y Acciones de Consumo Básico:

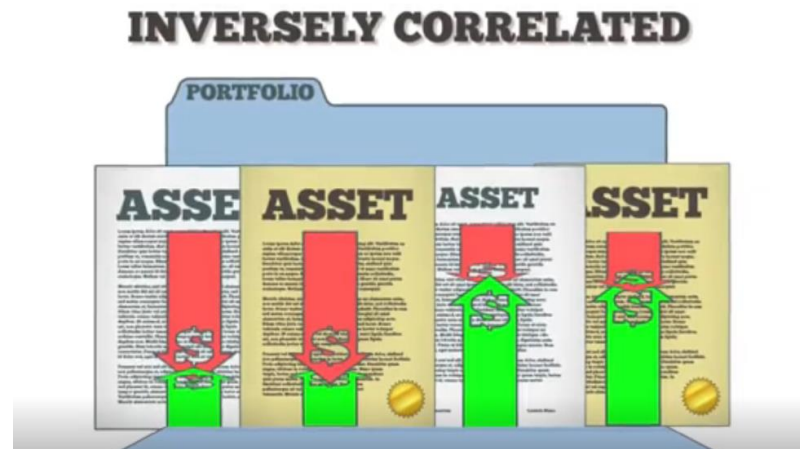
Las acciones de tecnología suelen prosperar en un entorno de crecimiento económico. Por el contrario, las acciones de consumo básico suelen ser refugios en tiempos de recesión. Un descenso en la economía puede llevar a una caída de las acciones tecnológicas.

RIESGO FINANCIERO (MARKET RISK)

Relación entre Varianza, Covarianza y Riesgo

Variancia Individual: La varianza nos ayuda a entender el riesgo asociado con un solo activo. Cuanto más alta sea la varianza, mayor será la incertidumbre sobre los rendimientos futuros de ese activo.

Varianza de Portafolio: Al considerar un portafolio de activos, la covarianza se vuelve crucial. Un portafolio bien diversificado puede reducir el riesgo total. Por ejemplo, si los activos tienen covarianza negativa, sus rendimientos se mueven en direcciones opuestas, lo que puede compensar las fluctuaciones de precios y reducir el riesgo total.



RIESGO FINANCIERO (MARKET RISK)



Varianza de Portafolio: Al considerar un portafolio de activos, la covarianza se vuelve crucial. Un portafolio bien diversificado puede reducir el riesgo total. Por ejemplo, si los activos tienen covarianza negativa, sus rendimientos se mueven en direcciones opuestas, lo que puede compensar las fluctuaciones de precios y reducir el riesgo total.

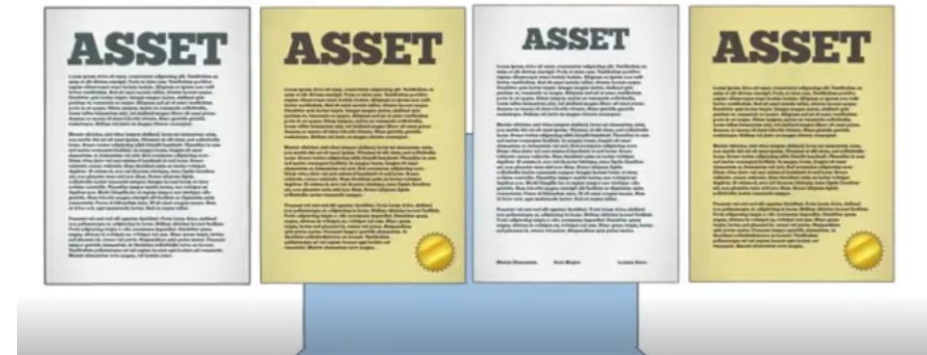
$$VarP(w) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov(i, j)$$

- Donde: $Var(P)$ es la varianza del portafolio.
- w_i y w_j son las ponderaciones de los activos i y j en el portafolio.
- $Cov(i, j)$ es la covarianza entre los activos i y j .
- n es el número de activos en el portafolio.

RIESGO FINANCIERO (MARKET RISK)

$$VarP(w) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov(i, j)$$

- Donde: $Var(P)$ es la varianza del portafolio.
- w_i y w_j son las pond. de los activos i y j en el portafolio.
- $Cov(i, j)$ es la covarianza entre los activos i y j .
- n es el número de activos en el portafolio.



Se desea distribuir una inversión en tres activos con ponderaciones del 30%, 50% y 20%. Supongamos que tienes las siguientes varianzas y covarianzas entre los activos. Calcule el riesgo de la inversión.

Covarianza =

	Activo 1	Activo 2	Activo 3
Activo 1	0.04	-0.01	0.02
Activo 2	-0.01	0.09	-0.02
Activo 3	0.02	-0.02	0.16

RIESGO FINANCIERO (MARKET RISK)

$$VarP = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov(i, j)$$

- Donde: $Var(P)$ es la varianza del portafolio.
- w_i y w_j son las pond. de los activos i y j en el portafolio.
- $Cov(i, j)$ es la covarianza entre los activos i y j .
- n es el número de activos en el portafolio.

Se desea distribuir una inversión en tres activos con ponderaciones del 30%, 50% y 20%. Supongamos que tienes las siguientes varianzas y covarianzas entre los activos. Calcule el riesgo de la inversión.

Covarianza =

	Activo 1	Activo 2	Activo 3
Activo 1	0.04	-0.01	0.02
Activo 2	-0.01	0.09	-0.02
Activo 3	0.02	-0.02	0.16

$$\begin{aligned} Var(P) = & w_1 \times w_1 \times cov(1,1) + w_1 \times w_2 \times cov(1,2) + w_1 \times w_3 \times cov(1,3) + \\ & w_2 \times w_1 \times cov(2,1) + w_2 \times w_2 \times cov(2,2) + w_2 \times w_3 \times cov(2,3) + \\ & w_3 \times w_1 \times cov(3,1) + w_3 \times w_2 \times cov(3,2) + w_3 \times w_3 \times cov(3,3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var(P) = & 0.3 \times 0.3 \times 0.04 + 0.3 \times 0.5 \times (-0.01) + 0.3 \times 0.2 \times 0.02 \\ & + 0.5 \times 0.3 \times (-0.01) + 0.5 \times 0.5 \times 0.09 + 0.5 \times 0.2 \times (-0.02) \\ & + 0.2 \times 0.3 \times (0.02) + 0.2 \times 0.5 \times (-0.02) + 0.2 \times 0.2 \times (0.16) = 0.0279 \quad 2.27\% \end{aligned}$$



SAVVY STOCK SELECTIONS

SAVVY STOCK SELECTIONS

BIGBELL (símbolo en el mercado de valores: BB)

Una de las compañías de telecomunicaciones más grandes del país, se vende con una tasa de ganancia por debajo del promedio del mercado. Grandes inversiones durante los últimos 8 meses han deprimido las ganancias de manera considerable. Sin embargo, debido a la nueva tecnología, se espera que la compañía eleve sus márgenes de utilidades en forma significativa. Taylor predice que las acciones subirán de su precio actual de 60 dólares cada una a 72 dólares en un año.

SAVVY STOCK SELECTIONS

LOTSOFPLACE (LOP)

Es una de las más poderosas manufactureras del mundo. Hace poco la industria se consolidó, cuando una feroz guerra de precios durante los últimos años provocó que muchos competidores quebraran o vendieran sus compañías a LOTSOFPLACE y sus competidores. Debido a la menor competencia en el mercado, se espera que los ingresos y ganancias se eleven de manera considerable en el siguiente año. Taylor pronostica que, de su precio unitario actual de 127 dólares, en un año las acciones de LOTSOFPLACE subirán 42%.

SAVVY STOCK SELECTIONS

INTERNETLIFE (ILI)

Ha sobrevivido a las muchas altas y bajas de las compañías de internet. Con el furor por internet que se avecina, Taylor espera que la compañía duplique el precio de sus acciones de 4 a 8 dólares en un año.

SAVVY STOCK SELECTIONS

HEALTHTOMORROW (HEAL)

Es una compañía biotecnológica líder que está a punto de obtener la aprobación de la FDA para varios medicamentos nuevos. En particular, se supone que una nueva medicina para reducir significativamente el riesgo de ataques al corazón dará grandes ganancias. Además, debido al lanzamiento de varios medicamentos con sabor delicioso para niños, la compañía se ha forjado una excelente imagen en el medio. Carter está convencida de que el precio unitario de las acciones se elevará de 50 a 75 dólares en un año.

SAVVY STOCK SELECTIONS

QUICKY (QUI)

Es una cadena de restaurantes de comida rápida que se ha expandido por todo Estados Unidos. Carter ha seguido de cerca a esta compañía desde su entrada a la Bolsa. Desde entonces se ha expandido y ahora cubre todos los estados. Debido a su preocupación por la comida sana, capta un porcentaje de mercado creciente. Carter cree que las acciones continuarán con el buen desempeño arriba del promedio de mercado con un incremento de 46% en un año sobre el precio actual de 150 dólares.

SAVVY STOCK SELECTIONS

AUTOMOBILE ALLIANCE (AUA)

Es el fabricante líder de automóviles en el área de Detroit que acaba de introducir dos modelos nuevos, los cuales muestran ventas iniciales muy fuertes. Por lo tanto, se predice que las acciones de la compañía subirán de 20 a 26 dólares en un año.

SAVVY STOCK SELECTIONS

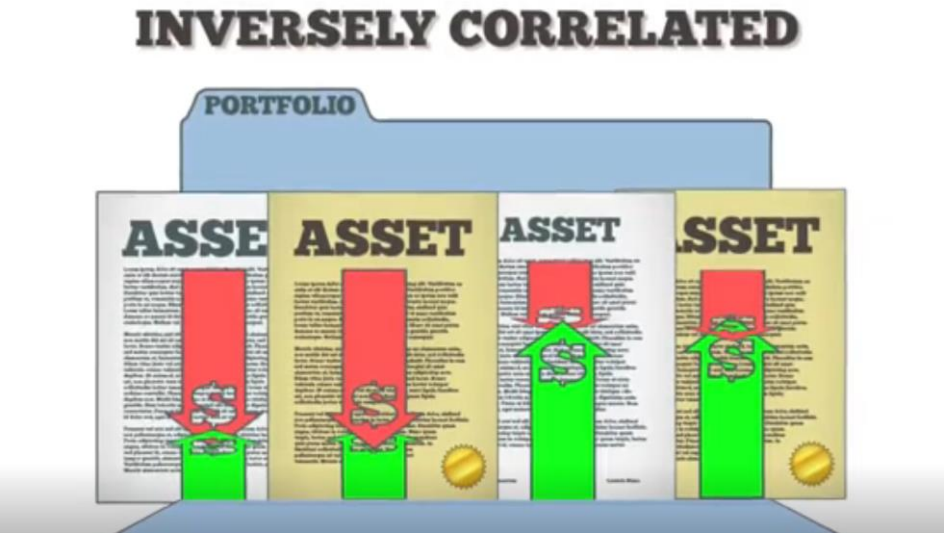
AUTOMOBILE ALLIANCE (AUA)

Es el fabricante líder de automóviles en el área de Detroit que acaba de introducir dos modelos nuevos, los cuales muestran ventas iniciales muy fuertes. Por lo tanto, se predice que las acciones de la compañía subirán de 20 a 26 dólares en un año.

BB	LOP	ILI	HEAL	QUI	AUA
20%	42%	100%	50%	46%	30%

SAVVY STOCK SELECTIONS

En internet, Lidia encontró datos acerca del riesgo involucrado en las acciones de estas compañías. Las varianzas históricas de los rendimientos de las seis acciones y sus covarianzas se muestran en las siguientes tablas.



Compañía	BB	LOP	ILI	HEAL	QUI	AUA
Varianza	0.032	0.1	0.333	0.125	0.065	0.08

Covarianza	LOP	ILI	HEAL	QUI	AUA
BB	0.005	0.03	-0.031	-0.027	0.01
LOP		0.085	-0.07	-0.05	0.02
ILI			-0.11	-0.02	0.042
HEAL				0.05	-0.06
QUI					-0.02

SAVVY STOCK SELECTIONS

Problema 1: Primero, Lidia quiere pasar por alto el riesgo de todas las inversiones. Decide, además, que no quiere invertir más del 40% en una sola acción. Dada esta estrategia ¿cuál es su cartera de inversión óptima, es decir, qué fracción de su dinero debe invertir en cada una de las seis acciones para maximizar el retorno?

Problema 2: Lidia continúa considerando no invertir más del 40% en una sola acción, pero ahora quiere tomar en cuenta el riesgo de sus oportunidades de inversión. Lidia quiere asegurar que recibirá un rendimiento esperado de, al menos, 35%. Desea lograr su meta con un riesgo mínimo. ¿Qué cartera de inversión le permite hacerlo?